



# அழகப்பா பல்கலைக்கழகம்



தேசியத் தர நிர்ணயக் குழுவின் மூன்றாம் சுற்றுத் தர மதிப்பீட்டில் A+(CGPA: 3.64) தகுதியும்  
மனிதவள மேம்பாட்டு அமைச்சகம் - பல்கலைக்கழக மானியக்குழுவின் முதல் தரப்  
பல்கலைக்கழகம் மற்றும் தன்னாட்சித் தகுதியும் பெற்றது)

காரைக்குடி - 630003

தொலைநிலைக்கல்வி இயக்ககம்

**எம்.ஏ. (பொருளாதாரம்)**

**IV - செமஸ்டர்**

**362 42**

**பொருளாதார அளவை  
முறைகள்**

Authors:

**Dr. Suman Lata**, Lecturer, Deptt. of Economics, GDMG (PG) College, Modinagar

Units: (1, 3.5, 4.0-4.2, 4.6, 5.3, 6.5, 8.0-8.2)

**Dr. J S Chandan**, Prof. Medgar Evers College, City University of New York, New York

Units: (2.0-2.2, 2.4, 2.5-2.6, 2.8, 3.6, 9.4, 11.3)

**C R Kothari**, Former Principal, University Commerce College, Jaipur, and Associate Professor in the Department of Economic Administration and Financial Management (EAFM), University of Rajasthan, Jaipur

Units: (2.3, 3.0-3.2, 9.3)

**Dr. Rupesh Tyagi**, Assistant Professor(Contractual), Deptt. of Economics, CCS University, Meerut

Unit: (5.4)

**Dr. Vidhisha Vyas**, Associate Professor and Dean at IILM University Gurugram, Haryana, India

Units: (7, 10, 13, 14)

**Vikas Publishing House,**

Units (2.7, 2.9, 2.10-2.14, 3.3, 3.4, 4.5, 3.7-3.11, 4.3-4.4, 4.7-4.11, 5.0-5.2, 5.5-5.10, 6.0-6.4, 6.6-6.10, 8.3-8.4, 8.5-8.9, 9.0-9.2, 9.5-9.9, 11.0-11.2, 11.4-11.9, 12)

"The copyright shall be vested with Alagappa University"

All rights reserved. No part of this publication which is material protected by this copyright notice may be reproduced or transmitted or utilized or stored in any form or by any means now known or hereinafter invented, electronic, digital or mechanical, including photocopying, scanning, recording or by any information storage or retrieval system, without prior written permission from the Alagappa University, Karaikudi, Tamil Nadu.

Information contained in this book has been published by VIKAS® Publishing House Pvt. Ltd. and has been obtained by its Authors from sources believed to be reliable and are correct to the best of their knowledge. However, the Alagappa University, Publisher and its Authors shall in no event be liable for any errors, omissions or damages arising out of use of this information and specifically disclaim any implied warranties or merchantability or fitness for any particular use.



Vikas® is the registered trademark of Vikas® Publishing House Pvt. Ltd.

VIKAS® PUBLISHING HOUSE PVT. LTD.

E-28, Sector-8, Noida - 201301 (UP)

Phone: 0120-4078900 • Fax: 0120-4078999

Regd. Office: A-27, 2nd Floor, Mohan Co-operative Industrial Estate, New Delhi-110044

• Website: [www.vikaspublishing.com](http://www.vikaspublishing.com) • Email: [helpline@vikaspublishing.com](mailto:helpline@vikaspublishing.com)

**Work Order No. AU/DDE/DE12-16/Printing of Course Materials/2020 Dated 28.02.2020 Copies 500**

# பாடத்திட்டம்-புத்தக மேப்பிங் அட்டவணை

## SYLLABI-BOOK MAPPING TABLE

பொருளாதார அளவீட்டு முறைகள்

பாடத்திட்டங்கள்

புத்தகத்தில் மேப்பிங்

பகுதி I: அடிப்படை பொருளாதாரம்

அலகு-1: பொருளாதார அளவீடுகளின் நோக்கம் மற்றும் இலக்குகள் (பக்கம் 3-19)

பொருளாதார அளவீடுகளின் வரையறை, இயல்பு மற்றும் நோக்கம், பொருளாதார அளவீடுகளின் இலக்குகள்.

அலகு-2: புள்ளியியல் கருத்துக்கள் (பக்கம் 20-79)

புள்ளியியல் கருத்துக்கள், இயல்பான விநியோகம், சி-சதுரம், t மற்றும் F-பகிர்வுகள், அளவுருக்களின் மதிப்பீடு, மதிப்பீட்டாளர்களின் பண்புகள், கருதுகோள் சோதனை.

பகுதி II: நேரியல் பின்னடைவு

அலகு-3: எளிய நேரியல் பின்னடைவு (பக்கம் 80-106)

எளிய நேரியல் பின்னடைவு, சாதாரண குறைந்த சதுரங்களின் முறையின் மூலம் மாதிரியின் மதிப்பீடு, மதிப்பீட்டாளர்களின் பண்புகள், பொருத்தத்தின் நன்மை, கருதுகோள் சோதனைகள், அளவிடுதல் மற்றும் அளவீட்டு அலகுகள்.

அலகு-4: மல்டிபிள் லைனர் ரெக்ரெஷன் மாடல் (பக்கம் 107-144)

பல நேரியல் பின்னடைவு மாதிரி, அளவுருக்களின் மதிப்பீடு, OLS மதிப்பீட்டாளர்களின் பண்புகள், பொருத்தத்தின் நன்மை - R2 மற்றும் சரிசெய்யப்பட்ட R2.

பகுதி III: பொருளாதார பகுப்பாய்வு

அலகு-5: கிளாசிக்கல் விதிகளின் மீறல்கள் (பக்கம் 145-178)

கிளாசிக்கல் அனுமானங்களின் மீறல்கள், விளைவுகள், கண்டறிதல் மற்றும் தீர்வுகள் மல்டிகோலினியரிட்டி, ஹெட்டோரோஸ்கெடாஸ்டிசிட்டி, தொடர் தொடர்பு.

அலகு-6: விவரக்குறிப்பு பகுப்பாய்வு (பக்கம் 179-199)

விவரக்குறிப்பு பகுப்பாய்வு, தொடர்புடைய மாறுபாட்டைத் தவிர்ப்பது, பொருத்தமற்ற மாறியைச் சேர்ப்பது, விவரக்குறிப்பு பிழைகளின் சோதனைகள்.

**அலகு-7: பேனல் தரவு மாதிரிகள்**

(பக்கம் 200-213)

பேனல் தரவு மாதிரிகள், மதிப்பீட்டு முறைகள், நிலையான விளைவுகள் மாதிரி, ரேண்டம் எஃபெக்ட்ஸ் மாதிரி.

**அலகு -8: டம்மி மாறிகள் மீதான பின்னடைவு**

(பக்கம் 214-253)

டம்மி மாறிகள் மீதான பின்னடைவு, போலி மாறிகளின் தன்மை, பருவகால பகுப்பாய்வு மற்றும் நேரத் தொடர்களை இணைப்பதில் போலி மாறிகளின் பயன்பாடு மற்றும் குறுக்கு வெட்டு தரவு.

**அலகு-9: அனுமானத்தின் சிக்கல்கள்**

(பக்கம் 254-289)

அனுமானத்தின் சிக்கல், இயல்பான அனுமானம், தனிப்பட்ட பகுதி பின்னடைவு குணகங்கள் பற்றிய கருதுகோள் சோதனை, மாதிரி பின்னடைவின் ஒட்டுமொத்த முக்கியத்துவத்தை சோதித்தல்.

**அலகு-10: நேரியல் கட்டுப்பாடுகள்**

(பக்கம் 290-306)

நேரியல் கட்டுப்பாடுகள், கூட்டு கருதுகோள் சோதனை, சிக்கல்கள் மற்றும் STATA ஐப் பயன்படுத்தி பயன்பாடு.

**அலகு -11: அனுமானங்கள் & கருதுகோள் சோதனையின் விவரக்குறிப்பு**

(பக்கம் 306-326)

கருதுகோள்களின் சோதனை, அனுமானங்கள், விவரக்குறிப்புகள், கருதுகோள்களின்

---

**பகுதி IV: பொருளாதார முறைகள் மற்றும் மென்பொருள் தொகுப்புகள்****அலகு-12: மதிப்பீட்டு முறை**

(பக்கம் 327-347)

மதிப்பீட்டு முறைகள், ஒற்றை சமன்பாடு மற்றும் அமைப்புகள் மதிப்பீட்டு முறைகள், எண்ணியல் சிக்கல்கள்.

**அலகு-13: டைனமிக் எகனோமெட்ரிக் மாதிரிகள்**

(பக்கம் 347-366)

டைனமிக் எகனோமெட்ரிக் மாதிரிகள், பொருளாதார நேரத் தொடரின் இயல்பு மற்றும் பூர்வாங்க பகுப்பாய்வு, ஒருங்கிணைப்பு, ஸ்டேஷனரி சோதனைகள், யூனிட் ரூட் டெஸ்ட், ஸ்டேஷனரி அல்லாத மற்றும் போலியான பின்னடைவின் சிக்கல்.

**அலகு-14: பொருளாதார மென்பொருள் தொகுப்பு: STATA**

(பக்கம் 367-385)

பொருளாதார அளவீடு மென்பொருள் தொகுப்பு GRETL அறிமுகம்; மின் பார்வைகள்; STATA (ஏதேனும் ஒன்று

---



## அறிமுகம்

### குறிப்பு

பொருளாதார மாறுபாடுகளை மதிப்பிடுவதற்கும், புள்ளியியல் கருவிகள் மற்றும் பொருளாதாரக் கோட்பாடுகளை ஒருங்கிணைத்து பயன்படுத்தும் உத்தேசிக்கப்பட்ட மாறிகளை முன்னறிவிப்பதற்கும் ' பொருளாதார அளவீட்டு முறைகள் ' மிகவும் பயனுள்ளதாக இருக்கும். பொருளாதார உறவுகளுக்கு அனுபவபூர்வமான உள்ளடக்கத்தை வழங்குவதற்காக பொருளாதார தரவுகளுக்கு புள்ளிவிவர முறைகளின் பயன்பாடு பொருளாதார அளவீடு ஆகும். இன்னும் துல்லியமாக, இது "உண்மையான பொருளாதார நிகழ்வுகளின் அளவு பகுப்பாய்வு கோட்பாடு மற்றும் கவனிப்பின் ஒரே நேரத்தில் வளர்ச்சியின் அடிப்படையில், பொருத்தமான அனுமான முறைகள் மூலம் தொடர்புடையது". ஒரு அறிமுகப் பொருளியல் பாடப்புத்தகம் பொருளாதார வல்லுனர்களை "எளிமையான உறவுகளைப் பிரித்தெடுக்க தரவுகளின் மலைகளைப் பிரித்தெடுக்க" அனுமதிக்கிறது என பொருளாதார அளவியல் விவரிக்கிறது. 1910 ஆம் ஆண்டில் போலந்து பொருளாதார நிபுணர் பாவே சியோம்பா என்பவரால் "எகனாமெட்ரிக்ஸ்" (அறிவியல் வடிவத்தில்) என்ற வார்த்தையின் முதல் அறியப்பட்ட பயன்பாடு இருந்தது. ஜான் டின்பெர்கன், பொருளாதார அளவீட்டின் இரு நிறுவனர்களில் ஒருவர். ராக்னர் ஃபிரிஷ், இன்று பயன்படுத்தப்படும் பொருளில் இந்த வார்த்தையை உருவாக்கினார்.

பொருளாதாரக் கோட்பாடுகளை மதிப்பிடுவதற்கும், பொருளாதார மாதிரிகளை உருவாக்குவதற்கும், பொருளாதார வரலாற்றை பகுப்பாய்வு செய்வதற்கும், முன்னறிவிப்பதற்கும் கோட்பாட்டுப் பொருளாதார அளவீடுகள் மற்றும் நிஜ உலகத் தரவுகளைப் பயன்பாட்டுப் பொருளாதாரவியல் பயன்படுத்துகிறது. பொருளாதாரக் கேள்விகளைப் படிக்க பொருளாதார அளவீடுகள் நிலையான புள்ளிவிவர மாதிரிகளைப் பயன்படுத்தலாம், ஆனால் பெரும்பாலும் அவை கட்டுப்படுத்தப்பட்ட சோதனைகளில் இல்லாமல், அவதானிப்புத் தரவுகளுடன் இருக்கும். இதில், வானியல், தொற்றுநோயியல், சமூகவியல் மற்றும் அரசியல் அறிவியல் போன்ற பிற கண்காணிப்புத் துறைகளில் உள்ள ஆய்வுகளின் வடிவமைப்பைப் போலவே பொருளாதார அளவியலில் கண்காணிப்பு ஆய்வுகளின் வடிவமைப்பு உள்ளது. ஒரு அவதானிப்பு ஆய்வின் தரவுகளின் பகுப்பாய்வு ஆய்வு நெறிமுறையால் வழிநடத்தப்படுகிறது, இருப்பினும், புதிய கருதுகோள்களை உருவாக்குவதற்கு ஆய்வு தரவு பகுப்பாய்வு பயனுள்ளதாக இருக்கும்.

பல நேரியல் பின்னடைவு மாதிரியானது பொருளாதார அளவீட்டுக்கான அடிப்படைக் கருவியாகும். பொருளாதார அளவீட்டுக் கோட்பாடு, பொருளாதாரவியல் முறைகளை மதிப்பிடுவதற்கும் மேம்படுத்துவதற்கும் புள்ளிவிவரக் கோட்பாடு மற்றும் கணிதப் புள்ளிவிவரங்களைப் பயன்படுத்துகிறது. பாரபட்சமற்ற தன்மை, செயல்திறன் மற்றும் நிலைத்தன்மை உள்ளிட்ட விரும்பத்தக்க புள்ளிவிவர பண்புகளைக் கொண்ட மதிப்பீட்டாளர்களைக் கண்டறிய பொருளாதார

## குறிப்பு

வல்லுநர்கள் முயற்சி செய்கிறார்கள். பொருளாதாரக் கோட்பாடுகளை மதிப்பிடுவதற்கும், பொருளாதார மாதிரிகளை உருவாக்குவதற்கும், பொருளாதார வரலாற்றை பகுப்பாய்வு செய்வதற்கும், முன்னறிவிப்பதற்கும் கோட்பாட்டு பொருளாதாரவியல் மற்றும் நிஜ-உலகத் தரவுகளைப் பயன்பாட்டுப் பொருளாதாரவியல் பயன்படுத்துகிறது.

இந்நூல், பொருளாதார அளவீட்டு முறைகள், நான்கு தொகுதிகளாகப் பிரிக்கப்பட்டுள்ளது, அவை மேலும் பதினான்கு அலகுகளாகப் பிரிக்கப்படுகின்றன. பொருளாதார அளவீடுகளின் வரையறை, இயல்பு மற்றும் நோக்கம், சாதாரண விநியோகம், Chi-சதுரம், t மற்றும் f-பகிர்வுகள், அளவுருக்களின் மதிப்பீடு, மதிப்பீட்டாளர்களின் பண்புகள், கருதுகோள்களின் சோதனை, எளிய நேரியல் பின்னடைவு, சாதாரண குறைந்தபட்ச சதுரங்கள் மூலம் மாதிரியின் மதிப்பீடு ஆகியவை விவாதிக்கப்பட்ட தலைப்புகளில் அடங்கும். , மதிப்பீட்டாளர்களின் பண்புகள், பொருத்தத்தின் நன்மை, கருதுகோள்களின் சோதனைகள், அளவிடுதல் மற்றும் அளவீட்டு அலகுகள், பல நேரியல் பின்னடைவு மாதிரி, அளவுருக்களின் மதிப்பீடு, OLS மதிப்பீட்டாளர்களின் பண்புகள், பொருத்தத்தின் நன்மை - R2 மற்றும் சரிசெய்யப்பட்ட R2, கிளாசிக்கல் அனுமானங்களின் மீறல்கள், விளைவுகள், கண்டறிதல் மற்றும் தீர்வுகள் மல்டிகோலினியரிட்டி, ஹீட்டோரோஸ்கெடாஸ்டிசிட்டி, தொடர் தொடர்பு, விவரக்குறிப்பு பகுப்பாய்வு, தொடர்புடைய மாறியின் புறக்கணிப்பு, பொருத்தமற்ற மாறியைச் சேர்ப்பது, விவரக்குறிப்பு பிழைகளின் சோதனைகள், பேனல் தரவு மாதிரிகள், நிலையான விளைவுகள் மாதிரி, சீரற்ற விளைவுகள் மாதிரி, பின்னடைவு போலி மாறிகள் மீது,

அனுமானத்தின் சிக்கல், இயல்பான அனுமானம், நேரியல் கட்டுப்பாடுகள், கூட்டு கருதுகோள் சோதனை, STATA ஐப் பயன்படுத்தி சிக்கல்கள் மற்றும் பயன்பாடு, கருதுகோள் சோதனை, டைனமிக் எகோனோமெட்ரிக் மாதிரிகள், நிலையான சோதனைகள், யூனிட் ரூட் சோதனை மற்றும் எகனோமெட்ரிக் மென்பொருள் தொகுப்பு அறிமுகம்- STATA. புத்தகம் சுய அறிவுறுத்தல் பயன்முறையை (SIM) பின்பற்றுகிறது, இதில் ஒவ்வொரு யூனிட்டும் தலைப்புக்கான 'அறிமுகத்துடன்' தொடங்குகிறது. எளிமையான மற்றும் கட்டமைக்கப்பட்ட வடிவத்தில் விரிவான உள்ளடக்கத்தை வழங்குவதற்கு முன் 'இலக்குகள்' கோடிட்டுக் காட்டப்பட்டுள்ளன. 'உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சரிபார்க்கவும்' கேள்விகள் குறிப்பிட்ட இடைவெளியில் மாணவர்களின் பாடத்தைப் பற்றிய புரிதலைச் சோதிக்கும் வகையில் வழங்கப்படுகின்றன. 'உங்கள் முன்னேற்றக் கேள்விகளைச் சரிபார்ப்பதற்கான பதில்கள்', ஒரு 'சுருக்கம்', 'முக்கிய வார்த்தைகளின்' பட்டியல் மற்றும் 'சுய மதிப்பீட்டுக் கேள்விகள் மற்றும் பயிற்சிகளின்' தொகுப்பு ஆகியவை பயனுள்ள மறுபரிசீலனைக்காக ஒவ்வொரு யூனிட்டின் முடிவிலும் வழங்கப்பட்டுள்ளன.

---

**பகுதி - I**  
**அடிப்படை பொருளாதாரம்**

---

பொருளாதார அளவை  
முறைகள்

குறிப்பு

---

**அலகு 1**  
**நோக்கம் மற்றும் பொருளாதார**  
**அளவீடுகளின் இலக்குகள்**

---

**அமைப்பு**

- 1.0 முன்னுரை
- 1.1 நோக்கங்கள்
- 1.2 பொருளாதார அளவியல்
  - 1.2.1 எகனாமெட்ரிக் என்பதன் அர்த்தம்
  - 1.2.2 பொருளாதார அளவீடுகளின் வரையறை
- 1.3 பொருளாதார அளவியல் முறை
  - 1.3.1 எகனாமெட்ரிக் ஏன் ஒரு தனி ஒழுக்கம்?
  - 1.3.2 பொருளாதாரவியல் மற்றும் கணித பொருளாதாரம்
  - 1.3.3 பொருளாதாரவியல் மற்றும் புள்ளியியல்
- 1.4 பொருளாதாரவியல் இலக்குகள்
- 1.5 பொருளாதார அணுகுமுறையின் தன்மை
- 1.6 உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சரிபார்க்கும் கேள்விகளின் பதில்கள்
- 1.7 சுருக்கத் தொகுப்பு
- 1.8 முக்கிய வார்த்தைகள்
- 1.9 சுய மதிப்பீட்டு கேள்விகள் மற்றும் பயிற்சிகள்
- 1.10 மேலும் படிக்க

---

**1.0 அறிமுகம்**

---

எகனாமெட்ரிக்ஸின் பயன்பாடு பொருளாதாரத்தில் மட்டும் கட்டுப்படுத்தப்படவில்லை என்பதை மனதில் கொள்ள வேண்டியது அவசியம். உண்மையில், இது மிகவும் பரவலான பயன்பாட்டைக் கொண்டுள்ளது. இது தூய அறிவியல் களங்களிலும் சமூக அறிவியலிலும் பயன்படுத்தப்படுகிறது. கணித வடிவத்தில் சீரற்ற உறவைக் கண்டறியும் தேவை ஏற்படும் போதெல்லாம் பொருளாதார அளவீட்டு முறைகளைப் பயன்படுத்தலாம் என்பதைச் சுட்டிக்காட்டலாம். மாறிகள் இடையே உள்ள உறவுகளை விளக்குவதற்கு எகனாமெட்ரிக் கருவிகள் உதவுகின்றன.

பொருளாதார அளவீடுகள் பல்வேறு வழிகளில் பெறப்பட்ட தரவைப் பயன்படுத்துகிறது. இவற்றில் சில குறுக்குவெட்டுத் தரவு (ஒரு கட்டத்தில், பல்வேறு பொருளாதார அலகுகள் கவனிக்கப்படுகின்றன), நேரத் தொடர் தரவு (ஒரு குறிப்பிட்ட காலத்திற்கு ஒன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட மாறிகள் காணப்படுகின்றன), பூல் செய்யப்பட்ட குறுக்குவெட்டுகள் (நேரத் தொடர் மற்றும் குறுக்கு-ஐ உள்ளடக்கிய தரவு தொகுப்பு பிரிவு அம்சங்கள்) மற்றும்

Self-Instructional  
Material

## குறிப்பு

பேனல் அல்லது நீளமான தரவு (தரவு தொகுப்பில் உள்ள குறுக்குவெட்டு உறுப்பினர் ஒவ்வொருவருக்கும் நேரத் தொடரை உள்ளடக்கியது).

பொருளாதார அளவீட்டு முறையானது, கோட்பாடு அல்லது கருதுகோள் அறிக்கையுடன் தொடங்கி, கட்டுப்பாடு அல்லது கொள்கை நோக்கத்திற்காக மாதிரியைப் பயன்படுத்துவதில் வெற்றிகரமாக முடிவடையும், குறிப்பிட்ட வரிசையில் பின்பற்ற வேண்டிய எட்டு படிகளைக் கொண்டுள்ளது.

பொருளாதாரத்தின் நான்கு பிரிவுகளும் ஒன்றாக இணைந்தால், அது பொருளாதார அளவீடு ஆகும். ஒரு அறிவியல் மற்றும் ஒரு கலை இரண்டும், பொருளாதார அளவீடுகளின் குறிக்கோள் கணிப்பு ஆகும். பொருளாதார அளவீடு ஒரு கலையாகக் கருதப்படுகிறது, ஏனெனில் அது பயன்படுத்தும் தரவு பொதுவாக முழுமையற்றது மற்றும் ஒரு கருதுகோளை சரிபார்ப்பதற்காக கவனிக்கப்படாமல் உள்ளது மற்றும் இதன் காரணமாக யதார்த்தமான தோராயத்திற்கும் விஞ்ஞான கடுமைக்கும் இடையில் சமநிலையை ஏற்படுத்த மனித படைப்பாற்றல் தேவைப்படுகிறது.

ஹேன்சன் (1996) படி: " பொருளாதார அளவியல் என்பது ரசவாதமாகும், ஏனெனில் பொருளாதார வல்லுநர்கள் விரும்பும் எந்த முடிவையும் உருவாக்க முடியும், ஆனால் இது அறிவியலாகும், ஏனெனில் பொருளாதார வல்லுநர்களும் போலி மாதிரிகளை நிராகரிப்பது மற்றும் தவிர்ப்பது எப்படி என்பதை அறிவார்கள்".

இந்த அலகில், நீங்கள் பொருளாதார அளவீடுகளின் வரையறை, பொருளாதார அளவீடுகளின் தன்மை மற்றும் நோக்கம் மற்றும் பொருளாதார அளவீடுகளின் இலக்குகள் பற்றி படிப்பீர்கள்.

### 1.1 நோக்கங்கள்

இந்த அலகுக்குச் சென்ற பிறகு, உங்களால் முடியும்:

- பொருளாதார அளவீடுகளை வரையறுக்கவும்
- பொருளாதார அளவீடுகளின் தன்மை மற்றும் நோக்கத்தைப் புரிந்து கொள்ளுங்கள்
- பொருளாதார அளவீடுகளின் இலக்குகளை பகுப்பாய்வு செய்யுங்கள்.

### 1.2 பொருளாதார அளவீடுகள்

பொருளாதார அளவீடு என்பது பொருளாதாரத்தின் ஒரு கிளை ஆகும், இதில் உறவுகளை அளவிடுவது விவாதிக்கப்படுகிறது. எகனோமெட்ரிக் என்பது பொருளாதார உறவுகளுக்கு அனுபவபூர்வமான உள்ளடக்கத்தை வழங்குவதற்காக பொருளாதார தரவுகளுக்கு ஒரு புள்ளிவிவர முறையின் பயன்பாடு ஆகும்.

பொருளாதாரக் கோட்பாடுகள் வெவ்வேறு பொருளாதார மாறிகளுக்கு இடையிலான அளவு உறவுகளை வரையறுக்க முயற்சி செய்கின்றன. இந்த உறவுகள், சில சமயங்களில், நாம் வாழும் பொருளாதார உலகத்தை நன்கு புரிந்துகொள்ள உதவும் கணித அடிப்படையில் விவரிக்கப்படுகின்றன. நிஜ உலகில் இருந்து சேகரிக்கப்பட்ட தரவுகளுக்கு எதிராக கோட்பாடுகள் சரிபார்க்கப்பட வேண்டும். கோட்பாட்டின் மூலம்

## குறிப்பு

முன்மொழியப்பட்ட உறவை அனுபவ தரவுகள் சரிபார்த்தால், நாம் அதை ஏற்கலாம்; இல்லையெனில் நாம் உறவை நிராகரிக்க வேண்டும்.

வேறு வார்த்தைகளில் கூறுவதானால், கோட்பாடு உண்மையான தரவுகளுடன் இணக்கமாக இருந்தால், நாங்கள் கோட்பாட்டை சரியானதாக ஏற்றுக்கொள்கிறோம். கோட்பாடு உண்மையான தேதியுடன் பொருந்தவில்லை என்றால், நாம் கோட்பாட்டை நிராகரிக்கிறோம் அல்லது அதை மாற்றுவோம். எனவே, எக்கனாமெட்ரிக் என்பது கருதுகோளைச் சரிபார்ப்பதற்கும் எதிர்காலத்திற்கான கணிப்புகளை மேம்படுத்துவதற்கும் பொருளாதாரக் கோட்பாடுகளின் பகுப்பாய்வு மற்றும் சோதனை ஆகும்.

### 1.2.1 பொருளாதார அளவீடுகள் என்பதன் அர்த்தம்

பொருளாதார அளவீடு என்ற சொல் 1926 ஆம் ஆண்டில் நோர்வே பொருளாதார வல்லுநரும் புள்ளியியல் நிபுணருமான ராக்னர் ஃபிரிஷ் என்பவரால் அறிமுகப்படுத்தப்பட்டது. உண்மையில், பத்தொன்பதாம் நூற்றாண்டின் பிற்பகுதியில் தோன்றிய பயோமெட்ரிக் வெளிப்பாட்டின் அடிப்படையில் இந்த சொல் வடிவமைக்கப்பட்டது.

உயிரியல் ஆய்வுகள் புள்ளிவிவர முறைகளைப் பயன்படுத்துகின்றன. எகனாமெட்ரிக் என்பது பல்வேறு பொருளாதார கோட்பாடுகள் மற்றும் கருத்துகளை விவரிக்க அல்லது சோதனை செய்ய அனுமதிக்கும் கணித மற்றும் புள்ளியியல் கருவிகளின் தொகுப்பாகும். பொருளாதார அளவியல் என்பது பொருளாதாரம், கணிதம் மற்றும் புள்ளியியல் ஆகியவற்றின் கலவையாகும். இது பொருளாதார உறவுகளின் அளவுருக்கள் மற்றும் பொருளாதார கோட்பாடுகளை சரிபார்க்க எண் மதிப்புகளை வழங்குகிறது. Econometric என்ற சொல் Econo + metric என்ற இரு கூறுகளால் ஆனது. பொருளாதாரம் பொருளாதாரம் மற்றும் மெட்ரிக் என்பது அளவீடு. எனவே, எகனாமெட்ரிக் என்ற சொல் பொருளாதாரம் அல்லது பொருளாதார அளவீட்டைக் குறிக்கிறது. பொருளாதாரக் கோட்பாட்டின் செல்லுபடியை அளவிடுவதற்கு பொருளாதாரவியல் மற்றும் புள்ளியியல் கருவிகள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. பொருளாதார அளவீடு என்பது அறிவியல். இது பொருளாதாரக் கோட்பாட்டின் கலவையாகும், இதில் பொருளாதாரக் கோட்பாட்டால் நிறுவப்பட்ட பொது திட்டச் சட்டத்தின் அனுபவ ஆதரவை ஆராய கணித மற்றும் புள்ளிவிவர முறைகள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. உதாரணமாக, விலை மற்றும் தேவைக்கு இடையே தலைகீழ் உறவு இருப்பதை கோரிக்கை சட்டம் வெளிப்படுத்துகிறது. விலை அதிகரிக்கும் போது, பொருட்களின் தேவை குறைகிறது, விலை குறையும் போது தேவை அதிகரிக்கிறது. இந்த கோட்பாட்டை நாங்கள் ஒரு பின்னடைவு மூலம் சரிபார்க்கிறோம், கோட்பாட்டை பகுப்பாய்வு செய்வதற்கான ஒரு கணித மற்றும் புள்ளியியல் கருவி.

### 1.2.2 பொருளாதார அளவீடுகளின் வரையறை

பொருளாதார அளவீடுகளில் அளவீடு முக்கிய பங்கு வகிக்கிறது என்றாலும், பல்வேறு பொருளாதார வல்லுனர்களால் விவரிக்கப்பட்டுள்ளபடி, பொருளாதார அளவீடுகளின் நோக்கம் மிகவும் விரிவானது. வெவ்வேறு முன்னணி பொருளாதார வல்லுநர்கள் தங்கள் வெவ்வேறு முறையில் அதை வரையறுக்கின்றனர். சில வரையறைகள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

ஆர்தர் S. கோல்ட்பெர்கரின் கூற்றுப்படி: " பொருளாதார நிகழ்வுகளை பகுப்பாய்வு செய்ய பொருளாதார கோட்பாடு, கணிதம் மற்றும் புள்ளியியல்

## குறிப்பு

அனுமானத்தின் கருவிகள் பயன்படுத்தப்படும் சமூக அறிவியலாக பொருளாதார அளவீடுகள் வரையறுக்கப்படலாம்".

சாமுவேல்சன், கூப்மன்ஸ் மற்றும் ஸ்டோன் படி: " பொருளாதார அளவியல் என்பது, தற்போதைய கோட்பாடு மற்றும் அவதானிப்புகளின் வளர்ச்சியின் அடிப்படையிலான உண்மையான பொருளாதார நிகழ்வுகளின் அளவு பகுப்பாய்வு என வரையறுக்கப்படலாம், இது பொருத்தமான அனுமான முறைகளுடன் தொடர்புடையது".

A. S. கோல்ட்பெர்கரின் கூற்றுப்படி: "பொருளாதாரக் கோட்பாட்டின் சரியான உறவுகளுக்கும் பொருளாதார யதார்த்தத்தின் குழப்பமான உறவுகளுக்கும் இடையே ஒரு பாலத்தை வழங்குவதே பொருளாதாரக் கோட்பாட்டின் முக்கிய பணியாகும்".

H. தேயில் படி: "பொருளாதாரச் சட்டங்களை அனுபவ ரீதியாக தீர்மானிப்பதில் எகனாமெட்ரிக் அக்கறை கொண்டுள்ளது."

எளிமையான வார்த்தைகளில், பொருளாதார உறவுகளின் அளவுருக்களுக்கு எண் மதிப்புகளை வழங்குவதற்கும் பொருளாதார கோட்பாடுகளை சரிபார்க்கும் நோக்கத்திற்காகவும் பொருளாதாரம், கணிதம் மற்றும் புள்ளியியல் ஆகியவற்றின் ஒருங்கிணைப்பாக பொருளாதார அளவீடுகள் கருதப்படலாம். இந்த வழியில், இது ஒரு சிறப்பு வகை பொருளாதார பகுப்பாய்வு மற்றும் ஆராய்ச்சி ஆகும், இதில் கணித அடிப்படையில் வடிவமைக்கப்பட்ட பொது பொருளாதார கோட்பாடு பொருளாதார நிகழ்வுகளின் அனுபவ அளவீடுகளுடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளது.

### 1.3 பொருளாதாரவியல் முறை

பொருளாதாரச் சிக்கலைத் தங்கள் பகுப்பாய்வில் தொடர பொருளாதார வல்லுநரால் எந்த முறை பயன்படுத்தப்படுகிறது. பொருளாதார வல்லுநர்கள் குறிப்பிட்ட செயல்முறையைப் பயன்படுத்தி ஒரு குறிப்பிட்ட பொருளாதார சிக்கலை தீர்க்கிறார்கள். முதலில், ஒரு பொருளாதாரக் கோட்பாடு தேர்வு செய்யப்பட்டு கணித மாதிரியாக மாற்றப்படுகிறது. இந்த கணித மாதிரியானது பொருளாதார அளவீட்டு மாதிரியாக மாற்றப்படுகிறது. பின்னர், குறுக்குவெட்டுகள் மற்றும் நேரத் தொடர் அவதானிப்புகளைப் பயன்படுத்தி மாறிகள் அடையாளம் காணப்படுகின்றன.

இவற்றைப் பயன்படுத்தி எகனாமெட்ரிக் மாதிரி மதிப்பிடப்படுகிறது. மாதிரி மதிப்பிடப்பட்ட பிறகு, புள்ளியியல் சோதனையின் முதல் நிலை சோதனைக்கு வைக்கப்படுகிறது. சரிபார்ப்பின் முதல் செட் சோதனைக்குப் பிறகு, மாதிரியானது இரண்டாம் நிலை எகனாமெட்ரிக் சோதனைக்கு உட்பட்டது. இரண்டாம் நிலை எகனாமெட்ரிக் சோதனையில் மாதிரி சோதனைகள் செல்லுபடியாகும் எனில், அடுத்த நிலைக்குச் செல்ல அந்த மாதிரி போதுமானது. மாதிரி போதுமானதாக இல்லை என்றால், அது சீர்திருத்தத்திற்காக திருப்பி அனுப்பப்பட்டு, பொருளாதார அளவீட்டு மாதிரியை வடிவமைக்கும் முறை மற்றும் தொடரும் படிகளில் மேற்கூறியபடி அனைத்து படிகளையும் கடந்து செல்ல வேண்டும். கோட்பாட்டு கருதுகோள் சோதனை ஏற்றுக்கொள்ளப்பட்டால், கோட்பாட்டை ஏற்றுக்கொள்ளுங்கள் இல்லையெனில் கோட்பாட்டை நிராகரித்து, கோட்பாட்டை மறுசீரமைக்க அல்லது கோட்பாட்டை சரிபார்க்க மாற்று கோட்பாட்டிற்கு செல்லவும்.

பொருளாதார அளவியல் முறையானது குறிப்பிட்ட வரிசையில் பின்பற்ற வேண்டிய எட்டு படிகளைக் கொண்டுள்ளது. அவையாவன:

## குறிப்பு

1. கோட்பாடு அல்லது கருதுகோளின் அறிக்கை
2. கோட்பாட்டின் கணித மாதிரியின் விவரக்குறிப்பு
3. புள்ளிவிவர அல்லது பொருளாதார அளவீட்டு மாதிரியின் விவரக்குறிப்பு
4. தரவுகளைப் பெறுதல்
5. பொருளாதார அளவீட்டு மாதிரியின் அளவுருக்களின் மதிப்பீடு
6. அனுமான சோதனை
7. கணிப்பு அல்லது முன்னறிவிப்பு
8. கட்டுப்பாட்டு அல்லது கொள்கை நோக்கத்திற்காக மாதிரியின் பயன்பாடு பின்வரும் எட்டு படிகளின் விளக்கம்:

### முதல் படி - கோட்பாடு அல்லது கருதுகோள் அறிக்கை:

பொருளாதாரம் தரமான அறிக்கைகளை அளிக்கிறது. இங்கே, நுகர்வு செயல்பாட்டின் கோட்பாட்டை எடுத்துள்ளோம். உதாரணமாக, கெய்ன்ஸ் இவ்வாறு கூறினார் அடிப்படை உளவியல் வருமானம் அதிகரிக்கும் போது நுகர்வும் அதிகரிக்கிறது ஆனால் அதே விகிதத்தில் இல்லை, இது நுகர்வு செயல்பாட்டின் கோட்பாடு. மேலும் விளக்க, கெய்ன்ஸ் கூறினார் நுகர்வுக்கான விளிம்பு நாட்டம் (MPC), வருவாயில் ஒரு யூனிட் மாற்றத்திற்கான நுகர்வு மாற்ற விகிதம் 0 ஐ விட அதிகமாக உள்ளது ஆனால் 1 ஐ விட குறைவாக உள்ளது.

**இரண்டாவது படி - கோட்பாட்டின் கணித மாதிரியின் விவரக்குறிப்பு:** மாதிரி உருவாக்கம் இரண்டாவது படி. இரண்டாவது கட்டத்தில், கோட்பாடு ஒரு கணித மாதிரியாக மாற்றப்படுகிறது. இங்கே, பொருளாதாரவியல் நிபுணர் மாறிகளைத் தேர்ந்தெடுத்து, பொருளாதாரக் கோட்பாடுகள் அல்லது கருதுகோள்களின் அடிப்படையில் உறவுகளைக் குறிப்பிடுகிறார். அடுத்து, இந்த கோட்பாடு நுகர்வு செயல்பாடு ஒரு கணித மாதிரியாக மாற்றப்படுகிறது. இப்போது, இரண்டு மாறிகள் உள்ளன: ஒன்று வருமானம் மற்றும் ஒன்று நுகர்வு.

$$C = \beta_1 + \beta_2 Y; 0 < \beta_2 < 1$$

இங்கே, C = நுகர்வு செலவு

Y = வருமானம்

$\beta_1$  = குறுக்கீடு அல்லது தன்னாட்சி நுகர்வு

$\beta_2$  = சாய்வு குணகம் அல்லது நுகர்வு தூண்டுதல்

இங்கே, MPC ஐ குறிக்கிறது; வருமானம் பெருகும் போது எப்படி என்று அது காட்டும் நுகர்வு செலவில் நிறைய மாற்றம் இருக்கும்.

**மூன்றாவது படி - புள்ளியியல் அல்லது பொருளாதார அளவீட்டு மாதிரியின் விவரக்குறிப்பு:** இந்த கட்டத்தில், கணித மாதிரி ஒரு பொருளாதார மாதிரியாக மாற்றப்படுகிறது. இரண்டு மாறிகளுக்கு இடையே ஒரு சரியான தொடர்பு இருப்பதாக கணித மாதிரி கருதுகிறது; அதாவது, நுகர்வு செலவு வருமானத்தை மட்டுமே சார்ந்துள்ளது. ஆனால் இரண்டு மாறிகளுக்கு இடையிலான உறவு, பொதுவாக, துல்லியமாக இல்லை. நாம் அறிந்தபடி, நுகர்வு வருமானத்தால் பாதிக்கப்படுவது மட்டுமல்லாமல், போக்கு, சுவை, பிராண்ட் மற்றும் நேரம் போன்ற சில காரணிகளாலும் பாதிக்கப்படுகிறது. ஒரு பொருளாதார அளவீட்டு மாதிரியில், இந்த மற்ற காரணிகள் இடையூறு விதிமுறைகள், பிழை விதிமுறைகள் அல்லது சீரற்ற சொற்கள் என குறிப்பிடப்படுகின்றன. வேறு வார்த்தைகளில் கூறுவதானால், ஒரு கணித மாதிரியில் சில தொடர்புடைய விளக்க மாறிகள்

## குறிப்பு

சேர்க்கப்படவில்லை என்று நாம் கூறலாம்; பொருத்தமற்ற விளக்க மாறிகள் சேர்க்கப்பட்டுள்ளன மற்றும் சில அடையாளம் காணப்படவில்லை. இவை U ஆல் குறிக்கப்படுகின்றன. பொருளாதாரவியல் நிபுணர் இந்த துல்லியமற்ற நுகர்வு செயல்பாட்டை கீழே மாற்றியமைக்கிறார்:

$$C = \beta_1 + \beta_2 Y + U; 0 < \beta_2 < 1$$

இங்கே, U என்பது ஒரு பிழைச் சொல் அல்லது சீரற்ற சொல் (இயல்புநிலை) மாறி.

**நான்காவது படி - தரவைப் பெறுதல்:** இந்த கட்டத்தில், வருமானம் மற்றும் நுகர்வு தரவு மாதிரியின் படி சேகரிக்கப்படுகிறது.

Year	Income (Y) \$ billion	Consumption expenditure (C) \$ billion
2016	200	160
2017	300	200
2018	400	320
2019	500	360

**ஐந்தாவது படி - எகனோமெட்ரிக் மாதிரியின் அளவுருக்களின் மதிப்பீடு:** இந்த கட்டத்தில், தரவைச் சேகரித்த பிறகு, பொருளாதார அளவியல் நிபுணர் பொருளாதார மாதிரியின் அளவுருக்களை மதிப்பிடுகிறார். மதிப்பீட்டின் நோக்கத்திற்காக, மதிப்பீட்டைப் பெற பின்னடைவு கருவிகள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. இந்த நுட்பத்தைப் பயன்படுத்துவதன் மூலம், நாம் பெறுகிறோம்:

$$C = \beta_1 + \beta_2 Y$$

$$C = 8 + 0.72Y$$

இந்த மதிப்பீட்டின்படி,  $\beta_1 = 8$  மற்றும்  $\beta_2 = 0.72$   $1 = 8$  and  $\beta_2 = 0.72$ , என்பதை நாங்கள் அறிவோம் MPC க்கு, இது சுமார் 0.72 ஆகும். இதன் பொருள், உண்மையான வருமானம் அதிகரிக்கும் போது, உண்மையான நுகர்வுச் செலவு சுமார் 72 சதவீதம் அதிகரித்து, மீதமுள்ள 28 சதவீதம் சேமிப்பு அல்லது முதலீட்டுக்குப் பயன்படுத்தப்படும்.

**ஆறாவது படி - கருதுகோள் சோதனை:** ஒரு பொருளாதார நிபுணர் இந்த முடிவுகளை கண்முடித்தனமாக நம்புவதில்லை.  $MPC < 1$  புள்ளியியல் ரீதியாக முக்கியத்துவம் வாய்ந்ததா அல்லது உண்மையா என்பதை அறிய, பொருளாதார நிபுணர் ஆறு வெவ்வேறு 6 படிகள் மூலம் கருதுகோளைச் சோதிப்பார். அப்படியானால், அது கெய்ன்ஸ் கோட்பாட்டை ஆதரிக்கலாம்.

இந்த கட்டத்தில், பொருளாதார நிபுணர் கோட்பாடு அல்லது கருதுகோளை மதிப்பீடு செய்கிறார்; கோட்பாடு சரிபார்க்கப்படாவிட்டால் பொருளாதாரக் கோட்பாட்டை நிராகரிக்கிறது அல்லது கோட்பாடு சரிபார்க்கப்பட்டால் பொருளாதாரக் கோட்பாட்டை ஏற்றுக்கொள்கிறது.

**ஏழாவது படி - கணிப்பு அல்லது முன்னறிவிப்பு:** கருதுகோள் உண்மையாக இருந்தால், அதன் முடிவு முன்னறிவிப்பு அல்லது கணிப்புக்கு பயன்படுத்தப்படும். உதாரணமாக, வருமானம் = என்று வைத்துக்கொள்வோம்

2021 இல் \$ 800 பில்லியன் நுகர்வு செலவினமாக கணிக்கப்பட்டுள்ளது:



$$C = \beta_1 + \beta_2 Y$$

$$C = 8 + 0.72 (600)$$

$$C = 584$$

எனவே, நுகர்வு \$584 பில்லியன் இருக்கும்.

**எட்டாவது படி - கட்டுப்பாடு அல்லது கொள்கை நோக்கத்திற்கான மாதிரியின் பயன்பாடு:** இந்த முடிவுகள் அல்லது முன்னறிவிப்புகள் அரசாங்கத்தால் கொள்கை நோக்கத்திற்காகப் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. நிதித் கொள்கை, பணவியல் கொள்கை போன்றவற்றை உருவாக்கும் போது அரசாங்கம் இவற்றைப் பயன்படுத்துகிறது. சுமார் \$700 பில்லியன் நுகர்வுச் செலவு வேலையின்மை விகிதத்தை தற்போதைய நிலையில் வைத்திருக்கும் என்று ஒரு அரசாங்கம் நம்புகிறது என்று வைத்துக்கொள்வோம். அதே வேலையின்மை விகிதத்தை அரசாங்கம் தொடர் விரும்பினால், எந்த அளவிலான வருமானம், நுகர்வு செலவினத்தின் இலக்கு தொகைக்கு உத்தரவாதம் அளிக்கும்? எனவே, எளிய எண்கணிதம் காண்பிக்கும்:

$$C = \beta_1 + \beta_2 Y$$

$$700 = 8 + 0.72 Y$$

$$Y = 961.11$$

### 1.3.1 எகனாமெட்ரிக் ஏன் ஒரு தனி ஒழுக்கம்?

பொருளாதார அளவீடு என்பது பொருளாதாரச் சட்டத்தின் மதிப்பீடாகும். பொருளாதாரத்தில் நான்கு பிரிவுகள் உள்ளன:

- பொருளாதாரக் கோட்பாடு
- கணித பொருளாதாரம்
- பொருளாதார புள்ளிவிவரங்கள்
- கணித புள்ளியியல் (கருவிகள்)

இந்த நான்கு கிளைகளும் ஒருங்கிணைக்கப்பட்டால் அது பொருளாதார அளவீடு ஆகும். இது ஒரு தனி பொருள் அல்லது புதிய தயாரிப்பு. எகனாமெட்ரிக் என்பது பொருளாதாரச் சட்டத்தை மதிப்பிடுவதற்கான ஒரு அறிவியல் ஆகும்.

இல் **பொருளாதாரக் கோட்பாடு**, கருதுகோள் அல்லது அறிக்கைகள் பெரும்பாலும் தரமான இயல்புடையவை. எடுத்துக்காட்டாக, ஒரு பொருளின் விலை குறைவதால், மற்ற விஷயங்கள் ஒரே மாதிரியாக இருப்பதால், அந்தப் பொருளின் தேவையின் அளவு அதிகரிக்கிறது என்று நுண்ணிய பொருளாதாரக் கோட்பாடு கூறுகிறது. இவ்வாறு, பொருளாதாரக் கோட்பாடு ஒரு பொருளின் விலைக்கும் கோரப்படும் அளவிற்கும் இடையே எதிர்மறை அல்லது தலைகீழ் உறவை பரிந்துரைக்கிறது. ஆனால் கோட்பாடு எந்த எண் அளவீடுகளையும் அல்லது இரண்டிற்கும் இடையேயான உறவை வழங்கவில்லை; பொருட்களின் விலையில் ஒரு குறிப்பிட்ட மாற்றத்தின் விளைவாக எவ்வளவு கோரப்பட்ட அளவு அதிகரிக்கிறது அல்லது குறைகிறது என்பதைக் கூறவில்லை. அத்தகைய எண்ணியல் மதிப்பீடுகளை வழங்குவது பொருளாதார நிபுணரின் பணியாகும். பொருளாதார அளவீடு பெரும்பாலான பொருளாதாரக் கோட்பாட்டிற்கு அனுபவ உள்ளடக்கத்தை வழங்குகிறது.

இல் **கணிதப் பொருளாதாரம்**, பொருளாதாரக் கோட்பாடு கணித வடிவம் அல்லது சமன்பாடுகளில் வெளிப்படுத்தப்படுகிறது. பொருளாதாரக் கோட்பாட்டின் அனுபவச் சரிபார்ப்புடன் பொருளாதார அளவியல் முக்கியமாக அக்கறை கொண்டுள்ளது. பொருளாதார வல்லுநர் பெரும்பாலும்

## குறிப்பு

## குறிப்பு

கணிதப் பொருளாதார நிபுணரால் முன்மொழியப்பட்ட கணிதச் சமன்பாடுகளைப் பயன்படுத்துகிறார், மேலும் இந்த சமன்பாடுகளை அனுபவப் பரிசோதனைக்குக் கொடுக்கும் வகையில் இந்தச் சமன்பாடுகளை வைக்கிறார்.

கணித சமன்பாடுகளை பொருளாதார சமன்பாடுகளாக மாற்றுவதற்கு அதிக புத்தி கூர்மை மற்றும் நடைமுறை திறன் தேவை. பொருளாதார புள்ளிவிவரங்கள் முக்கியமாக அட்டவணைகள் மற்றும் விளக்கப்படங்களின் வடிவத்தில் பொருளாதாரத் தரவைச் சேகரித்தல், செயலாக்குதல் மற்றும் வழங்குவதில் அக்கறை கொண்டுள்ளது. முதன்மையாக, மக்கள்தொகையில் இருந்து தரவுகளை சேகரிப்பதற்கு ஒரு பொருளாதார புள்ளியியல் நிபுணர் பொறுப்பு. இந்த சேகரிக்கப்பட்ட தரவுகள் பொருளாதார அளவீட்டு வேலைக்கான மூலப்பொருள் (தரவு) ஆகும். ஒரு பொருளாதார புள்ளியியல் நிபுணர், கருதுகோள் அல்லது பொருளாதாரக் கோட்பாட்டைச் சோதிக்க சேகரிக்கப்பட்ட தரவைப் பயன்படுத்துவதில் அக்கறை காட்டுவதில்லை. நிச்சயமாக, அதைச் செய்பவர் ஒரு பொருளாதார நிபுணராக மாறுகிறார். பொருளாதாரக் கோட்பாட்டின் கருதுகோளின் செல்லுபடியை சோதிக்க ஒரு பொருளாதாரவியல் நிபுணர் இந்தத் தரவைப் பயன்படுத்துகிறார்.

கணித புள்ளியியல் மதிப்பீட்டிற்கான கருவிகளை வழங்குகிறது. இந்த கருவிகள் வெவ்வேறு நிபந்தனைகளுக்கு பொருந்தும். உதாரணமாக, உயிரியல் அறிவியலில் இந்தக் கருவிகளைப் பயன்படுத்தும் போது, அது பயோமெட்ரிக் என்று குறிப்பிடப்படுகிறது. உயிரியலில், தரவு கட்டுப்படுத்தப்பட்ட முறையில் உருவாக்கப்படுகிறது, ஆனால் சமூக அறிவியலில், குறிப்பாக பொருளாதாரத்தில், கட்டுப்படுத்தப்பட்ட முறையில் தரவுகளை உருவாக்க முடியாது. எல்லா தரவுகளும் ஒரே நேரத்தில் மாறிக்கொண்டே இருக்கின்றன, எனவே கட்டுப்பாடற்ற சூழலில் கணிதப் புள்ளிவிவரங்களைப் பயன்படுத்துவது பொருளாதார அளவீடாக மாறுகிறது. பெரும்பாலான பொருளாதாரத் தரவின் தனித்துவமான தன்மையைக் கருத்தில் கொண்டு ஒரு பொருளாதார வல்லுநருக்கு பெரும்பாலும் சிறப்பு முறைகள் தேவைப்படுகின்றன, ஏனெனில் தரவு கட்டுப்படுத்தப்பட்ட நிலையில் உருவாக்கப்படவில்லை.

### 1.3.2 பொருளாதாரவியல் மற்றும் கணித பொருளாதாரம்

கணிதப் பொருளாதாரத்தில், பொருளாதாரத்தின் இலக்கிய வடிவங்கள் கணிதக் குறியீடுகளின் அடிப்படையில் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. கணிதப் பொருளாதாரம் என்பது பொருளாதார பகுப்பாய்விற்கான ஒரு அணுகுமுறை மட்டுமே மற்றும் எந்த அடிப்படை வழியிலும் பொருளாதார பகுப்பாய்வுக்கான கணிதமற்ற அணுகுமுறையிலிருந்து வேறுபடுவதில்லை. கணிதப் பொருளாதாரம் மற்றும் இலக்கியப் பொருளாதாரம் ஆகியவற்றுக்கு இடையேயான முக்கிய வேறுபாடு முக்கியமாக கணிதப் பொருளாதாரத்தில் அனுமானங்களும் முடிவுகளும் கணித குறியீடுகள் மற்றும் சமன்பாடுகளில் கூறப்படுகின்றன, அதே சமயம் இலக்கியப் பொருளாதாரத்தில் இவை வார்த்தைகள், வாக்கியங்கள் அல்லது அறிக்கைகளில் கூறப்படுகின்றன. இரண்டும் ஒரே உறவுகளை விவரிக்கின்றன.

பொருளாதாரக் கோட்பாடோ அல்லது கணிதப் பொருளாதாரமோ சீரற்ற கூறுகளை அனுமதிக்காது, அவை உறவுகளைப் பாதிக்கலாம் மற்றும் அதன் தன்மையில் சீரற்றதாக இருக்கும். கணிதப் பொருளாதாரம் அல்லது பொருளாதாரக் கோட்பாட்டில் உள்ள உறவுகள் சீரற்ற வடிவத்தில் உள்ளன. பொருளாதாரக் கோட்பாட்டைப் பொருளாதாரக் கோட்பாட்டைக் கணித

## குறிப்பு

வடிவில் பொருளாதார அளவீடுகள் முன்வைத்தாலும், பொருளாதார உறவுகள் துல்லியமானவை (இயல்பற்றவை) என்று அது கருதுவதில்லை.

எகனோமெட்ரிக் ஒவ்வொரு பொருளாதார உறவையும் ஒரு சீரற்றதாகக் கருதுகிறது. சரியான உறவுகளில் இடையூறுகள் இருப்பதாகக் கருதுவதற்கு பல காரணங்கள் உள்ளன.

பொருளாதார அளவீட்டு முறைகள் விசாரணையின் கீழ் உள்ள உறவுகளின் குணகங்களுக்கு எண் மதிப்பை வழங்குகின்றன. கணிதப் பொருளாதாரம் அத்தகைய எண்ணியல் மதிப்பை வழங்கவில்லை என்றாலும், உறுதியான நிகழ்வுகளில் அனுபவ தரவுகளுடன் கோட்பாட்டின் கணித சூத்திரங்களை இணைப்பதன் மூலம் சுருக்கமான கோட்பாட்டு திட்டத்திலிருந்து எண்ணியல் முடிவுக்கு செல்ல பொருளாதாரவியல் நமக்கு உதவுகிறது. எனவே, பொருளாதாரக் கோட்பாட்டின் சரியான உறவுகளுக்கும் பொருளாதார யதார்த்தத்தின் குழப்பமான உறவுகளுக்கும் இடையே பொருளாதார அளவீடு ஒரு பாலத்தை வழங்குகிறது.

### 1.3.3 பொருளாதாரவியல் மற்றும் புள்ளியியல்

புள்ளிவிவரங்கள் தரவு சேகரிப்பு மற்றும் விரும்பிய வடிவத்தில் அதன் அட்டவணையைக் கையாள்கின்றன. பொருளாதார புள்ளிவிவரங்கள் முக்கியமாக பொருளாதாரக் கோட்பாட்டின் விளக்கமான அம்சமாகும். கணிதப் பொருளாதாரத்தைப் பொறுத்தவரை, இது பொருளாதார உறவுகளில் உள்ள அளவுருக்களின் எண் மதிப்புகளை வழங்காது.

பொருளாதாரப் புள்ளிவிவரங்களும் கணிதப் புள்ளிவிவரங்களிலிருந்து வேறுபடுகின்றன. அடிப்படைக் கணிதப் புள்ளிவிவரங்கள் எகனாமைட்ரிக் பொருளும், ஆனால் அவை கண்மூடித்தனமாகப் பயன்படுத்தப்படுவதில்லை. பொருளாதாரச் சிக்கல்களில் ஏற்படும் சீரற்ற அல்லது சீரற்ற நடத்தைக்கு அவற்றைத் தழுவிய பின்னரே அவை பயன்படுத்தப்படுகின்றன. இந்த மாற்றியமைக்கப்பட்ட புள்ளிவிவர முறைகள் பொருளாதார அளவீட்டு முறைகள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன.

## 1.4 பொருளாதாரவியல் இலக்குகள்

கணித பொருளாதாரம் மற்றும் பொருளாதார புள்ளியியல் ஆகியவை பொருளாதார அளவீட்டின் முக்கிய அம்சங்களாகும். கோட்பாட்டின் கணித உருவாக்கம் உறுதிப்பாடு மற்றும் துல்லியத்தை வழங்குகிறது, அதே சமயம் புள்ளிவிவரங்கள் உயிர் இரத்தம் அல்லது மூல தேதியை பொருளாதார அளவியல் பற்றிய புதிய கலப்பின புல அறிவுக்கு வழங்குகிறது. பொருளாதார அளவீடுகளின் முக்கிய குறிக்கோள்கள்:

1. பொருளாதாரக் கோட்பாட்டின் சரிபார்ப்பு அல்லது பொருளாதாரக் கோட்பாட்டின் செல்லுபடியை மதிப்பிடுதல்,
2. பொருளாதார உறவுகளின் குணகத்தின் மதிப்பீடு,
3. பொருளாதார அளவின் எதிர்கால மதிப்பை முன்னறிவித்தல்.

**பொருளாதாரக் கோட்பாட்டின்** சரிபார்ப்பு பொருளாதாரக் கோட்பாடுகளின் சரிபார்ப்பே பொருளாதார அளவீடுகளின் முதன்மைக் குறிக்கோள். சில அனுபவச் சோதனைகள் இல்லாமல் எந்தக் கோட்பாடும் அதன் சொந்தத் தகுதியில் நிற்க முடியாது மற்றும் பொருளாதார அளவீடுகள் அத்தகைய அனுபவச் சோதனையைச் செய்ய அனுமதிக்கிறது.

## குறிப்பு

பொருளாதாரக் கோட்பாடுகள் எவ்வளவு நன்றாக விளக்குகின்றன மற்றும் இதுவரை பொருளாதார அலகுகளின் உண்மையான நடத்தையை விளக்குவதற்கு எகனாமெட்ரிக் நமக்கு உதவுகிறது.

**பொருளாதார உறவுகளின் குணகங்களின் மதிப்பீடு:** எகனாமெட்ரிக் என்பது பொருளாதார நடவடிக்கைகளின் அளவீடுகளின் பகுப்பாய்வுடன் தொடர்புடையது. பொருளாதாரக் கோட்பாட்டின் வெவ்வேறு அளவுருக்கள் மதிப்பீடு செய்யக்கூடிய பொருளாதார உறவுகளின் தனிப்பட்ட குணகங்களின் நம்பகமான மதிப்பீடுகளைப் பெற பல்வேறு பொருளாதார நுட்பங்கள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. எடுத்துக்காட்டாக, பொருளாதார அளவீடுகள் விளிம்பு செலவுகள், குறு வருவாய், தேவையின் நெகிழ்ச்சி மற்றும் விநியோகத்தின் நெகிழ்ச்சி, பெருக்கி குணகங்கள் மற்றும் உற்பத்தியின் தொழில்நுட்ப குணகங்கள் போன்றவற்றின் மதிப்பீடுகளை வழங்க முடியும். அத்தகைய அனைத்து குணகங்களின் அறிவு, சிறந்த பொருளாதாரக் கொள்கைகளை உருவாக்குவதற்கு மிகவும் மதிப்புமிக்கது. உற்பத்திச் செயல்பாட்டின் மதிப்பீடு பல்வேறு நிறுவனங்கள் மற்றும் தொழில்களில் தொழிலாளர் மற்றும் மூலதனத்தின் விளிம்பு உற்பத்தித்திறனை ஒப்பிட்டுப் பார்க்க உதவுகிறது; மேலும் தொழில் அனுபவிக்கும் அளவிற்கான வருமானத்தைப் பற்றிய நுண்ணறிவையும் வழங்குகிறது.

பொருளாதார அளவுகளின் எதிர்கால மதிப்பை முன்னறிவித்தல்: பொருளாதாரக் கோட்பாட்டின் மதிப்பீடு மற்றும் பொருளாதார உறவுகளின் குணகங்களின் எண் மதிப்புகளின் மதிப்பீட்டிற்குப் பிறகு, எகனாமெட்ரிக் மாதிரிகள் முன்கணிப்புக்கு பயன்படுத்தப்படலாம். தற்போது, வளர்ச்சியடைந்த பொருளாதாரங்களை ஒழுங்குபடுத்துவதற்கும், வளர்ச்சியடையாத அல்லது வளர்ச்சியடையாத பொருளாதாரங்களின் பொருளாதார வளர்ச்சிக்கான திட்டமிடலுக்கும் முன்னறிவிப்பு படிப்படியாக முக்கியமானதாகி வருகிறது.

முன்கணிப்பு என்பது சுயாதீன மாறியின் கொடுக்கப்பட்ட மதிப்பிற்கான சார்பு மாறியின் எதிர்பார்க்கப்படும் மதிப்பின் மதிப்பீடு அல்லது கவனிப்பு ஆகும். எடுத்துக்காட்டாக, நுகர்வுக்கான விளிம்பு நாட்டத்தின் மதிப்பீட்டிலிருந்து, முதலீட்டு பெருக்கி முடியும்

$$K = \frac{1}{1-MPC}$$

ஒரு எளிய சூத்திரத்தால் கணக்கிடப்படும்.

MPC = 0.7 ஆக இருக்கட்டும்

$$K = 1/(1-MPC) \quad K = 1/(1-0.7) \quad K = 1/0.3 \quad K = 3.33$$

பின்னர், முதலீட்டில் கொடுக்கப்பட்ட அதிகரிப்புக்கு, தேசிய வருமானத்தில் நிகர இறுதி அதிகரிப்பு. தேசிய வருமானம் அதிகரிப்பதற்கான முன்னறிவிப்பு மதிப்பு விரும்பியதை விட குறைவாக இருந்தால், இலக்கை அடைய அரசாங்கம் பல்வேறு நடவடிக்கைகளை எடுக்க வேண்டும். எனவே, முன்னறிவிப்பு அரசாங்கம் அல்லது கொள்கை வகுப்பாளர்கள், தொடர்புடைய பொருளாதார மாறுபாட்டை பாதிக்க ஏதேனும் நடவடிக்கை எடுக்க வேண்டுமா என்று தீர்மானிக்க உதவுகிறது.

## 1.5 பொருளாதார அணுகுமுறையின் தன்மை

பொருளியலின் இயல்பு அது அறிவியலா அல்லது கலையா என்பதைக் குறிக்கிறது. பொருளாதார அளவீடு என்பது ஒரு அறிவியல், ஏனென்றால் பொருளாதார அளவீடுகளில் மற்ற அறிவியல் துறைகளைப் போலவே,

## குறிப்பு

அனைத்து நடைமுறைகளும் முறையான (அறிவியல்) முறையில் மேற்கொள்ளப்படுகின்றன. ஒரு அறிவியல் ஆய்வில், நாம் முதலில் பல விஷயங்களை அல்லது நடத்தைகளைக் கவனிக்கிறோம், அதன்பிறகுதான் தரவு சேகரிக்கப்பட்டு, பின்னர் தரவு பகுப்பாய்வு செய்யப்பட்டு, இறுதியாக முடிவுகள் எட்டப்படும்.

அதேபோன்று, பொருளாதார அளவியல் பகுப்பாய்விலும், முதலில் சில நடத்தைகளை, குறிப்பாக சில சமூக நடத்தைகளை கவனிக்கிறோம். பின்னர், இவை தொடர்பான தரவுகளை சேகரிக்கிறோம்.

நடத்தைகள். தரவைச் சேகரித்த பிறகு, இந்தத் தரவுத் தொகுப்புகளை நாங்கள் பகுப்பாய்வு செய்து ஒரு குறிப்பிட்ட முடிவுக்கு வருகிறோம். தரவு பகுப்பாய்வின் முக்கிய நோக்கம் ஒரு முடிவைக் கொண்டு வருவதே ஆகும், இதன் மூலம் குறிப்பிட்ட கோட்பாடு ஒரு குறிப்பிட்ட சூழலில் செல்லுபடியாகுமா அல்லது செல்லுபடியாகாது என்பதை நாம் முடிவு செய்யலாம்.

எகனோமெட்ரிக் ஒரு கலையாகவும் இருக்கலாம், ஏனென்றால் மற்ற கலைஞரைப் போலவே ஒரு பொருளாதார நிபுணர் தரவை பகுப்பாய்வு செய்கிறார். பொருளாதார மாதிரிகளை எவ்வாறு அமைப்பது, மாறிகளை மதிப்பிடுவது மற்றும் பொருளாதாரக் கோட்பாட்டின் செல்லுபடியை சோதிப்பது எப்படி என்பதை எகனோமெட்ரிக்கில் கற்றுக்கொள்கிறோம்.

அடிப்படையில், பொருளாதாரத் தரவுகளைப் பயன்படுத்துவதற்கான அறிவியல் மற்றும் கலை, பொருளாதார முடிவெடுப்பதில் இருந்து உருவாக்கப்படும் பொருளாதாரத் தரவு என்று கூறலாம். பொருளாதார தரவு பல்வேறு சூழல்களில் பயன்படுத்தப்படலாம். இந்த குறிப்பிட்ட நுட்பம் கூட பொருளாதாரக் கோட்பாட்டிற்கு அனுபவச் செல்லுபடியை பகுப்பாய்வு செய்வதற்கும் வழங்குவதற்கும் பயன்படுத்தப்படலாம்.

பொருளாதாரவியல் என்பது அறிவியல் மற்றும் கலை ஆகிய இரண்டும் ஆகும். ஒவ்வொரு ஆராய்ச்சியாளரும் கணக்கில் எடுத்துக்கொள்ள வேண்டிய சில நிலையான நிலைகள் உள்ளன:

**நிலை 1** - ஒவ்வொரு பொருளாதாரவியல் ஆராய்ச்சியின் முதல் மற்றும் முக்கிய படியானது கோட்பாடு அல்லது கருதுகோளின் எந்தவொரு அறிக்கையையும் எடுத்துக்கொள்வதாகும்.

**நிலை 2** - ஆராய்ச்சியின் இந்த நிலை மாதிரியின் விவரக்குறிப்பு. மாதிரியின் விவரக்குறிப்புகள் பொருளாதாரக் கோட்பாட்டின் அடிப்படையில் இருக்க வேண்டும். இந்த கட்டத்தில், பின்வருவனவற்றை இறுதி செய்ய வேண்டும்:

- மாதிரியில் சேர்க்கப்பட வேண்டிய சார்பு மற்றும் சுயாதீன மாறிகள்
- அளவுருவின் அளவு மற்றும் அடையாளம் பற்றிய முன்கூட்டிய அனுமானங்கள் மாதிரி
- மாதிரியின் கணித உருவாக்கம்

**நிலை 3** - இந்த கட்டத்தில், பொருத்தமான பொருளாதார அளவீட்டு முறையின் மூலம் மாதிரியின் மதிப்பீடு செய்யப்பட வேண்டும். இதில் அடங்கும்:

- மாதிரியில் சேர்க்கப்பட்டுள்ள மாறிகள் பற்றிய தரவு சேகரிப்பு
- மல்டி-கோலினியரிட்டி பிரச்சனையின் ஆய்வு
- மாதிரியானது ஒரு சமன்பாட்டை விட அதிகமாக இருந்தால்,

அடையாள நிலைமைகளை ஆய்வு செய்தல்

## குறிப்பு

**நிலை 4** - இந்த கட்டத்தில், மதிப்பீடுகள் நம்பகமானவையா என்பதைக் கண்டறிய சில அளவுகோல்களின் அடிப்படையில் மதிப்பிடப்பட்ட மாதிரி மதிப்பீடு செய்யப்பட வேண்டும்.

மதிப்பீடு என்பது அளவுருக்களின் மதிப்பீடுகள் கோட்பாட்டு ரீதியாக அர்த்தமுள்ளதா மற்றும் புள்ளிவிவர ரீதியாக முக்கியத்துவம் வாய்ந்ததா என்பதை தீர்மானிப்பதைக் கொண்டுள்ளது. அத்தகைய மதிப்பீட்டிற்கு பின்வரும் மூன்று அளவுகோல்கள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன.

**பொருளாதார 'A Priori' அளவுகோல்கள்:** இவை பொருளாதாரக் கோட்பாட்டின் கொள்கைகளால் தீர்மானிக்கப்படுகின்றன. அளவுருக்களின் மதிப்பீடுகள் ஒரு முன்னோடி அளவுகோலுக்கு இணங்கவில்லை என்றால், குறிப்பிட்ட விஷயத்தில் பொருளாதாரக் கோட்பாட்டின் கொள்கைகள் இல்லை என்று நம்புவதற்கு ஒரு நல்ல காரணம் இல்லாவிட்டால், அவை நிராகரிக்கப்பட வேண்டும்.

இதுபோன்ற சந்தர்ப்பங்களில், வெவ்வேறு அடையாளம் மற்றும் அளவுகளுடன் மதிப்பீடுகளை ஏற்றுக்கொள்வதற்கான காரணங்கள் தெளிவாகக் குறிப்பிடப்பட வேண்டும்.

**புள்ளியியல் அளவுகோல்கள் (முதல்-வரிசை சோதனை):** இந்த சோதனைகள் புள்ளியியல் கோட்பாட்டால் தீர்மானிக்கப்படுகின்றன. மதிப்பீடுகளின் நிலையான விலகல் அல்லது நிலையான பிழை () மற்றும் தொடர்பு குணகம் () ஆகியவை அடங்கும். நிர்ணய குணகம் ( $r$ ) 2) மாதிரித் தரவுகளிலிருந்து கணக்கிடப்பட்டது, விளக்க மாறிகளில் ஏற்படும் மாற்றம் காரணமாக சார்பு மாறியின் மொத்த மாறுபாடுகளின் சதவீதத்தை விளக்குகிறது. மதிப்பீடுகளின் நிலையான விலகல் () உண்மையான அளவுருவைச் சுற்றி மதிப்பீடுகளின் பரவலை விவரிக்கிறது. எனவே, பெரிய நிலையான பிழை, குறைந்த நம்பகமானது, மற்றும் நேர்மாறாகவும்.

**பொருளாதார அளவுகோல் (இரண்டாம் வரிசை சோதனை):** பொருளாதாரவியல் கோட்பாடு இந்த சோதனைகளை வழங்குகிறது. இந்தச் சோதனைகள் மதிப்பீடுகளில் பாரபட்சமற்ற தன்மை, போதுமான தன்மை மற்றும் நிலைத்தன்மை போன்ற விரும்பத்தக்க பண்புகள் உள்ளதா என்பதை நிறுவ உதவுகின்றன. பயன்படுத்தப்படும் எகனாமெட்ரிக் நுட்பத்தின் அனுமானங்கள் திருப்திகரமாக இல்லாவிட்டால், மதிப்பீடுகள் சில விரும்பத்தக்க பண்புகளைக் கொண்டிருப்பதை நிறுத்திவிடும். பல்வேறு பொருளாதாரவியல் நுட்பங்களின் அனுமானங்கள் வேறுபடுகின்றன, எனவே, ஒவ்வொரு முறைக்கும் பல்வேறு பொருளாதார அளவுகோல்கள் உள்ளன. மதிப்பீடுகளை ஏற்கும் அல்லது நிராகரிக்கும் முன், மேலே உள்ள அனைத்து அளவுகோல்களையும் பயன்படுத்துவது அவசியம்.

பொருளாதார அளவீடுகளின் முக்கிய நோக்கம் முன்கணிப்பு ஆகும். இறுதி கட்டத்தில், மாதிரியின் முன்கணிப்பு சக்தி ஆராயப்பட உள்ளது. முன்கணிப்பு கொள்கை தேர்வு மற்றும் கொள்கை மதிப்பீடு ஆகியவற்றுடன் நெருங்கிய தொடர்புடையது. உண்மையில் கொள்கை மதிப்பீட்டின் பெரும்பாலான முறைகள் ஒரு குறிப்பிட்ட வகை முன்னறிவிப்பைச் சார்ந்துள்ளது. பல நேரங்களில், மாதிரி மதிப்பிடப்பட்ட மாதிரி காலத்திற்கு பொருளாதார ரீதியாக அர்த்தமுள்ளதாகவும் புள்ளிவிவர ரீதியாகவும் பொருளாதார ரீதியாகவும் சரியானதாக இருக்கலாம், இருப்பினும் இது

## குறிப்பு

மிகவும் மோசமான முன்கணிப்பு சக்தியைக் கொண்டிருக்கலாம். இது மாதிரியில் உள்ள கட்டமைப்பு அளவுருக்களின் உணர்திறன் காரணமாக இருக்கலாம் அல்லது விளக்க மாறியின் மதிப்பு துல்லியமாக இல்லாததால் இருக்கலாம்; அல்லது குணகங்களின் மதிப்பீடுகள் சரியாக இல்லை.

மதிப்பிடப்பட்ட மதிப்பு (முன்கணிப்பு மதிப்பு) தொடர்புடைய சார்பு மாறியின் உண்மையான அளவுடன் ஒப்பிடப்படுகிறது. இரண்டு மாறிகளுக்கு இடையிலான வேறுபாடு புள்ளிவிவர ரீதியாக சோதிக்கப்படுகிறது. விரும்பிய முக்கியத்துவம் வாய்ந்த சோதனையை நடத்திய பிறகு, இந்த வேறுபாடு குறிப்பிடத்தக்கதாக இருப்பதைக் கண்டால், மாதிரியின் முன்கணிப்பு சக்தி மோசமாக உள்ளது என்று முடிவு செய்ய வேண்டும்.

பொருளாதார அளவீடு இரண்டு பிரிவுகளாக பிரிக்கப்பட்டுள்ளது:

- தத்துவார்த்தமானது
- ஆய்வு

கோட்பாட்டு பொருளாதார அளவியல் பொருளாதார உறவுகளை அளவிடுவதற்கான பொருத்தமான முறைகளின் வளர்ச்சியைக் கையாள்கிறது. கோட்பாட்டு பொருளாதாரவியல் இந்த முறைகள் மற்றும் அவற்றின் பண்புகளின் அனுமானத்தையும் விளக்குகிறது. முறையின் அனுமானங்களில் ஒன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்டவை நிறைவேற்றப்படாதபோது இந்த பண்புகளுக்கு என்ன நடக்கும் என்பது கவலைக்குரியது.

பயன்பாட்டு பொருளாதார அளவியல் என்பது பொருளாதார அளவியல் ஆராய்ச்சியின் நடைமுறை மதிப்பை விவரிக்கிறது. இது பொருளாதாரக் கோட்பாட்டின் பல்வேறு துறைகளுக்கு அதன் சரிபார்ப்புக்காக கோட்பாட்டுப் பொருளாதாரத்தில் உருவாக்கப்பட்ட பொருளாதாரவியல் நுட்பங்களின் பயன்பாடுகளைக் கையாள்கிறது. முன்னறிவிப்பு, தற்போது, சந்தை தேவை மற்றும் வழங்கல், செலவு செயல்பாடு மற்றும் நுகர்வு மற்றும் முதலீட்டு செயல்பாடுகள் ஆகிய துறைகளில் பொருளாதார அளவீடுகள் பெருமளவில் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. கொள்கை வகுப்பாளர்களுக்கு மிகவும் முக்கியமான இந்த ஆய்வுகளிலிருந்து எண்ணியல் முடிவுகளைப் பெறுவதற்கு பயன்பாட்டு பொருளாதாரவியல் சாத்தியமாக்கியுள்ளது.

### உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சரிபார்க்கவும்

1. 'எகோனோ' மற்றும் 'மெட்ரிக்' என்ற சொற்கள் எதைக் குறிக்கின்றன?
2. பொருளாதாரக் கோட்பாட்டின் செல்லுபடியை அளவிடுவதற்கு பொருளாதார அளவீட்டில் எந்தத் துறைகளில் இருந்து பெறப்பட்ட கருவிகள்?
3. பொருளாதார அளவீடுகளை பின்வரும் விதிமுறைகளில் வரையறுத்தவர் யார்?  
"பொருளாதாரத் தத்துவம், கணிதம் மற்றும் புள்ளிவிவர அனுமானத்தின் கருவிகள் பொருளாதார நிகழ்வுகளை பகுப்பாய்வு செய்யப் பயன்படுத்தப்படும் சமூக அறிவியலாக பொருளாதார அளவீடுகள் வரையறுக்கப்படலாம்."
4. A.S. கோல்ட்பெர்கரின் கூற்றுப்படி, பொருளாதாரக் கோட்பாட்டின் முக்கிய பணி என்ன?
5. பொருளாதாரம், கணிதம் மற்றும் புள்ளியியல் ஆகியவற்றின் ஒருங்கிணைப்பாக பொருளாதார அளவீடுகளின் நோக்கம் என்னவாகக் கருதலாம்?
6. பொருளாதார அளவீட்டு முறையின் முதல் படியை விளக்குக.

## குறிப்பு

7. எந்த கட்டத்தில் எகனாமெட்ரிக் மாதிரிகளை முன்னறிவிப்புக்கு பயன்படுத்தலாம்?
8. கோட்பாட்டின் கணித மாதிரியின் விவரக்குறிப்புக்குப் பிறகு, பொருளாதாரவியல் முறையியலில், எந்தப் படி பின்பற்றப்படுகிறது?
9. பொருளாதாரப் புள்ளிவிவரங்கள் முக்கியமாக எதுவுடன் தொடர்புடையது?
10. பொருளாதார அளவீடுகளின் இரண்டு பிரிவுகளை விளக்கவும்.

## 1.6 உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சரிபார்க்கும் கேள்விகளின் பதில்கள்

1. 'எகோனோ' என்பது பொருளாதாரத்தையும், 'மெட்ரிக்' என்பது அளவீட்டையும் குறிக்கிறது.
2. பொருளாதாரக் கோட்பாட்டின் செல்லுபடியை அளவிடுவதற்கு பொருளாதாரவியல் மற்றும் புள்ளியியல் கருவிகள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன.
3. ஆர்தர் S. கோல்ட்பெர்கர்.
4. கோல்ட்பெர்கரின் கூற்றுப்படி, பொருளாதாரக் கோட்பாட்டின் முக்கியப் பணியானது, பொருளாதாரக் கோட்பாட்டின் சரியான உறவுகளுக்கும் பொருளாதார யதார்த்தத்தின் குழப்பமான உறவுகளுக்கும் இடையே ஒரு பாலத்தை வழங்குவதாகும்.
5. பொருளாதார உறவுகளின் அளவுருக்களுக்கான எண் மதிப்புகளை வழங்குவதற்கும் பொருளாதார கோட்பாடுகளை சரிபார்க்கும் நோக்கத்திற்காகவும் பொருளாதாரம், கணிதம் மற்றும் புள்ளியியல் ஆகியவற்றின் ஒருங்கிணைப்பாக பொருளாதார அளவீடுகள் கருதப்படலாம்.
6. பொருளாதாரவியல் முறையின் முதல் படி கோட்பாடு அல்லது கருதுகோள் அறிக்கையை உருவாக்குவதாகும்.
7. பொருளாதாரக் கோட்பாட்டின் மதிப்பீடு மற்றும் பொருளாதார உறவுகளின் குணகங்களின் எண் மதிப்புகளின் மதிப்பீட்டிற்குப் பிறகு, பொருளாதார அளவீட்டு மாதிரிகள் முன்கணிப்புக்கு பயன்படுத்தப்படலாம்.
8. பொருளாதாரவியல் முறைமையில், கோட்பாட்டின் கணித மாதிரியின் விவரக்குறிப்புக்குப் பிறகு புள்ளிவிவர அல்லது பொருளாதார மாதிரியின் விவரக்குறிப்பு நடத்தப்படுகிறது.
9. பொருளாதார புள்ளிவிவரம் முக்கியமாக பொருளாதார தரவுகளை சேகரித்தல், செயலாக்குதல் மற்றும் அட்டவணைகள் மற்றும் விளக்கப்படங்களின் வடிவத்தில் வழங்குவதில் அக்கறை கொண்டுள்ளது.
10. பொருளாதார அளவீடுகளின் இரண்டு கிளைகள் கோட்பாட்டு மற்றும் பயன்படுத்தப்படுகின்றன.

## 1.7 தொகுப்பு

- பொருளாதார அளவீடு என்பது பொருளாதாரத்தின் ஒரு கிளை ஆகும், இதில் உறவுகளை அளவிடுவது விவாதிக்கப்படுகிறது. பொருளாதார



## குறிப்பு

- உறவுகளுக்கு அனுபவ உள்ளடக்கத்தை வழங்குவதற்காக பொருளாதார தரவுகளுக்கு புள்ளிவிவர முறையின் பயன்பாடு ஆகும்.
- பொருளாதாரக் கோட்பாடுகள் வெவ்வேறு பொருளாதார மாறிகளுக்கு இடையிலான அளவு உறவுகளை வரையறுக்க முயற்சி செய்கின்றன.
- கோட்பாடு உண்மையான தரவுகளுடன் இணக்கமாக இருந்தால், நாங்கள் கோட்பாட்டை சரியானதாக ஏற்றுக்கொள்கிறோம். கோட்பாடு உண்மையான தேதியுடன் பொருந்தவில்லை என்றால், நாம் கோட்பாட்டை நிராகரிக்கிறோம் அல்லது அதை மாற்றுவோம்.
- Econometric என்பது பல்வேறு பொருளாதார கோட்பாடுகள் மற்றும் கருத்துகளை விவரிக்க அல்லது சோதனை செய்ய அனுமதிக்கும் கணித மற்றும் புள்ளியியல் கருவிகளின் தொகுப்பாகும். இது பொருளாதாரம், கணிதம் மற்றும் புள்ளியியல் ஆகியவற்றின் கலவையாகும்.
- Econometric என்ற சொல் Econo + metric என்ற இரு கூறுகளால் ஆனது. பொருளாதாரம் பொருளாதாரம் மற்றும் மெட்ரிக் என்பது அளவீடு. எனவே, எகோனோமெட்ரிக் என்ற சொல் பொருளாதாரம் அல்லது பொருளாதார அளவீட்டைக் குறிக்கிறது.
- பொருளாதாரக் கோட்பாட்டின் செல்லுபடியை அளவிடுவதற்கு பொருளாதார அளவியல் கணிதம் மற்றும் புள்ளியியல் கருவியைப் பயன்படுத்தியது. எகனாமெட்ரிக் என்பது ஒரு அறிவியல் மற்றும் ஒரு கலை.
- எளிமையான வார்த்தைகளில், பொருளாதார உறவுகளின் அளவுருக்களுக்கு எண் மதிப்புகளை வழங்குவதற்கும் பொருளாதார கோட்பாடுகளை சரிபார்க்கும் நோக்கத்திற்காகவும் பொருளாதாரம், கணிதம் மற்றும் புள்ளியியல் ஆகியவற்றின் ஒருங்கிணைப்பாக பொருளாதார அளவீடுகள் கருதப்படலாம்.
- பொருளாதார அளவீட்டு முறைமையில், எட்டு குறிப்பிட்ட நிலைகள் உள்ளன, அவை: கோட்பாடு அல்லது கருதுகோள் அறிக்கை, கோட்பாட்டின் கணித மாதிரியின் விவரக்குறிப்பு, புள்ளிவிவர அல்லது பொருளாதார மாதிரியின் விவரக்குறிப்பு, தரவைப் பெறுதல், பொருளாதார மாதிரியின் அளவுருக்களின் மதிப்பீடு, கருதுகோள். சோதனை, கணிப்பு அல்லது முன்கணிப்பு, மற்றும் கட்டுப்பாடு அல்லது கொள்கை நோக்கத்திற்காக மாதிரியின் பயன்பாடு.
- பொருளாதார அளவீடுகளின் முக்கிய நோக்கம் முன்கணிப்பு ஆகும். முன்கணிப்பு கொள்கை தேர்வு மற்றும் கொள்கை மதிப்பீடு ஆகியவற்றுடன் நெருங்கிய தொடர்புடையது. பல நேரங்களில், ஒரு மாதிரியானது பொருளாதார ரீதியாக அர்த்தமுள்ளதாகவும் புள்ளிவிவர ரீதியாகவும் பொருளாதார ரீதியாகவும் சரியாக இருக்கலாம், ஆனால் அது மிகவும் மோசமான முன்கணிப்பு சக்தியைக் கொண்டிருக்கலாம். இது மாதிரியில் உள்ள கட்டமைப்பு அளவுருக்களின் உணர்திறன் காரணமாக இருக்கலாம் அல்லது விளக்க மாறியின் மதிப்பு துல்லியமாக இல்லாததால் இருக்கலாம்; அல்லது குணகங்களின் மதிப்பீடுகள் சரியாக இல்லை.
- கணிதப் பொருளாதாரம் மற்றும் இலக்கியப் பொருளாதாரம் ஆகியவற்றுக்கு இடையேயான முக்கிய வேறுபாடு முக்கியமாக கணிதப் பொருளாதாரத்தில் அனுமானங்களும் முடிவுகளும் கணித குறியீடுகள் மற்றும் சமன்பாடுகளில் கூறப்படுகின்றன, அதே சமயம் இலக்கியப் பொருளாதாரத்தில் இவை வார்த்தைகள், வாக்கியங்கள் அல்லது அறிக்கைகளில் கூறப்படுகின்றன.

## குறிப்பு

- புள்ளிவிவரங்கள் தரவு சேகரிப்பு மற்றும் விரும்பிய வடிவத்தில் அதன் அட்டவணையைக் கையாள்கின்றன. அடிப்படைக் கணிதப் புள்ளிவிவரங்கள் பொருளாதார அளவீட்டில் பொருந்தும், ஆனால் அவை கண்முடித்தனமாகப் பயன்படுத்தப்படுவதில்லை. பொருளாதாரச் சிக்கல்களில் ஏற்படும் சீரற்ற அல்லது சீரற்ற நடத்தைக்கு அவற்றைத் தழுவிய பின்னரே அவை பயன்படுத்தப்படுகின்றன. இந்த மாற்றியமைக்கப்பட்ட புள்ளிவிவர முறைகள் பொருளாதார அளவீட்டு முறைகள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன.
- பொருளாதாரக் கோட்பாட்டின் முக்கிய குறிக்கோள்கள்: பொருளாதாரக் கோட்பாட்டின் சரிபார்ப்பு அல்லது பொருளாதாரக் கோட்பாட்டின் செல்லுபடியை மதிப்பீடு செய்தல், பொருளாதார உறவுகளின் குணகத்தின் மதிப்பீடு மற்றும் பொருளாதார அளவின் எதிர்கால மதிப்பைக் கணித்தல்.
- பயன்பாட்டு பொருளாதார அளவியல் என்பது பொருளாதார அளவியல் ஆராய்ச்சியின் நடைமுறை மதிப்பை விவரிக்கிறது. இது பொருளாதாரக் கோட்பாட்டின் பல்வேறு துறைகளில் அதன் சரிபார்ப்பு மற்றும் முன்கணிப்புக்காக கோட்பாட்டுப் பொருளாதாரத்தில் உருவாக்கப்பட்ட பொருளாதார நுட்பங்களின் பயன்பாடுகளைக் கையாள்கிறது.

## 1.8 முக்கிய வார்த்தைகள்

- பொருளாதார அளவீடுகள்: பொருளாதார அளவீடு என்பது பொருளாதாரத்தின் ஒரு கிளை ஆகும், இதில் உறவுகளை அளவிடுவது விவாதிக்கப்படுகிறது. பொருளாதார உறவுகளுக்கு அனுபவ உள்ளடக்கத்தை வழங்குவதற்காக பொருளாதார தரவுகளுக்கு புள்ளிவிவர முறையின் பயன்பாடு ஆகும்.
- அனுபவ உள்ளடக்கம்: கோட்பாட்டைக் காட்டிலும் சோதனை மற்றும் கவனிப்பு ஆகியவற்றிலிருந்து பெறப்பட்ட அல்லது தொடர்புடைய உள்ளடக்கம்.
- அளவு உறவு: அவற்றின் ஒப்பீட்டு அளவு, அளவு அல்லது பட்டம் ஆகியவற்றிற்கு இடையே உள்ள தொடர்பு (அல்லது பொருட்களின் பகுதிகள்).
- முறை: குறிப்பிட்ட கொள்கைகள் மற்றும் முறைகளின் அடிப்படையில் ஏதாவது செய்யும் ஒரு வழி.
- முன்னறிவிப்பு: எதிர்காலத்தில் ஒருவேளை என்ன நடக்கும் என்பதை குறிப்பிட்ட தகவலின் உதவியுடன் வரையறுக்க.
- புள்ளிவிவரங்கள்: புள்ளிவிவரங்கள் தரவு சேகரிப்பு மற்றும் விரும்பிய வடிவத்தில் அதன் அட்டவணையைக் கையாள்கின்றன. அடிப்படைக் கணிதப் புள்ளிவிவரங்கள் பொருளாதார அளவீட்டில் பொருந்தும், ஆனால் அவை கண்முடித்தனமாகப் பயன்படுத்தப்படுவதில்லை.

## 1.9 சுய மதிப்பீட்டு கேள்விகள் மற்றும் பயிற்சிகள்

### குறுகிய பதில் கேள்விகள்

1. கோட்பாடு அல்லது கருதுகோளின் அறிக்கை என்ன?

2. A. S. கோல்ட்பெர்கர், பொருளாதாரக் கோட்பாட்டின் முக்கியப் பணி என்ன?
3. கணிப்பு அல்லது முன்னறிவிப்பை விளக்குங்கள்.
4. பொருளாதாரத்தின் நான்கு பிரிவுகளை வரையறுக்கவும்.
5. பொருளாதார அளவியல் பயன்படுத்தும் முறையைக் குறிப்பிடவும்.

## குறிப்பு

### நீண்ட பதில் கேள்விகள்

1. பொருளாதார அளவீடுகளின் தன்மையை விளக்குக. இது எப்படி அறிவியல் மற்றும் கலை இரண்டும்?
2. பொருளாதார அளவீட்டு முறையின் எட்டு படிக்களை எடுத்துக்காட்டுகளின் உதவியுடன் வரையறுக்கவும்.
3. பொருளாதார அளவீடு என்றால் என்ன என்று உங்கள் சொந்த வார்த்தைகளில் எழுதுங்கள்?
4. பொருளாதாரம் மற்றும் கணித பொருளாதாரம் இடையே உள்ள தொடர்பை பகுப்பாய்வு செய்யுங்கள்.
5. பொருளியல் கோட்பாட்டின் பொருத்தத்தை ஒரு பாடமாக விவரிக்கவும். பொருத்தமான உதாரணங்களைக் கொடுங்கள்.
6. பொருளாதார அளவீடுகளின் இலக்குகளை விவரிக்கவும்.

### 1.10 மேலும் படிக்க

Johnston, J. and John DiNARDO. 1997. *Econometric Methods*, Fourth Edition. New Delhi: Tata McGraw-Hill.

Koutsoyiannis, A. I 1977. *Theo,y of Econometrics*, Second Edition. London: The Macmillan Press Ltd.

Ozdemir, Durmu, 2016. *Applied Statistics for Economics and Business*, Second Edition. Izmir (Thrkey): Springer.

Maddala, G.S. 1992. *Introduction to Econometrics*, Second Edition. New York: Macmillan Publishing Cornpany.

Pindyck, R. S and D. L. Rubinfeld. 1998. *Econometric Models and Economic Forecasts*, Fourth Edition. New York: McGraw Hill.

Goldberger, A. S. 1998. *Introductory Econometrics*. Cambridge: Harvard University Press.

Levirie, David M., Timothy C. Krehbiei, Mark L Berenson and P. K. Viswanathan. 2009. *Business Statist.*, Fifth Edition. New Delhi: Pearson Education.

Webster, Allen L. 1998. *Applied Statistics for Business and Economics*, Third Edition. New Delhi: Tata McGraw-Hill.

## புள்ளியியல் கருத்துக்கள்

### குறிப்பு

#### அமைப்பு

- 2.0 முன்னுரை
- 2.1 நோக்கங்கள்
- 2.2 புள்ளியியல் அடிப்படைக் கருத்து
  - 2.2.1 விளக்கமான புள்ளிவிபரங்கள்
  - 2.2.2 அனுமான புள்ளிவிவரங்கள்
  - 2.2.3 புள்ளியியல் விசாரணை
- 2.3 இயல்நிலைப் பரவல்
- 2.4 Chi-சதுரம்
- 2.5 t - விநியோகம்
- 2.6 f - விநியோகம்
- 2.7 அளவுருக்களின் மதிப்பீடு
- 2.8 மதிப்பீட்டாளர்களின் பண்புகள்
- 2.9 கருதுகோள்களின் சோதனை
- 2.10 உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சரிபார்க்கும் கேள்விகளின் பதில்கள்
- 2.11 சுருக்கத் தொகுப்பு
- 2.12 முக்கிய வார்த்தைகள்
- 2.13 சுய மதிப்பீட்டு கேள்விகள் மற்றும் பயிற்சிகள்
- 2.14 மேலும் படிக்க

### 2.0 அறிமுகம்

பொருளாதார உறவுகளுக்கு அனுபவபூர்வமான உள்ளடக்கத்தை வழங்குவதற்காக பொருளாதார தரவுகளுக்கு புள்ளிவிவர முறைகளின் பயன்பாடு பொருளாதார அளவீடு ஆகும். இன்னும் துல்லியமாக, இது 'உண்மையான பொருளாதார நிகழ்வுகளின் அளவு பகுப்பாய்வு கோட்பாடு மற்றும் அவதானிப்பு ஆகியவற்றின் ஒரே நேரத்தில் வளர்ச்சியின் அடிப்படையில், பொருத்தமான அனுமான முறைகளால் தொடர்புடையது'.

புள்ளிவிவரங்களில் இயல்பான விநியோகங்கள் முக்கியமானவை மற்றும் இயற்கை மற்றும் சமூக அறிவியலில் பெரும்பாலும் உண்மையான மதிப்புள்ள சீரற்ற மாறிகளைக் குறிக்கப் பயன்படுத்தப்படுகின்றன, அதன் விநியோகங்கள் தெரியவில்லை. அவற்றின் முக்கியத்துவம் மைய வரம்பு தேற்றம் காரணமாக உள்ளது.

$\chi^2$  சோதனை என்றும் எழுதப்பட்ட ஒரு சி-ஸ்கொயர்டு சோதனை, ஒரு புள்ளியியல் கருதுகோள் சோதனை ஆகும், இது சோதனை புள்ளிவிவரம் Chi-ஸ்கொயர்டாக இருக்கும் போது, பூஜ்ய கருதுகோளின் கீழ் விநியோகிக்கப்படும் போது, குறிப்பாக பியர்சனின் Chi-ஸ்கொயர்ட் சோதனை மற்றும் அதன் மாறுபாடுகள்.

## குறிப்பு

நிகழ்தகவு மற்றும் புள்ளிவிவரங்களில், மாணவர்களின்  $t$ -விநியோகம் (அல்லது வெறுமனே  $t$ -விநியோகம்) என்பது மாதிரி அளவு சிறியதாக இருக்கும் மற்றும் மக்கள்தொகையின் நிலையான விலகல் தெரியாத சூழ்நிலைகளில் சாதாரணமாக விநியோகிக்கப்படும் மக்கள்தொகையின் சராசரியை மதிப்பிடும் போது எழும் தொடர்ச்சியான நிகழ்தகவு விநியோகங்களின் குடும்பத்தின் உறுப்பினர். நிகழ்தகவு கோட்பாடு மற்றும் புள்ளிவிவரங்களில், தி  $F$ -விநியோகம், ஸ்னெட்கோரின் என்றும் அழைக்கப்படுகிறது.

$F$  விநியோகம் அல்லது ஃபிஷர்-ஸ்னெட்கோர் விநியோகம் என்பது ஒரு தொடர்ச்சியான நிகழ்தகவு விநியோகம் ஆகும், இது ஒரு சோதனை புள்ளிவிவரத்தின் பூஜ்ய விநியோகமாக அடிக்கடி எழுகிறது, குறிப்பாக மாறுபாடுகளின் பகுப்பாய்வு (ANOVA) மற்றும் பிற  $F$ -சோதனைகள்.

அளவுருக்கள் என்பது முழு மக்கள்தொகையின் விளக்கமான அளவீடுகள் ஆகும், அவை விநியோக வளைவுகளை உருவாக்க நிகழ்தகவு விநியோக செயல்பாட்டிற்கான (PDF) உள்ளீடுகளாகப் பயன்படுத்தப்படலாம். மதிப்பீட்டுக் கோட்பாடு மதிப்பீட்டாளர்களின் பண்புகளுடன் தொடர்புடையது; அதாவது, ஒரே தரவின் அடிப்படையில், வெவ்வேறு மதிப்பீட்டாளர்களை (மதிப்பீடுகளை உருவாக்குவதற்கான வெவ்வேறு விதிகள்) ஒப்பிடுவதற்குப் பயன்படுத்தக்கூடிய வரையறுக்கும் பண்புகளுடன். கொடுக்கப்பட்ட சூழ்நிலைகளில் பயன்படுத்த சிறந்த விதிகளைத் தீர்மானிக்க இத்தகைய பண்புகள் பயன்படுத்தப்படலாம்.

ஒரு புள்ளியியல் மாதிரியின் பொருத்தத்தின் நன்மை, அது எவ்வளவு நன்றாக அவதானிப்புகளுக்கு பொருந்துகிறது என்பதை விவரிக்கிறது. பொருத்தத்தின் நன்மைக்கான அளவீடுகள் பொதுவாக கவனிக்கப்பட்ட மதிப்புகளுக்கும் கேள்விக்குரிய மாதிரியின் கீழ் எதிர்பார்க்கப்படும் மதிப்புகளுக்கும் இடையிலான வேறுபாட்டைச் சுருக்கமாகக் கூறுகின்றன. இத்தகைய நடவடிக்கைகள் புள்ளிவிவர கருதுகோள் சோதனையில் பயன்படுத்தப்படலாம். அஸ்டாடிஸ்டிகல் கருதுகோள் என்பது ஒரு கருதுகோள் ஆகும், இது சீரற்ற மாறிகளின் தொகுப்பால் எடுக்கப்பட்ட உணரப்பட்ட மதிப்புகள் மாதிரியாகக் காணப்பட்ட தரவுகளின் அடிப்படையில் சோதிக்கப்படுகிறது. சாத்தியமான கூட்டு விநியோகங்களின் சில தொகுப்பில் கூட்டு நிகழ்தகவு பரவலைக் கொண்ட சீரற்ற மாறிகளின் தொகுப்பின் உணரப்பட்ட மதிப்புகளாக தரவுகளின் சொத்து வடிவமைக்கப்பட்டுள்ளது. சோதிக்கப்படும் கருதுகோள் சாத்தியமான நிகழ்தகவு விநியோகங்களின் தொகுப்பாகும். அளவீட்டு அளவு, புள்ளியியல் பகுப்பாய்வில், எண்களால் வழங்கப்படும் தகவல் வகை. நான்கு அளவுகளில் ஒவ்வொன்றும் (அதாவது பெயரளவு, ஆர்டினல், இடைவெளி மற்றும் விகிதம்) வெவ்வேறு வகையான தகவலை வழங்குகிறது. அளவீடு என்பது எண்களை அர்த்தமுள்ள விதத்தில் ஒதுக்குவதைக் குறிக்கிறது, மேலும் மக்கள், பொருள்கள் மற்றும் நிகழ்வுகளுக்கு ஒதுக்கப்பட்ட எண்களை விளக்குவதற்கு அளவீட்டு அளவீடுகளைப் புரிந்துகொள்வது முக்கியம்.

இந்த அலகில், நீங்கள் புள்ளியியல் கருத்துக்கள், சாதாரண விநியோகம்,  $\chi^2$ -சதுரம்,  $t$  மற்றும்  $F$ -விநியோகம், அளவுருக்களின் மதிப்பீடு, மதிப்பீட்டாளர்களின் பண்புகள், கருதுகோள்களின் சோதனை.

## 2.1 நோக்கங்கள்

இந்த அலகுக்குச் சென்ற பிறகு, உங்களால் முடியும்:

## குறிப்பு

- புள்ளியியல் அடிப்படைக் கருத்துக்களைப் புரிந்து கொள்ளுங்கள்
- சாதாரண விநியோகத்தைப் புரிந்து கொள்ளுங்கள்
- Chi-சதுரம் பற்றி விளக்குங்கள்
- பகுப்பாய்வு செய்யவும் t மற்றும் F - விநியோகம்
- அளவுருக்களின் மதிப்பீட்டைப் பற்றி விவாதிக்கவும்
- மதிப்பீட்டாளர்களின் பண்புகளை விரிவாகக் கூறுங்கள்
- கருதுகோள்களின் சோதனையை விளக்கவும்

## 2.2 புள்ளியியல் அடிப்படைக் கருத்து

பொருளாதார உறவுகளுக்கு அனுபவபூர்வமான உள்ளடக்கத்தை வழங்குவதற்காக பொருளாதார தரவுகளுக்கு புள்ளிவிவர முறைகளின் பயன்பாடு பொருளாதார அளவீடு ஆகும். இன்னும் துல்லியமாக, இது 'உண்மையான பொருளாதார நிகழ்வுகளின் அளவு பகுப்பாய்வு கோட்பாடு மற்றும் அவதானிப்பு ஆகியவற்றின் ஒரே நேரத்தில் வளர்ச்சியின் அடிப்படையில், பொருத்தமான அனுமான முறைகளால் தொடர்புடையது'. ஒரு அறிமுகப் பொருளியல் பாடநூல், பொருளாதார வல்லுனர்களை 'எளிய உறவுகளைப் பிரித்தெடுக்க தரவுகளின் மலைகளைப் பிரித்தெடுக்க' அனுமதிக்கிறது என பொருளாதார அளவியல் விவரிக்கிறது. 1910 இல் போலந்து பொருளாதார நிபுணர் பாவே சியோம்பா என்பவரால் 'எகனாமெட்ரிக்ஸ்' (அறிவியல் வடிவத்தில்) என்ற வார்த்தையின் முதல் அறியப்பட்ட பயன்பாடு இருந்தது.

பல நேரியல் பின்னடைவு (MLR) மாதிரியானது பொருளாதார அளவீட்டுக்கான அடிப்படைக் கருவியாகும். பொருளாதார அளவீட்டுக் கோட்பாடு, பொருளாதாரவியல் முறைகளை மதிப்பிடுவதற்கும் மேம்படுத்துவதற்கும் புள்ளிவிவரக் கோட்பாடு மற்றும் கணிதப் புள்ளிவிவரங்களைப் பயன்படுத்துகிறது. பாரபட்சமற்ற தன்மை, செயல்திறன் மற்றும் நிலைத்தன்மை உள்ளிட்ட விரும்பத்தக்க புள்ளிவிவர பண்புகளைக் கொண்ட மதிப்பீட்டாளர்களைக் கண்டறிய பொருளாதார வல்லுனர்கள் முயற்சி செய்கிறார்கள். பொருளாதாரக் கோட்பாடுகளை மதிப்பிடுவதற்கும், பொருளாதார மாதிரிகளை உருவாக்குவதற்கும், பொருளாதார வரலாற்றை பகுப்பாய்வு செய்வதற்கும், முன்னறிவிப்பதற்கும் கோட்பாட்டு பொருளாதாரவியல் மற்றும் நிஜ-உலகத் தரவுகளைப் பயன்பாட்டுப் பொருளாதாரவியல் பயன்படுத்துகிறது.

### "கோட்பாடு",

பொருளாதார அளவீட்டுக் கோட்பாடு, பொருளாதாரவியல் முறைகளை மதிப்பிடுவதற்கும் மேம்படுத்துவதற்கும் புள்ளிவிவரக் கோட்பாடு மற்றும் கணிதப் புள்ளிவிவரங்களைப் பயன்படுத்துகிறது. பாரபட்சமற்ற தன்மை, செயல்திறன் மற்றும் நிலைத்தன்மை உள்ளிட்ட விரும்பத்தக்க புள்ளிவிவர பண்புகளைக் கொண்ட மதிப்பீட்டாளர்களைக் கண்டறிய பொருளாதார வல்லுனர்கள் முயற்சி செய்கிறார்கள். ஒரு மதிப்பீட்டாளர் அதன் எதிர்பார்க்கப்படும் மதிப்பு, அளவுருவின் உண்மையான மதிப்பாக இருந்தால், பாரபட்சமற்றவர்; மாதிரி அளவு பெரிதாகும்போது அது உண்மையான மதிப்புடன் இணைந்தால் அது சீராக இருக்கும், மேலும் கொடுக்கப்பட்ட மாதிரி அளவுக்கான பிற பாரபட்சமற்ற மதிப்பீட்டாளர்களைக் காட்டிலும் மதிப்பீட்டாளரிடம் குறைவான நிலையான பிழை இருந்தால் அது திறமையானது. காஸ்-மார்கோவ் அனுமானங்களின்படி 'சிறந்த நேரியல்

## குறிப்பு

சார்பற்ற மதிப்பீட்டாளர்' (BLUE) (இங்கு 'பெஸ்ட்' என்பது மிகவும் திறமையான, பாரபட்சமற்ற மதிப்பீட்டாளர்) வழங்குவதால், சாதாரண குறைந்த சதுரங்கள் (OLS) பெரும்பாலும் மதிப்பீட்டிற்குப் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. இந்த அனுமானங்கள் மீறப்படும்போது அல்லது பிற புள்ளிவிவர பண்புகள் விரும்பினால், அதிகபட்ச சாத்தியக்கூறு மதிப்பீடு, கணங்களின் பொதுவான முறை அல்லது பொதுவான குறைந்தபட்ச சதுரங்கள் போன்ற பிற மதிப்பீட்டு நுட்பங்கள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. பாரம்பரிய, பாரம்பரிய அல்லது 'அடிக்கடி' அணுகுமுறைகளை விட பேய்சியன் புள்ளிவிவரங்களை ஆதரிப்பவர்களால் முன் நம்பிக்கைகளை உள்ளடக்கிய மதிப்பீட்டாளர்கள் பரிந்துரைக்கப்படுகிறார்கள்.

### 2.2.1 விளக்கமான புள்ளிவிவரங்கள்

பெயர் குறிப்பிடுவது போல, விளக்கமான புள்ளிவிவரங்கள் தரவுகளை விவரிக்கிறது மற்றும் அத்தகைய தரவுகளின் பல்வேறு அம்சங்கள் மற்றும் பண்புகளை விவரிக்க, தரவு சேகரிப்பு, அமைப்பு, வழங்கல் மற்றும் பகுப்பாய்வு ஆகியவற்றில் பயன்படுத்தப்படும் முறைகள் மற்றும் நுட்பங்களைக் கொண்டுள்ளது. இந்த முறைகள் வரைகலை அல்லது கணக்கீட்டு முறைகளாக இருக்கலாம். இவ்வாறு, குறிப்பிட்ட போக்குகள், விகிதாச்சாரங்கள், அதிகபட்சம் மற்றும் குறைந்தபட்ச மதிப்புகள் மற்றும் பலவற்றைக் காண்பிக்கும் வகையில் தரவை விளக்கப்படம் அல்லது அட்டவணை வடிவில் வழங்கலாம். உதாரணமாக, அமெரிக்காவில் உள்ள பல்வேறு வகையான தொழில்களில் உள்ள தொழிலாளர்களின் எண்ணிக்கையை நாம் எளிமையாக விவரித்தால்

அது விளக்கமான புள்ளிவிவரங்களை உருவாக்கும். தரவு அமைப்புடன் கூடுதலாக, விளக்கமான புள்ளியியல் துறையானது தரவுகளின் பகுப்பாய்வுடன் தொடர்புடையது, இதனால் தரவை எளிதில் புரிந்து கொள்ள முடியும். சராசரிகள், விகிதாச்சாரங்கள் மற்றும் சராசரியைச் சுற்றியுள்ள தரவுகளின் பரவலை விவரிக்கும் பிற அளவீடுகளும் தரவை விவரிக்கப் பயன்படுத்தப்படும் சில நடவடிக்கைகளாகும். இந்த நடவடிக்கைகளைப் பயன்படுத்துவதன் மூலம், நாங்கள் தரவைச் சுருக்கி, விவரங்களை இழந்தாலும், தெளிவு மற்றும் சுருக்கத்தைப் பெறுகிறோம். எடுத்துக்காட்டாக, பின்வரும் புள்ளிவிவரங்கள், அவற்றின் மிகச் சுருக்கமான விளக்கக்காட்சியில், அவர்கள் பெறப்பட்ட மக்கள்தொகையின் பண்புகளை ஏதோவொரு வகையில் விவரிக்கிறது:

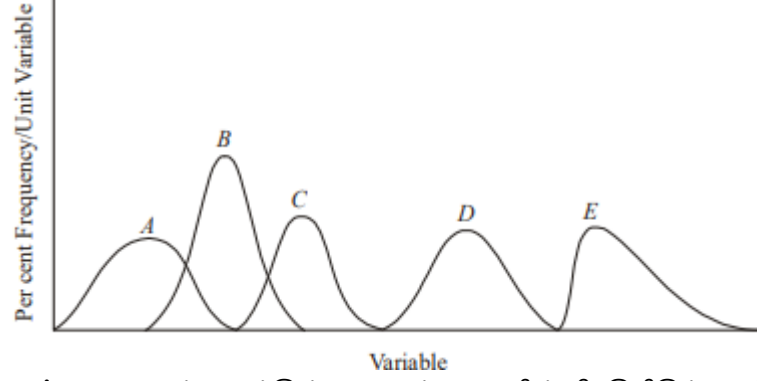
- எனது புள்ளியியல் வகுப்பில் உள்ள மாணவர்களின் வயது 19 முதல் 45 வயது வரை.
- எங்கள் கல்லூரியில் மாணவர்களின் சராசரி IQ 140 ஆகும்.
- எனது வகுப்பில் 20 சதவீத மாணவர்கள் திருமணமானவர்கள்.

இந்த எடுத்துக்காட்டுகள் அனைத்தும் தரவை சுருக்கி விவரிக்கின்றன. அவர்களிடமிருந்து அதிகம் அனுமானிக்க முடியாது, திட்டவட்டமான முடிவுகளை எடுக்கவோ அல்லது முடிவுகளை எடுக்கவோ முடியாது.

இதில் உள்ள பல்வேறு விளக்கமான புள்ளிவிவரங்களின் சரியான மதிப்பீட்டிற்கு, பெரும்பாலான புள்ளிவிவர விநியோகம் சில பொதுவான அம்சங்களைக் கொண்டிருப்பதைக் கவனிக்க வேண்டும். மாறிகளின் அளவு ஒவ்வொரு பொருளுக்கும் மாறுபடும் என்றாலும், பெரும்பாலான பொருட்கள் விநியோகிக்கப்படுகின்றன, நாம் மாறியின் குறைந்த மதிப்பிலிருந்து அதிக மதிப்புக்கு நகர்ந்தால், ஒவ்வொரு அடுத்தடுத்த நிலையிலும் உள்ள பொருட்களின் எண்ணிக்கை ஒரு குறிப்பிட்ட அளவு அதிகரிக்கும். நாம்

## குறிப்பு

அதிகபட்சம் அடையும் வரை வழக்கமான அளவு; பின்னர் நாம் மேலும் தொடரும்போது, அவை ஒரே மாதிரியான ஒழுங்குமுறையுடன் குறைகின்றன. சதவீத அதிர்வெண் அடர்த்தியை, அதாவது, அலகு மாறி அகலத்தின் இடைவெளியில் உள்ள வழக்குகளின் சதவீதத்தை நாம் திட்டமிடினால், படம் 2.1 இல் காட்டப்பட்டுள்ள வகையின் அதிர்வெண் வளைவுகளைப் பெறுவோம். (ஒவ்வொரு வளைவின் கீழும் உள்ள பகுதி 100க்கு சமமாக இருக்க வேண்டும், மொத்த சதவீத புள்ளிகள்).



படம் 2.1 மையப் போக்கின் நடவடிக்கைகளின் பிரதிநிதித்துவம்

அதிர்வெண் வளைவுகள் ஒன்றுக்கொன்று வேறுபடும் பல்வேறு 'மொத்த' வழிகள் உள்ளன. வளைவுகளின் 'பொது' வடிவங்கள் ஒரே மாதிரியாக இருந்தாலும் (அவற்றின் கீழ் பகுதி ஏற்கனவே சதவீத அடர்த்தியை திட்டமிடும் உத்தி மூலம் சமமாக உள்ளது), வடிவத்தின் விவரங்கள் மாறலாம். இவ்வாறு, வளைவு B விட சிறிய பரவல் உள்ளது A, வளைவு C அதிக உச்சம் மற்றும் வளைவு உள்ளது E குறைவான சமச்சீர் உள்ளது. போது கூட வளைவுகள் வளைவுகளில் உள்ளதைப் போலவே கிட்டத்தட்ட அதே வடிவத்தைக் கொண்டுள்ளன (அதாவது, அதே பரவல், உச்சநிலை, சமச்சீர் போன்றவை) A மற்றும் D, இரண்டும் மாறி அச்சில் இடம் வேறுபடலாம். இவ்வாறு, விநியோக பொருட்கள் D அவைகளை விட பொதுவாக பெரியவை A; போன்றவர்கள் B ஒப்பிடும்போது A. எனவே, மாறி அச்சில் பரவலின் ஒரு வகையான 'சராசரி' இருப்பிடம் ஒரு முக்கியமான விளக்கமான புள்ளிவிவரமாகும். இந்த புள்ளிவிவரங்கள் கூட்டாக இடம் அல்லது மையப் போக்கின் அளவீடுகள் என அறியப்படுகின்றன.

### 2.2.2 அனுமான புள்ளிவிவரங்கள்

ஒரு மக்கள்தொகையின் சிறப்பியல்புகளை மதிப்பிடுவதற்கு அல்லது அதே மக்கள்தொகையிலிருந்து எடுக்கப்பட்ட மாதிரியிலிருந்து பெறப்பட்ட முடிவுகளின் அடிப்படையில் மக்கள்தொகையைப் பற்றிய முடிவை எடுப்பதற்குப் பயன்படுத்தப்படும் முறைகள் என அனுமான புள்ளிவிவரங்கள் வரையறுக்கப்படுகின்றன. மாதிரியின் அளவிடப்பட்ட பண்புகள் மாதிரி புள்ளிவிவரங்கள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன, அதே நேரத்தில் மக்கள்தொகையின் அளவிடப்பட்ட பண்புகள் மக்கள்தொகை அளவுருக்கள் என அறியப்படுகின்றன. புள்ளிவிவரங்களின் பெரும்பகுதி, அத்தகைய மக்கள்தொகையிலிருந்து எடுக்கப்பட்ட மாதிரிகளிலிருந்து பெறப்பட்ட முடிவுகளின் அடிப்படையில் மக்கள்தொகை பற்றிய முடிவுகள், அனுமானங்கள், கணிப்புகள் மற்றும் முன்னறிவிப்புகளை மேற்கொள்கிறது.

அனுமான புள்ளிவிவர முறைகளின் தேவை மாதிரியின் தேவையிலிருந்து பெறப்படுகிறது. மக்கள்தொகை அதிகமாவதால், இது



## குறிப்பு

பொதுவாக மிகவும் விலை உயர்ந்ததாகவும், அதிக நேரத்தை எடுத்துக்கொள்வதாகவும், ஆர்வமுள்ள எந்தத் தகவலையும் பெறுவதற்கு ஒட்டுமொத்த மக்களையும் கருத்தில் கொள்ள மிகவும் சிரமமாகவும் இருக்கிறது. நிச்சயமாக, முழு மக்களிடமிருந்தும் பெறப்பட்ட முடிவுகள் மிகவும் துல்லியமானவை மற்றும் மக்கள் தொகை உண்மையில் சிறியதாக இருந்தால், முழு மக்களையும் கருத்தில் கொள்வது நல்லது. இருப்பினும், மக்கள் தொகை அதிகமாக இருக்கும்போது - சில சமயங்களில் எல்லையற்றதாகக் கருதப்படும் - பின்னர் மாதிரி முறை பயன்படுத்தப்படுகிறது.

கேள்வி என்னவென்றால்: இந்த மாதிரி புள்ளிவிவரங்கள் மக்கள் தொகை அளவுருக்களுடன் எவ்வாறு தொடர்புபடுகின்றன? மாதிரியின் பகுப்பாய்விலிருந்து எடுக்கப்பட்ட முடிவுகள், பிரதிநிதி மாதிரி எடுக்கப்பட்ட முழு மக்களிடமிருந்தும் எடுக்கப்படும் முடிவுகளுக்குச் சமமானவை என்று நாம் கூற முடியுமா? பதில் சாத்தியமில்லை. மாதிரி பண்புகள் மக்கள்தொகை குணாதிசயங்களுக்கு எவ்வளவு நெருக்கமாக உள்ளது என்பது மாதிரியின் சீரற்ற தன்மை மற்றும் மாதிரியின் அளவைப் பொறுத்தது. மாதிரி எவ்வளவு சீரற்றதாகவும் பெரிய மாதிரியாகவும் இருக்கிறதோ, அவ்வளவு நெருக்கமாக அதன் பண்புகள் மக்கள்தொகைப் பண்புகளுடன் இருக்கும். இந்த இணைப்பு, நெருக்கமான அளவின் அடிப்படையில், நிகழ்தகவு கோட்பாட்டால் வழங்கப்படுகிறது. நிகழ்தகவு கோட்பாடு மாதிரியின் முடிவுகள் மக்கள்தொகையின் முடிவுகளைப் பிரதிபலிக்கும் சாத்தியக்கூறுகளைக் கண்டறிவதன் மூலம் இணைப்பை வழங்குகிறது.

எங்கள் ஆர்வம் மாதிரியின் குணாதிசயங்களைக் கண்டுபிடிப்பதில் இல்லை, ஆனால் மக்கள்தொகையின் பண்புகளைக் கண்டறிவதில் உள்ளது. சாம்பிளிங் என்பது வெறுமனே முடிவுக்கு ஒரு வழிமுறையாகும். எடுத்துக்காட்டாக, பல்கலைக்கழகப் பேராசிரியர்களின் சம்பளத்தை அறிய விரும்புகிறோம் என்று கூறும்போது, அனைத்துப் பல்கலைக்கழகப் பேராசிரியர்களின் சம்பளத்தையும் நாம் எடுத்துக் கொண்ட மாதிரியை மட்டும் அல்ல. அப்போதுதான் இது தொடர்பாக அவதானிப்புகள் மற்றும் முடிவுகளை எடுக்க முடியும். இதேபோல், இந்தியாவில் அடுத்த பொதுத் தேர்தலில் ஒரு குறிப்பிட்ட அரசியல் கட்சிக்கு எத்தனை சதவிகிதம் தகுதியுள்ள வாக்காளர்கள் வாக்களிப்பார்கள் என்பதை அறிய விரும்பினால், ஒரு மாதிரியே அதைக் குறிக்காது, மேலும் ஒட்டுமொத்த மக்களையும் கேட்க முடியாது. எங்கள் முடிவுகள் மற்றும்

கணிப்புகள் முழு மக்கள்தொகையின் விருப்பத்தின் அடிப்படையிலானதாக இருக்கும். அசம்பல் அதிக அர்த்தம் தராது. இருப்பினும், மாதிரி உண்மையிலேயே மக்கள்தொகையைக் குறிக்கிறது என்றால், மாதிரி முடிவுகளின் அடிப்படையில் மக்கள் தொகையைப் பற்றிய முடிவுகளை நாம் எடுக்கலாம். இந்த முடிவுகளுடன் இணைக்கப்பட்ட நிகழ்தகவு அறிக்கையானது, மாதிரியின் முடிவுகள் மக்கள்தொகையின் வாக்களிக்கும் நடத்தையைப் பிரதிபலிக்கும் சாத்தியக்கூறு அல்லது நம்பிக்கையைக் குறிப்பிடும். வழக்கமாக, பிழையின் விளிம்பு  $\pm 3 - 5$  சதவீதம் எனக் குறிப்பிடப்படுகிறது.

அனுமான புள்ளியியல் துறை கையாளும் சில சூழ்நிலைகள் பின்வருமாறு:

- (i) பல்கலைக்கழகங்களில் பட்டதாரி மாணவர்களில் 35 சதவீதம் முதல் 40 சதவீதம் பேர் திருமணமானவர்கள். இந்த புள்ளிவிவரங்கள் பட்டதாரி மாணவர்களின் முழு மக்களையும் குறிக்கின்றன. அனைத்து பட்டதாரி மாணவர்களின்

## குறிப்பு

- மக்கள்தொகையிலிருந்து எடுக்கப்பட்ட மாதிரிகளின் அடிப்படையில் இந்த சதவீதங்கள் கணக்கிடப்பட்டன என்று கருதுவது நியாயமானதாக இருக்கும். இந்த மாதிரிகளில் உள்ள மாணவர்களில் எத்தனை மாணவர்கள் திருமணம் செய்து கொண்டனர் என்பதை அறியும் வகையில் கேட்கப்பட்டது. பதில்கள் பட்டதாரி மாணவர்களின் முழு மக்கள்தொகை பற்றிய முடிவுகளை எடுப்பதற்கான அடிப்படையை உருவாக்கியது.
- (ii) புகைபிடித்தல் மற்றும் நுரையீரல் புற்றுநோய்க்கு இடையே ஒரு உறுதியான தொடர்பு உள்ளது. புகைபிடிப்பதற்கும் நுரையீரல் புற்றுநோய்க்கும் இடையே ஏதேனும் தொடர்பு உள்ளதா என்பதைக் கண்டறியும் பொருட்டு எடுக்கப்பட்ட மற்றும் ஆய்வு செய்யப்பட்ட பல மாதிரிகள் மீதான முடிவில்லாத ஆராய்ச்சியின் விளைவாக இந்த அறிக்கை உள்ளது, மேலும் மாதிரி ஆய்வுகளில் இருந்து பெறப்பட்ட முடிவுகளின் அடிப்படையில், புகைபிடிக்கும் தொடர்பு பற்றிய சரியான அறிக்கை முழு மக்கள்தொகையிலும் நுரையீரல் புற்றுநோயை உருவாக்க முடியும்.
- (iii) நேற்றிரவு '20/20' நிகழ்ச்சியை மொத்த தொலைக்காட்சி பார்வையாளர்களில் 30 சதவீதம் பேர் பார்த்துள்ளனர். இந்த அறிக்கையை பின்வரும் அறிக்கையுடன் ஒப்பிடலாம்: நேர்காணல் செய்யப்பட்டவர்களில் 30 சதவீதம் பேர் நேற்று இரவு '20/20' நிகழ்ச்சியைப் பார்த்தனர். பிந்தைய அறிக்கை விளக்கமான புள்ளியியல் ஆகும், ஏனெனில் இது தரவை சுருக்கமான வடிவத்தில் மட்டுமே வழங்குகிறது. இருப்பினும், முதல் அறிக்கையை அடைய இரண்டாவது அறிக்கையிலிருந்து நாம் ஊகித்தால், முதல் அறிக்கை புள்ளிவிவர அனுமானத்திற்கு ஒரு எடுத்துக்காட்டு.
- (iv) (iv) எம்ஜி பல்கலைக்கழகத்தின் துணைவேந்தர், வளாகத்தில் வாழ்க்கைத் தரம் குறித்த மாணவர்களின் கருத்துகளைப் பற்றி அறிய ஒரு கணக்கெடுப்பை நடத்த விரும்பினார் என்று வைத்துக்கொள்வோம். மக்கள்தொகை பல்கலைக்கழகத்தில் பதிவுசெய்யப்பட்ட அனைத்து மாணவர்களாக இருக்கும், அதே சமயம் ஒரு மாதிரியானது கணக்கெடுப்பில் பங்கேற்க மாதிரியில் சேர்க்கப்படுவதற்கு தோராயமாக தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட மாணவர்களை மட்டுமே கொண்டிருக்கும். ஒரே மாதிரியான மக்கள்தொகை குணாதிசயங்களைப் பற்றிய முடிவுகளை எடுப்பதற்கு மாதிரி புள்ளிவிவரங்களைப் பயன்படுத்தி முழுப் பல்கலைக்கழகத்திலும் மாணவர் வாழ்க்கைத் தரம் தொடர்பான ஆர்வத்தின் பல்வேறு அணுகுமுறைகள் மற்றும் பண்புகளைத் தீர்மானிப்பதே குறிக்கோள்.
- (v) (v) பல்கலைக்கழகங்களில் பட்டதாரி மாணவர்களில் 35 சதவீதம் முதல் 40 சதவீதம் பேர் திருமணமானவர்கள். இந்த புள்ளிவிவரம் பட்டதாரி மாணவர்களின் முழு மக்களையும் குறிக்கிறது. இதிலிருந்து எடுக்கப்பட்ட மாதிரிகளின் அடிப்படையில் இந்த சதவீதங்கள் கணக்கிடப்பட்டதாகக் கருதுவது நியாயமானதாக இருக்கும். அனைத்து பட்டதாரி மாணவர்களின் மக்கள் தொகை. இந்த மாதிரிகளில் உள்ள மாணவர்களில் எத்தனை மாணவிகளுக்கு திருமணம் நடந்தது என்பதை அறியும் வகையில் கேட்கப்பட்டது. பதில்கள் பட்டதாரி மாணவர்களின் முழு

மக்கள்தொகை பற்றிய முடிவுகளை எடுப்பதற்கான அடிப்படையை உருவாக்கியது.

பொருளாதார அளவை முறைகள்

### 2.2.3 புள்ளியியல் விசாரணை

புள்ளியியல் விசாரணை என்பது புள்ளியியல் மற்றும் அளவு மாதிரிகள் மற்றும் நுட்பங்களின் அடிப்படையில் கொடுக்கப்பட்ட நிகழ்வின் விசாரணையைக் குறிக்கிறது. தகவல் அல்லது உண்மையைத் தேடுவதில் ஒரு விஷயத்தை நெருக்கமான ஆய்வு என ஒரு விசாரணை வரையறுக்கப்படுகிறது. இங்கே 'மூடு' என்பது தீவிரமானது மற்றும் விரிவானது. விஷயத்தை ஆழமாகப் பார்க்க வேண்டும், மேலோட்டமாக மட்டும் பார்க்கக்கூடாது. நெருக்கமான பரிசோதனைக்கு கவனம் மற்றும் அர்ப்பணிப்பு தேவை. இந்த விஷயத்தை ஆய்வு செய்வது மட்டுமல்லாமல், பகுப்பாய்வு செய்ய வேண்டும். ஆய்வின் கீழ் உள்ள விஷயத்தைப் பற்றிய போதுமான மற்றும் போதுமான தகவல்கள் அர்த்தமுள்ள முடிவுக்கு கிடைக்க வேண்டும். உண்மையைத் தேடுவது என்பது பரிசீலனையில் உள்ள விஷயத்துடன் தொடர்புடைய உண்மைகளைத் தேடுவதாகும். உண்மைகள் யதார்த்தத்தைப் பற்றிய நமது கருத்துடன் ஒத்துப்போக வேண்டும். உண்மைக்கு விசாரணையின் செயல்பாட்டில் பாரபட்சம் அல்லது பாரபட்சம் இல்லாதது அவசியம்.

புள்ளியியல் விசாரணையானது சில அர்த்தமுள்ள முடிவுக்கு வருவதற்காக தகவலின் புறநிலை பகுப்பாய்வுகளை உள்ளடக்கியது. எடுத்துக்காட்டாக, ஃபெடரல் மருந்து நிர்வாகம் (FDA) மருந்தின் தேவை மற்றும் பயனைப் பற்றிய சோதனைகளின் முடிவுகள் தொடர்பான நீண்ட புள்ளிவிவர ஆய்வுகளுக்குப் பிறகு நுகர்வுக்கான மருந்தை அங்கீகரிக்கிறது. இதேபோல், பணவீக்க விகிதங்கள் அல்லது வேலையின்மை விகிதங்கள் தொடர்பான அறிக்கைகள் குறிப்பிடத்தக்க புள்ளிவிவர தரவு மற்றும் அத்தகைய தரவுகளின் பகுப்பாய்வுக்குப் பிறகு வந்துள்ளன. இந்த முடிவுகள் தேசியப் பொருளாதாரக் கொள்கைகளுக்கு அடித்தளமாக இருக்க முடிந்தவரை துல்லியமாக இருக்க வேண்டும்.

மறுபுறம், புள்ளிவிவரமற்ற விசாரணை என்பது கருத்துக்கள் மற்றும் உணர்வுகளின் சேகரிப்பு ஆகும், மேலும் அவ்வாறு வரும் முடிவுகள் மிகவும் அகநிலை இயல்புடையவை. இது ஒரு விசாரணை என்பதை விட ஒரு கவனிப்பு. அழகு, நற்குணம், நேர்மை மற்றும் பலவற்றைப் பற்றிய அவதானிப்புகள் மற்றும் அறிக்கைகள் அனைத்தும் புள்ளிவிவரமற்ற விசாரணைகள். கருக்கலைப்பு போன்ற ஒரு பிரச்சினையைப் பற்றிய ஒரு நபரின் கருத்துக்கள் மற்றும் கருத்துக்கள் அல்லது BJPயை விட காங்கிரஸ் கட்சி நாட்டை சிறப்பாக ஆள்கிறதா அல்லது அதற்கு நேர்மாறாகவும் புள்ளியியல் அல்லாத விசாரணைகள் ஆகும். தனிப்பட்ட அளவில் இத்தகைய கருத்துக்கள் புள்ளியியல் அல்லாத விசாரணையின் களத்தில் இருந்தாலும், கூட்டாக அவை புள்ளியியல் விசாரணைக்கு உட்படுத்தப்படலாம். எடுத்துக்காட்டாக, பல ஆண்டுகளாக காங்கிரஸ் அல்லது BJPயின் ஆட்சியைப் பற்றிய மக்களின் கருத்துக்கள் குறித்து கணிசமான அளவு பெரிய தரவுகள் சேகரிக்கப்பட்டால், ஒரு புள்ளியியல் வடிவத்தை உருவாக்கலாம் மற்றும் குறிப்பிட்ட காலப்பகுதியில் கருத்துகளில் ஏற்படும் மாற்றங்கள் குறித்து புள்ளிவிவர பகுப்பாய்வு செய்யலாம். இது, புள்ளியியல் விசாரணையாக அமையும்.

புள்ளியியல் விசாரணையானது, அளவு தரவுகளைக் கையாள்வதால் மிகவும் நம்பகமானது மற்றும் அதன் விசாரணையில் அளவு கருவிகள் மற்றும் முறைகள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. அளவு தரவு இயற்கையில் மிகவும் துல்லியமானது மற்றும் மிகவும் உண்மையானது மற்றும் குறைந்த

குறிப்பு

Self-Instructional Material

## குறிப்பு

ஏற்ற இறக்கங்களுக்கு உட்பட்டது. அளவு கருவிகள் மிகவும் நம்பகமான மற்றும் புறநிலை முடிவுகளை அளிக்கின்றன, இது துல்லியமான மற்றும் பயனுள்ள முடிவுகளை எடுக்க உதவுகிறது.

நடைமுறையில் ஒவ்வொரு முடிவெடுக்கும் செயல்முறையிலும் புள்ளிவிவர விசாரணை ஒரு ஒருங்கிணைந்த பகுதியாக மாறியுள்ளது. புகழ்பெற்ற அறிவியல் புனைகதை எழுத்தாளர், H.G. வெல்ஸ் ஒரு நூற்றாண்டுக்கு முன்பே கணித்தபோது கணிசமான தொலைநோக்கு பார்வையைக் கொண்டிருந்தார், 'புள்ளிவிவர சிந்தனையும் ஒரு நாள் பயனுள்ள குடியுரிமைக்கு படிக்க மற்றும் எழுதும் திறனைப் போலவே தேவைப்படும்'. புள்ளிவிவர விசாரணை, உண்மையில், தனிப்பட்ட மற்றும் வணிக தொடர்புகள் வழக்கமாக புள்ளியியல் அறிவு மற்றும் சிந்தனையால் பாதிக்கப்படும் எங்கள் தகவலறிந்த வாழ்க்கையின் ஒருங்கிணைந்த பகுதியாக மாறியுள்ளது. ஷாப்பிங்கின் போது விலைகளை ஒப்பிட்டுப் பார்ப்பது அல்லது செய்தித்தாள்களில் குற்ற விகிதங்களைப் பற்றிப் படித்ததன் விளைவாகக் கூடுதல் பூட்டைப் போட்டுக்கொள்வது போன்ற ஒவ்வொரு நாளும், ஒரு சராசரி தனிநபர், தனது வாழ்க்கையின் ஒவ்வொரு நாளும், புள்ளிவிவர விசாரணையில் ஈடுபட்டுள்ளார். புள்ளிவிவரங்களின் பயன்பாடு விவசாயம், வணிகம், பொருளாதாரம், மருத்துவம், அரசியல் அறிவியல், பொது நிர்வாகம், சமூகவியல், உளவியல் போன்ற பல்வேறு துறைகளில் பரவியுள்ளது. எந்தத் துறையும் புள்ளிவிவர விசாரணையில் இருந்து விடுபடவில்லை.

## 2.3 இயல்நிலைப் பரவல்

அனைத்து நிகழ்தகவு பரவல்களிலும் சாதாரண நிகழ்தகவு விநியோகம் மிக முக்கியமான மற்றும் அடிக்கடி பயன்படுத்தப்படும் தொடர்ச்சியான நிகழ்தகவு விநியோகமாகும். ஏனெனில் இந்த விநியோகம் பல வகையான பிரச்சனைகளுக்கு நன்றாக பொருந்துகிறது. இந்த விநியோகம் அனுமான புள்ளிவிவரங்களில் சிறப்பு முக்கியத்துவம் வாய்ந்தது, ஏனெனில் இது ஒரு புள்ளிவிவரத்திற்கும் ஒரு அளவுருவிற்கும் இடையிலான தொடர்பை நிகழ்தகவுடன் விவரிக்கிறது (அதாவது, மாதிரி முடிவுகளுக்கும் மாதிரி எடுக்கப்பட்ட மக்கள்தொகைக்கும் இடையில்). பதினெட்டாம் நூற்றாண்டின் கணிதவியலாளர்-வானியலாளர் கார்ல் காஸின் பெயர் இந்த விநியோகத்துடன் தொடர்புடையது மற்றும் அவரது பங்களிப்பை கௌரவிக்கும் வகையில், இந்த விநியோகம் பெரும்பாலும் காசியன் விநியோகம் என்று அழைக்கப்படுகிறது.

சாதாரண விநியோகம் கோட்பாட்டளவில் பல தனித்த விநியோகங்களின் வரம்புக்குட்பட்ட வடிவமாக பெறப்படுகிறது. எடுத்துக்காட்டாக, இருசொல் விரிவாக்கத்தில்  $(p + q)^n$ , மதிப்பு 'n' என்பது முடிவிலி மற்றும்  $p = q = 1/2$ , பின்னர் ஒரு செய்தபின் மென்மையான சமச்சீர் வளைவு பெறப்படும். மதிப்புகள் இருந்தாலும் p மற்றும் q சமமாக இல்லை ஆனால் அடுக்கு மதிப்பாக இருந்தால் 'n' மிகவும் பெரியதாக இருக்கும், நாம் ஒரு வளைவு சாதாரண நிகழ்தகவு மென்மையான மற்றும் சமச்சீர் கிடைக்கும். இத்தகைய வளைவுகள் சாதாரண நிகழ்தகவு வளைவுகள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன (அல்லது சில நேரங்களில் பிழையின் சாதாரண வளைவுகள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன) மேலும் அத்தகைய வளைவுகள் சாதாரண விநியோகங்களைக் குறிக்கின்றன.

சாதாரண நிகழ்தகவு விநியோகத்தில் நிகழ்தகவு செயல்பாடு  
கொடுக்கப்பட்டுள்ளது  
(p + q)<sup>n</sup>,

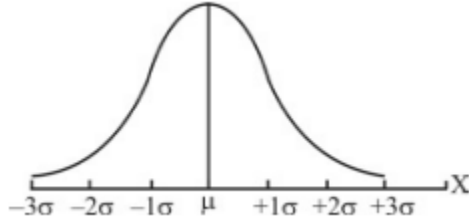
எங்கே, 'n' விநியோகத்தின் சராசரி,  $p = q = \frac{1}{2}$ , விநியோகத்தின் மாறுபாடு.

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{x-\mu}{\sigma} \right)^2}$$

$\mu$  = Mean of the distribution,

$\sigma^2$  = Variance of the distribution.

இயல்பான விநியோகம் இரண்டு அளவுருக்கள் மூலம்  
வரையறுக்கப்படுகிறது,



படம் 2.2 சாதாரண விநியோகத்தைக் குறிக்கும் வளைவு

### இயல்பான விநியோகத்தின் சிறப்பியல்புகள்

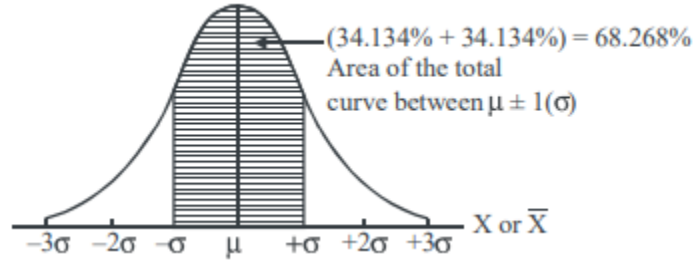
சாதாரண விநியோகம் அல்லது சாதாரண வளைவின் பண்புகள் கீழே  
கொடுக்கப்பட்டுள்ளன:

1. இது சமச்சீர் விநியோகம்.
2. சராசரி வளைவின் உச்சம் எங்கு நிகழ்கிறது என்பதை  
வரையறுக்கிறது. வேறு வார்த்தைகளில் கூறுவதானால், சராசரியில்  
உள்ள ஆர்டினைட் மிக உயர்ந்த ஆர்டினைட் ஆகும். சராசரியிலிருந்து  
ஒரு நிலையான விலகல் தொலைவில் உள்ள ஆர்டினைட்டின் உயரம்  
சராசரி ஆர்டினைட்டின் உயரத்தின் 60.653% மற்றும் பல்வேறு  
நிலையான விலகல்களில் மற்ற ஆர்டினைட்டுகளின் உயரம் (·2)  
சராசரியிலிருந்து சராசரி ஆர்டினைட்டின் உயரத்துடன் ஒரு  
நிலையான உறவாக இருக்கும்.
3. வளைவு அடிப்படைக் கோட்டிற்கு அறிகுறியற்றது, அதாவது அது  
தொடர்ந்து நெருங்குகிறது, ஆனால் கிடைமட்ட அச்சைத் தொடாது.
4. மாறுபாடு (·2) வளைவின் பரவலை வரையறுக்கிறது.
5. சராசரி ஆர்டினைட் மற்றும் சராசரியிலிருந்து ஒரு நிலையான விலகல்  
தொலைவில் உள்ள ஆர்டினைட்டுக்கு இடையே உள்ள பகுதி  
எப்போதும் வளைவின் மொத்த பரப்பளவில் 34.134% ஆகும். இதன்  
பொருள், இருபுறமும் உள்ள சராசரியிலிருந்து ஒரு சிக்மா (SD)  
தூரத்தில் இரண்டு ஆர்டினைட்டுகளுக்கு இடையே உள்ள பகுதி  
எப்போதும் மொத்த பரப்பளவில் 68.268% ஆக இருக்கும். இதை  
பின்வருமாறு காட்டலாம்:

குறிப்பு

## குறிப்பு

இதேபோல், மற்ற பகுதி உறவுகள் பின்வருமாறு:

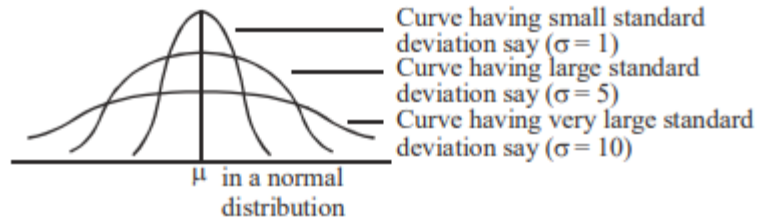


Between		Area covered to total area of the normal curve <sup>4</sup>
$\mu \pm 1$	S.D.	68.27%
$\mu \pm 2$	S.D.	95.45%
$\mu \pm 3$	S.D.	99.73%
$\mu \pm 1.96$	S.D.	95%
$\mu \pm 2.578$	S.D.	99%
$\mu \pm 0.6745$	S.D.	50%

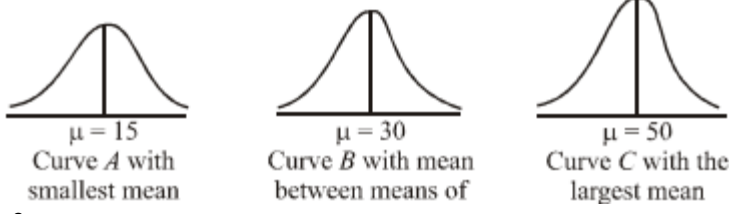
6. வளைவு ஒற்றை உச்சநிலையைக் கொண்டிருப்பதால் இயல்பான விநியோகம் ஒரே ஒரு பயன்முறையைக் கொண்டுள்ளது. வேறு வார்த்தைகளில் கூறுவதானால், இது எப்போதும் ஒரே மாதிரியான விநியோகம்.
7. அதிகபட்ச ஆர்டினைட் சாதாரண வளைவின் வரைபடத்தை இரண்டு சம பாகங்களாக பிரிக்கிறது.
8. மேலே கூறப்பட்ட அனைத்து பண்புகளுக்கும் கூடுதலாக, வளைவு பின்வரும் பண்புகளைக் கொண்டுள்ளது:
  - (i)  $\mu = \bar{X}$
  - (ii)  $\mu^2 = \sigma^2 =$  மாறுபாடு
  - (iii)  $\mu^4 = 3\sigma^4$
  - (iv) குர்டோசிஸின் தருண குணகம் = 3

### சாதாரண விநியோகங்களின் குடும்பம்

நாம் பல சாதாரண நிகழ்தகவு விநியோகங்களைக் கொண்டிருக்கலாம் ஆனால் ஒவ்வொரு குறிப்பிட்ட இயல்பான விநியோகமும் அதன் சராசரி ( $\mu$ ) மற்றும் நிலையான விலகல் ( $\sigma$ ) ஆகிய இரண்டு அளவுருக்களால் வரையறுக்கப்படுகிறது. எனவே, ஒரு சாதாரண வளைவு இல்லை, மாறாக சாதாரண வளைவுகளின் குடும்பம் உள்ளது. இவற்றில் சிலவற்றை நாம் கீழே காட்டலாம்:

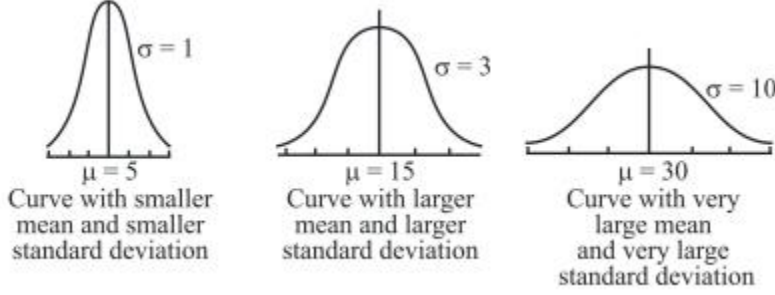


ஒரே மாதிரியான நிலையான விலகலுடன் கூடிய இயல்பான வளைவுகள் ஆனால் ஒவ்வொன்றும் வெவ்வேறு வழிகளைக் கொண்டவை:



குறிப்பு:

இயல்பான வளைவுகள் ஒவ்வொன்றும் வெவ்வேறு நிலையான விலகல்கள் மற்றும் வெவ்வேறு வழிமுறைகளுடன்:



**சாதாரண வளைவின் கீழ் பகுதியை எவ்வாறு அளவிடுவது?**

சாதாரண வளைவின் போது உண்மையாக இருக்கும் வழிமுறைகளிலிருந்து நிலையான விலகல்களின் (பிளஸ் மற்றும் மைனஸ்) சில இடைவெளிகளை உள்ளடக்கிய சில பகுதி உறவுகளை மேலே கூறியுள்ளோம். ஆனால் மற்ற எல்லா நிகழ்வுகளிலும் என்ன செய்ய வேண்டும்? கணிதவியலாளர்களால் கட்டமைக்கப்பட்ட புள்ளிவிவர அட்டவணைகளை நாம் நோக்கத்திற்காகப் பயன்படுத்தலாம். இந்த அட்டவணைகளைப் பயன்படுத்தி, பொதுவாக விநியோகிக்கப்படும் சீரற்ற மாறியானது சராசரியிலிருந்து குறிப்பிட்ட தூரத்திற்குள் இருக்கும் பகுதியை (அல்லது நிகழ்தகவு, வளைவின் முழுப் பகுதியையும் 1க்கு சமமாக எடுத்துக் கொண்டால்) கண்டறியலாம். இந்த தூரங்கள் நிலையான விலகல்களின் அடிப்படையில் வரையறுக்கப்படுகின்றன. சாதாரண வளைவின் கீழ் பகுதியைக் காட்டும் அட்டவணைகளைப் பயன்படுத்தும் போது, நிலையான மாறுபாட்டின் அடிப்படையில் பேசுகிறோம் (குறியீடாக Z) இது உண்மையில் அளவீட்டு அலகுகள் இல்லாமல் நிலையான விலகல்கள் மற்றும் இது ' Z ' கீழ்க்கண்டவாறு உருவாக்கப்பட்டுள்ளது:

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

எங்கே, Z = நிலையான மாறுபாடு (அல்லது நிலையான விலகல்களின் எண்ணிக்கை x விநியோகத்தின் சராசரிக்கு);

Z = பரிசீலனையில் உள்ள சீரற்ற மாறியின் மதிப்பு;

μ = சீரற்ற மாறியின் பரவலின் சராசரி;

σ = விநியோகத்தின் நிலையான விலகல்.

சாதாரண வளைவின் கீழ் பகுதியைக் காட்டும் அட்டவணை (பெரும்பாலும் நிலையான இயல்பான நிகழ்தகவு விநியோக அட்டவணை என அழைக்கப்படுகிறது) நிலையான மாறுபாட்டின் அடிப்படையில் (அல்லது Z) மதிப்புகள். இது தொடங்கி சாதாரண வளைவின் கீழ் பாதி பகுதிக்கு மட்டுமே மதிப்புகளை வழங்குகிறது Z = 0 சராசரி. இயல்பான விநியோகம் முற்றிலும் சமச்சீராக இருப்பதால், வளைவின் ஒரு பாதிக்கு உண்மை மதிப்புகள் மற்ற

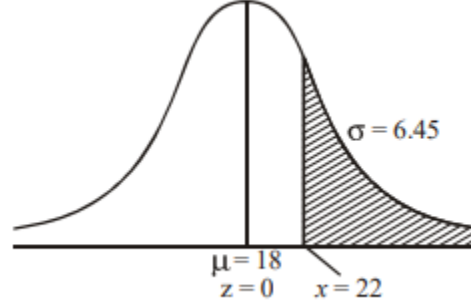
குறிப்பு

## குறிப்பு

பாதிக்கும் உண்மையாக இருக்கும். சில சிக்கல்களைத் தீர்ப்பதற்கு அத்தகைய அட்டவணையைப் பயன்படுத்துவதை இப்போது விளக்குகிறோம்.

**எடுத்துக்காட்டு 2.1:** ஒரு வங்கியாளர் தனது வங்கியில் தொடங்கப்பட்ட வழக்கமான சேமிப்புக் கணக்கின் ஆயுள் சராசரியாக 18 மாதங்கள் 6.45 மாதங்கள் என்று கூறுகிறார். பின்வருவனவற்றிற்குப் பதிலளிக்கவும்: (a) சேமிப்புக் கணக்கில் இன்னும் 22 மாதங்களில் பணம் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு என்ன? டெபாசிட்டரால் அந்த வங்கியில் திறக்கப்பட்டதா? (b) இரண்டு வருடங்களுக்கு முன் கணக்கு மூடப்பட்டிருக்கும் நிகழ்தகவு என்ன?

**தீர்வு:** (a) தேவையான நிகழ்தகவைக் கண்டறிவதற்காக, சாதாரண வளைவின் பகுதியின் பகுதியில் நிழலாடப்பட்டு கீழே காட்டப்பட்டுள்ளதைப் பற்றி நாங்கள் ஆர்வமாக உள்ளோம்:

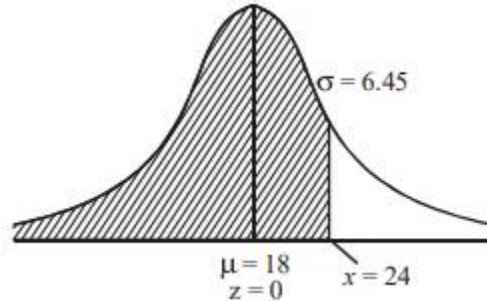


கணக்கிடுவோம் Z கீழ் வருமாறு:

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma} = \frac{22 - 18}{6.45} = 0.62$$

சாதாரண வளைவின் கீழ் பகுதியைக் காட்டும் அட்டவணையில் உள்ள மதிப்பு  $Z = 0.62$  என்பது 0.2324 ஆகும். இதன் பொருள் வளைவின் பரப்பளவு  $\mu = 18$  மற்றும்  $x = 22$  என்பது 0.2324 ஆகும். எனவே, வளைவின் நிழல் பகுதியின் பரப்பளவு  $(0.5) - (0.2324) = 0.2676$ , ஏனெனில் வளைவின் முழு வலது பகுதியின் பரப்பளவு எப்போதும் 0.5 ஆக இருக்கும். இதனால் சேமிப்புக் கணக்கில் இன்னும் 22 மாதங்களில் பணம் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு 0.2676 ஆகும்.

(b) தேவையான நிகழ்தகவைக் கண்டறிவதற்காக, சாதாரண வளைவின் பகுதியின் பகுதியில் நிழலாடப்பட்டு படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளதைப் பற்றி நாங்கள் ஆர்வமாக உள்ளோம்:



நாம் கணக்கிடும் நோக்கத்திற்காக,

$$Z = \frac{24 - 18}{6.45} = 0.93$$



## குறிப்பு

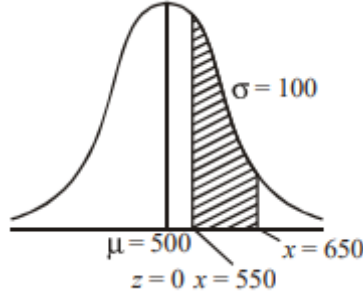
தொடர்புடைய அட்டவணையில் இருந்து மதிப்பு, எப்போது  $Z = 0.93$ , என்பது  $0.3238$  ஆகும், இது  $\mu = 18$  மற்றும் இடையே உள்ள வளைவின் பகுதியைக் குறிக்கிறது எக்ஸ் = 24. வளைவின் முழு இடது கை பகுதியின் பரப்பளவு வழக்கம் போல்  $0.5$  ஆகும்.

எனவே, ஷேடட் பகுதியின் பரப்பளவு  $(0.5) + (0.3238) = 0.8238$  ஆகும், இது இரண்டு ஆண்டுகளுக்கு முன்பே கணக்கு மூடப்பட்டிருக்க வேண்டிய நிகழ்தகவு, அதாவது 24 மாதங்களுக்கு முன்.

**எடுத்துக்காட்டு 2.2:** தனிநபர்களின் வருமானம் தொடர்பான ஒரு குறிப்பிட்ட சாதாரண விநியோகத்தைப் பொறுத்தவரை, சராசரி = 500 ரூபாய் மற்றும் நிலையான விலகல் = 100 ரூபாய் என்று வழங்கப்படுகிறது. சீரற்ற முறையில் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட தனிநபர் வருமானக் குழுவைச் சேர்ந்தவராக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் கண்டறியவும்,

(a) ரூ 550 முதல் ரூ 650 வரை; (b) ரூ 420 முதல் 570 வரை.

**தீர்வு:** (a) தேவையான நிகழ்தகவைக் கண்டறிவதற்காக, சாதாரண வளைவின் பகுதியின் பகுதியில் நிழலாடப்பட்டு கீழே காட்டப்பட்டுள்ளதைப் பற்றி நாங்கள் ஆர்வமாக உள்ளோம்:



இடையில் உள்ள வளைவின் பகுதியைக் கண்டறிவதற்காக  $x = 550$  முதல் 650 வரை. பின்வரும் கணக்கீடுகளைச் செய்வோம்:

$$Z = \frac{550 - 500}{100} = \frac{50}{100} = 0.50$$

$\mu = 500$  மற்றும் இடையே உள்ள பகுதிக்கு தொடர்புடையது  $x = 550$  அட்டவணையின்படி வளைவில் என்பது 0.1915

$$Z = \frac{650 - 500}{100} = \frac{150}{100} = 1.5$$

மற்றும்

$\mu = 500$  மற்றும் இடையே உள்ள பகுதிக்கு தொடர்புடையது  $x$  அட்டவணையின்படி வளைவில் = 650 என்பது 0.4332 க்கு சமம்

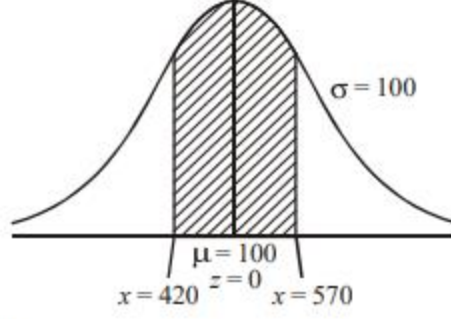
எனவே, இடையில் இருக்கும் வளைவின் பரப்பளவு  $x = 550$  மற்றும்  $x = 650$  என்பது,  $(0.4332) - (0.1915) = 0.2417$

தற்செயலாகத் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட தனிநபர் ரூ.550 முதல் ரூ.650 வரையிலான வருமானக் குழுவைச் சேர்ந்தவராக இருப்பதற்கான தேவையான நிகழ்தகவு இதுவாகும்.

(b) தேவையான நிகழ்தகவைக் கண்டறிவதற்காக, சாதாரண வளைவின் பகுதியின் பகுதியில் நிழலாடப்பட்டு கீழே காட்டப்பட்டுள்ளதைப் பற்றி நாங்கள் ஆர்வமாக உள்ளோம்:

நிழலாடிய பகுதியின் பகுதியைக் கண்டறிய, பின்வரும் கணக்கீடுகளைச் செய்கிறோம்:

## குறிப்பு



$$Z = \frac{570 - 500}{100} = 0.70$$

$\mu = 500$  மற்றும் இடையே உள்ள பகுதிக்கு தொடர்புடையது  $x = 570$  அட்டவணையின்படி வளைவில் என்பது 0.2580க்கு சமம்.

$$Z = \frac{420 - 500}{100} = -0.80$$

மற்றும்

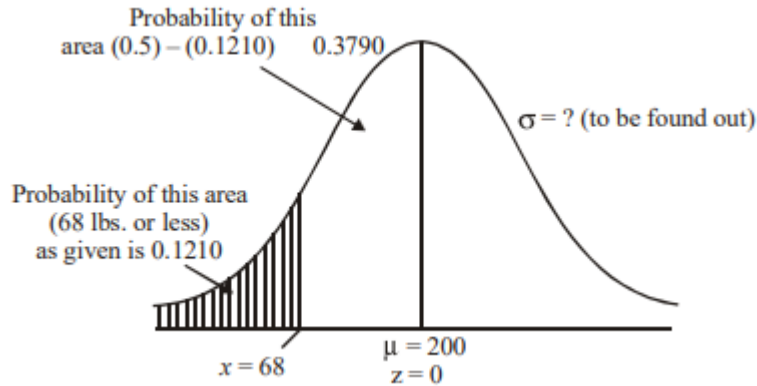
$\mu = 500$  மற்றும் இடையே உள்ள பகுதிக்கு தொடர்புடையது  $x = 420$  அட்டவணையின்படி வளைவில் என்பது 0.2881 க்கு சமம்.

எனவே, இடையே வளைவில் தேவையான பகுதி  $x = 420$  மற்றும்  $x = 570$  என்பது,  $(0.2580) + (0.2881) = 0.5461$

சீரற்ற முறையில் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட தனிநபர் ரூ.420 முதல் ரூ.570 வரையிலான வருமானக் குழுவைச் சேர்ந்தவராக இருப்பதற்கான தேவையான நிகழ்தகவு இதுவாகும்.

**எடுத்துக்காட்டு 2.3:** குறிப்பிட்ட நிறுவனம் தயாரிக்கிறது  $11\frac{1}{2}$  அனைத்து நோக்கங்களுக்காகவும் செய்யப்பட்ட கயிறு இறக்குமதி செய்யப்பட்ட சணல். கயிற்றின் சராசரி சுமை தாங்கும் திறன் 200 பவுண்டுகள் என்பது நிறுவனத்தின் மேலாளருக்குத் தெரியும். சாதாரண விநியோகம் பொருந்தும் என்று கருதி, கண்டுபிடிக்கவும் சுமை தாங்கும் திறனின் நிலையான விலகல்  $11\frac{1}{2}$  கயிறு என்று கொடுக்கப்பட்டால் கயிறு 68 பவுண்டுகள் உடைய 0.1210 நிகழ்தகவைக் கொண்டுள்ளது. அல்லது குறைவாக இழுக்கவும்.

**தீர்வு:** கொடுக்கப்பட்ட தகவலை கீழே காட்டப்பட்டுள்ளபடி ஒரு சாதாரண வளைவில் சித்தரிக்கலாம்:



பகுதியின் நிகழ்தகவு  $\mu = 200$  மற்றும்  $x = 68$  என்பது மேலே கூறப்பட்டுள்ளபடி 0.3790 ஆகும், அதனுடன் தொடர்புடைய மதிப்பு Z அட்டவணையின்படி சாதாரண வளைவின் பரப்பளவைக் காட்டுகிறது - 1.17

(மேனஸ் அடையாளம் நாம் வளைவின் இடது பகுதியில் இருப்பதைக் குறிக்கிறது)

இப்போது கண்டுபிடிக்க வேண்டும் • நாம் எழுதலாம்,

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

$$-1.17 = \frac{68 - 200}{\sigma}$$

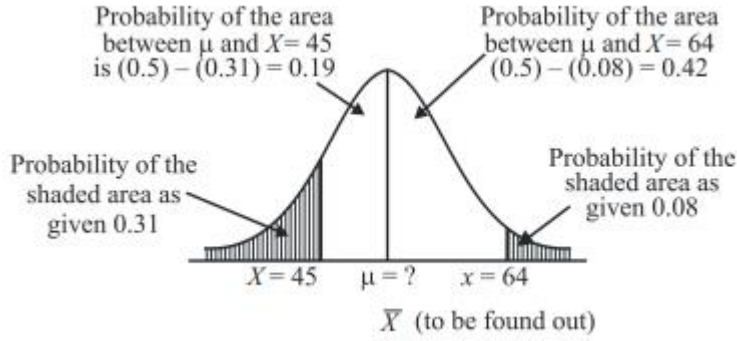
$$-1.17\sigma = -132$$

$$\sigma = 112.8 \text{ lbs. approx.}$$

எனவே, தேவையான நிலையான விலகல் 112.8 பவுண்ட் ஆகும். தோராயமாக.

**எடுத்துக்காட்டு 2.4:** ஒரு சாதாரண விநியோகத்தில், 31% பொருட்கள் 45 க்கும் குறைவாகவும், 8% ஆகவும் உள்ளன 64 க்கு மேல். கண்டுபிடிக்க  $X'$  மற்றும் • இந்த விநியோகம்.

**தீர்வு:** கீழே காட்டப்பட்டுள்ளபடி கொடுக்கப்பட்ட தகவலை ஒரு சாதாரண வளைவில் சித்தரிக்கலாம்:



பகுதியின் நிகழ்தகவு  $\mu$  மற்றும்  $x = 45$  என்பது மேலே கூறியது போல் 0.19, தொடர்புடைய மதிப்பு  $Z$  அட்டவணையில் இருந்து சாதாரண வளைவின் பரப்பளவு - 0.50. நாம் வளைவின் இடது பகுதியில் இருப்பதால், இதை கீழே உள்ளவாறு வெளிப்படுத்தலாம்,

$$-0.50 = \frac{45 - \mu}{\sigma} \quad (2.1)$$

இதேபோல், பகுதியின் நிகழ்தகவு  $\mu$  மற்றும்  $x = 64$  என்பது மேலே கூறப்பட்டுள்ளபடி 0.42 ஆகும், அதனுடன் தொடர்புடைய மதிப்பு  $Z$  பகுதி அட்டவணையில் இருந்து + 1.41. நாம் வளைவின் வலது பகுதியில் இருப்பதால், இதை கீழே உள்ளவாறு வெளிப்படுத்தலாம்,

$$1.41 = \frac{64 - \mu}{\sigma} \quad (2.2)$$

$\mu$  அல்லது  $X'$  இன் மதிப்பைப் பெற மேலே உள்ள (2.1) மற்றும் (2.2) சமன்பாடுகளைத் தீர்த்தால், நம்மிடம் உள்ளது,

$$-0.5\sigma = 45 - \mu$$

$$1.41\sigma = 64 - \mu$$

சமன்பாடு (2.4) படிவத்தை (2.3) கழிப்பதன் மூலம், நம்மிடம் உள்ளது,

குறிப்பு

## குறிப்பு

$$- 1.91 \sigma = -19$$

$$\therefore \sigma = 10$$

போடுவது  $\sigma = 10$  சமன்பாட்டில் (2.3) நம்மிடம் உள்ளது,

$$- 5 = 45 - \mu$$

$$\therefore \mu = 50$$

எனவே,  $\bar{x}$  (அல்லது  $\mu$ ) = 50 மற்றும்  $\sigma = 10$  சம்பந்தப்பட்ட சாதாரண விநியோகத்திற்கு.

## 2.4 Chi-சதுரம்

Chi-சதுர சோதனை என்பது இருவேறு அட்டவணைப் பகுப்பாய்விற்கான புள்ளியியல் முக்கியத்துவத்தின் அளவு அல்லாத சோதனையாகும் (குறுக்கு முறிவுகள் என்றும் அழைக்கப்படுகிறது). ஒரு கருதுகோளை ஏற்றுக்கொள்வதில் அல்லது நிராகரிப்பதில் நீங்கள் வைத்திருக்கக்கூடிய நம்பிக்கையின் அளவை புள்ளிவிவர முக்கியத்துவம் வாய்ந்த ஏதேனும் ஒரு சோதனை உங்களுக்குத் தெரியப்படுத்துகிறது. பொதுவாக, Chi-சதுர சோதனை என்பது எந்த ஒரு புள்ளியியல் கருதுகோள் சோதனையாகும், இதில் பூஜ்ய கருதுகோள் உண்மையாக இருக்கும்போது சோதனை புள்ளிவிவரங்கள் Chi-சதுர விநியோகத்தைக் கொண்டிருக்கும். தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட மாதிரிகளிலிருந்து நாம் பொதுமைப்படுத்தக்கூடிய அவர்களின் நடத்தையின் சில குணாதிசயங்கள் அல்லது அம்சங்களில் பொதுமான அளவு வேறுபடும் வெவ்வேறு மாதிரிகளில் (மக்கள்) இது செய்யப்படுகிறது. எங்கள் மாதிரிகள் எடுக்கப்பட்ட மக்கள்தொகை நடத்தை அல்லது பண்புகளில் வேறுபட்டதாக இருக்க வேண்டும். மாதிரித் தரவின் முக்கியத்துவத்தை மதிப்பிடுவதற்கு புள்ளிவிவரங்களில் பயன்படுத்தப்படும் பல சோதனைகளில், பேராசிரியர் ஃபிஷரால் உருவாக்கப்பட்ட Chi-சதுர சோதனை ஒரு முக்கியமான சோதனையாகக் கருதப்படுகிறது. Chi-சதுரம், குறியீடாக  $\chi^2$  என எழுதப்பட்டுள்ளது (Ki-சதுரம் என உச்சரிக்கப்படுகிறது), இது ஒரு புள்ளிவிவர அளவீடு ஆகும், இதன் உதவியுடன் அனுமானமான பிரபஞ்சத்திலிருந்து பெறப்பட்ட கவனிக்கப்பட்ட அதிர்வெண்களுக்கும் எதிர்பார்க்கப்படும் அதிர்வெண்களுக்கும் இடையிலான வேறுபாட்டின் முக்கியத்துவத்தை மதிப்பிட முடியும். இரண்டுக்கும் மேற்பட்ட மக்கள் தொகை விகிதாச்சாரத்தை சமமாகக் கருத முடியுமா என்பதைச் சோதிக்க Chi-சதுரச் சோதனைகள் நமக்கு உதவுகின்றன. Chi-சதுர சோதனை பொருந்தக்கூடியதாக இருக்க, இரண்டு அதிர்வெண்களும் ஒரே மாதிரியாக தொகுக்கப்பட வேண்டும் மற்றும் கோட்பாட்டு விநியோகம் கவனிக்கப்பட்ட அதிர்வெண்களுக்கு சமமான அதே மொத்த அதிர்வெண்ணைக் கொடுக்கும் வகையில் சரிசெய்யப்பட வேண்டும்.  $\chi^2$  பின்வரும் சூத்திரத்தின் உதவியுடன் கணக்கிடப்படுகிறது:

$$\chi^2 = \sum \left\{ \frac{(f_o - f_e)^2}{f_e} \right\}$$

எங்கே,  $f_o$  கவனிக்கப்பட்ட அதிர்வெண் பொருள்; மற்றும்

$f_e$  எதிர்பார்க்கப்படும் அதிர்வெண் என்று பொருள்.

## குறிப்பு

$X^2$  இன் கணக்கிடப்பட்ட மதிப்பு இல்லையா குறிப்பிடத்தக்கது,  $X^2$  இன் அட்டவணைப்படுத்தப்பட்ட மதிப்புகளைப் பார்ப்பதன் மூலம் அதைக் கண்டறிய முடியும் (இந்தப் புத்தகத்தின் பிற்சேர்க்கைப் பகுதியில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது) ஒரு குறிப்பிட்ட அளவிலான நம்பிக்கையில் (பொதுவாக 5 சதவீத அளவு எடுக்கப்படும்) சுதந்திரத்தின் அளவுகளுக்கு.  $X^2$  இன் கணக்கிடப்பட்ட மதிப்பு என்றால் அட்டவணை மதிப்பை மீறுகிறது, கவனிக்கப்பட்ட மற்றும் எதிர்பார்க்கப்படும் அதிர்வெண்களுக்கு இடையிலான வேறுபாடு குறிப்பிடத்தக்கதாக எடுத்துக் கொள்ளப்படுகிறது, ஆனால் அட்டவணை மதிப்பு  $X^2$  கணக்கிடப்பட்ட மதிப்பை விட அதிகமாக இருந்தால், பின்னர் கவனிக்கப்பட்ட மற்றும் எதிர்பார்க்கப்படும் அதிர்வெண்களுக்கு இடையிலான வேறுபாடு முக்கியமற்றதாகக் கருதப்படுகிறது, அதாவது, வாய்ப்பின் விளைவாக எழுந்ததாகக் கருதப்படுகிறது மற்றும் புறக்கணிக்கப்படலாம்.

### சுதந்திரப் பரிமாணங்கள்

சுயாதீனமான கட்டுப்பாடுகளின் எண்ணிக்கையானது சுதந்திரத்தின் அளவுகளின் எண்ணிக்கையை (அல்லது df) தீர்மானிக்கிறது. 10 அதிர்வெண் வகுப்புகள் இருந்தால் மற்றும் ஒரு சுயாதீனமான கட்டுப்பாடு இருந்தால், பின்னர்  $(10 - 1) = 9$  டிகிரி சுதந்திரம் இருக்கும். எனவே, n என்பது குழுக்களின் எண்ணிக்கை மற்றும் ஒரு கட்டுப்பாடு வைக்கப்பட்டால், கவனிக்கப்பட்ட மற்றும் எதிர்பார்க்கப்படும் அதிர்வெண்களின் மொத்தத்தை சமமாக ஆக்கினால்,  $df = (n - 1)$ ; மொத்தம் மற்றும் எண்கணிதத்தை சமமாக வைத்து இரண்டு கட்டுப்பாடுகள் வைக்கப்படும் போது  $df = (n - 2)$ , மற்றும் பல. தற்செயல் அட்டவணையின் விஷயத்தில் (அதாவது, இரண்டு நெடுவரிசைகள் மற்றும் இரண்டுக்கும் மேற்பட்ட வரிசைகள் கொண்ட அட்டவணை அல்லது இரண்டு வரிசைகளுக்கு மேல் ஆனால் இரண்டு நெடுவரிசைகள் அல்லது இரண்டுக்கும் மேற்பட்ட வரிசைகள் மற்றும் இரண்டுக்கும் மேற்பட்ட நெடுவரிசைகளைக் கொண்ட அட்டவணை) அல்லது ஒரு விஷயத்தில்  $2 \times 2$  அட்டவணை, சுதந்திரத்தின் அளவுகள் பின்வருமாறு வேலை செய்யப்படுகின்றன:

$$df = (c - 1)(r - 1)$$

எங்கே, c = நெடுவரிசைகளின் எண்ணிக்கை

r = வரிசைகளின் எண்ணிக்கை

### சோதனையைப் பயன்படுத்துவதற்கான நிபந்தனைகள்

சோதனையைப் பயன்படுத்துவதற்கு முன் பின்வரும் நிபந்தனைகள் பூர்த்தி செய்யப்பட வேண்டும்:

- பதிவுசெய்யப்பட்ட மற்றும் பயன்படுத்தப்பட்ட அவதானிப்புகள் சீரற்ற அடிப்படையில் சேகரிக்கப்படுகின்றன.
- மாதிரியில் உள்ள அனைத்து உறுப்பினர்களும் (அல்லது உருப்படிகள்) சுயாதீனமாக இருக்க வேண்டும்.
- எந்தவொரு குழுவிலும் மிகக் குறைவான உருப்படிகள் இருக்கக்கூடாது, 10 க்கும் குறைவாகக் கூறுங்கள். அதிர்வெண்கள் 10 க்கும் குறைவாக இருக்கும் சந்தர்ப்பங்களில், புதிய அதிர்வெண்கள் 10 ஐ விட அதிகமாக இருக்கும் வகையில் அருகிலுள்ள குழுக்களின் அதிர்வெண்களை இணைப்பதன் மூலம் மறுதொகுப்பு செய்யப்படுகிறது. சில புள்ளியியல் வல்லுநர்கள் இந்த எண்ணை 5 ஆக எடுத்துக்கொள்கிறார்கள், ஆனால்

## குறிப்பு

பெரும்பாலான புள்ளியியல் நிபுணர்களால் 10 சிறந்ததாகக் கருதப்படுகிறது.  
(iv) உருப்படிகளின் மொத்த எண்ணிக்கை (அதாவது, N) நியாயமான அளவில் பெரியதாக இருக்க வேண்டும். குழுக்களின் எண்ணிக்கை எவ்வளவு சிறியதாக இருந்தாலும் குறைந்தது 50 ஆக இருக்க வேண்டும்.

(v) கட்டுப்பாடுகள் நேரியல் இருக்க வேண்டும். தற்செயல் அட்டவணையின் செல் அதிர்வெண்களில் நேரியல் சமன்பாடுகளை உள்ளடக்கிய கட்டுப்பாடுகள் (அதாவது, சதுரங்கள் இல்லாத சமன்பாடுகள் அல்லது அதிர்வெண்களின் அதிக சக்திகள்) நேரியல் கட்டுப்பாடுகள் எனப்படும்.

### Chi-சதுர சோதனையின் பயன்பாட்டின் பகுதிகள்

Chi-சதுர சோதனை அதிக எண்ணிக்கையிலான சிக்கல்களில் பொருந்தும். சோதனை, உண்மையில், ஒரு நுட்பமாகும், இதைப் பயன்படுத்துவதன் மூலம் இது நமக்கு சாத்தியமாகும்:

- (a) பொருத்தத்தின் நன்மையை சோதிக்கவும்;
- (b) அதிர்வெண் பகிர்வுகளின் எண்ணிக்கையின் ஒருமைப்பாட்டை சோதிக்கவும்;
- (c) இரண்டு பண்புக்கூறுகளுக்கு இடையே உள்ள தொடர்பின் முக்கியத்துவத்தை சோதிக்கவும்

வேறு வார்த்தைகளில் கூறுவதானால், Chi-சதுர சோதனை என்பது சுதந்திரம், பொருத்தம் மற்றும் ஒருமைப்பாட்டின் ஒரு சோதனை. சில நேரங்களில் Chi-சதுர சோதனையானது மக்கள்தொகை மாறுபாட்டின் சோதனையாகவும் பயன்படுத்தப்படுகிறது.

பொருத்தத்தின் நன்மைக்கான சோதனையாக,  $\chi^2$  பைனோமியல் விநியோகம், பாய்சன் விநியோகம் அல்லது இயல்பான விநியோகம் போன்ற அனுமானிக்கப்படும் கோட்பாட்டு விநியோகத்துடன் கவனிக்கப்பட்ட தரவின் விநியோகம் எவ்வளவு நன்றாகப் பொருந்துகிறது என்பதைப் பார்க்க சோதனை உதவுகிறது.

சுதந்திரத்தின் சோதனையாக,  $\chi^2$  இரண்டு பண்புக்கூறுகள் தொடர்புடையதா இல்லையா என்பதை விளக்க சோதனை உதவுகிறது. உதாரணமாக, காய்ச்சலைக் கட்டுப்படுத்த ஒரு புதிய மருந்து பயனுள்ளதாக இருக்கிறதா இல்லையா என்பதை அறிய நாம் ஆர்வமாக இருக்கலாம் மற்றும்  $\chi^2$  இந்த சிக்கலைத் தீர்மானிக்க சோதனை எங்களுக்கு உதவும். அத்தகைய சூழ்நிலையில், இரண்டு பண்புக்கூறுகள் (புதிய மருந்து மற்றும் காய்ச்சலைக் கட்டுப்படுத்துதல்) சுயாதீனமானவை என்ற பூஜ்ய கருதுகோளில் நாங்கள் தொடர்கிறோம். அதாவது புதிய மருந்து காய்ச்சலைக் கட்டுப்படுத்துவதில் பலனளிக்கவில்லை. இருப்பினும், இங்கே குறிப்பிடலாம்  $\chi^2$  இரண்டு பண்புக்கூறுகளுக்கு இடையிலான உறவின் அளவு அல்லது உறவின் வடிவத்தின் அளவீடு அல்ல, ஆனால் இது இரண்டு பண்புக்கூறுகளுக்கு இடையிலான தொடர்பு அல்லது உறவின் முக்கியத்துவத்தை மதிப்பிடுவதற்கான ஒரு நுட்பமாகும்.

ஒருமைப்பாட்டின் சோதனையாக,  $\chi^2$  ஒரே பிரபஞ்சத்திலிருந்து வெவ்வேறு மாதிரிகள் வருகின்றனவா என்பதைக் கூற சோதனை உதவுகிறது. இந்தச் சோதனையின் மூலம், மாதிரி/மாதிரிகளின் அடிப்படையில் உருவாக்கப்பட்ட முடிவுகள் நன்கு வரையறுக்கப்பட்ட கருதுகோளுடன் ஒத்துப்போகின்றனவா அல்லது கொடுக்கப்பட்ட கருதுகோளை ஆதரிக்கத் தவறியதா என்பதையும் நாம் விளக்கலாம். எனவே, சோதனையை ஒரு முக்கியமான முடிவெடுக்கும் நுட்பமாக எடுத்துக் கொள்ளலாம்.

## குறிப்பு

மக்கள்தொகை மாறுபாட்டின் சோதனையாக, Chi-சதுரம் நம்பக இடைவெளிகளின் மூலம் மக்கள்தொகை மாறுபாட்டின் முக்கியத்துவத்தை சோதிக்கவும் பயன்படுத்தப்படுகிறது, குறிப்பாக சிறிய மாதிரிகள்.

இதுவரை, எங்கள் மக்கள்தொகை அளவுருக்கள் அல்லது மாதிரி மற்றும் மக்கள்தொகை பண்புகளின் ஒப்பீடு மாதிரிகள் எடுக்கப்பட்ட மக்கள்தொகை பற்றிய சில அனுமானங்களை உள்ளடக்கியது. பெரும்பாலான புள்ளியியல் சோதனைகளில், மக்கள் தொகை பொதுவாக விநியோகிக்கப்படுகிறது என்ற அனுமானத்தின் அடிப்படையில் நாங்கள் எங்கள் முடிவுகளை எடுத்துள்ளோம். பைனாமியல் விநியோகத்தின் விஷயத்தில் கூட, நாங்கள் அதை ஒரு சாதாரண விநியோகத்திற்கு தோராயமாக மதிப்பிட்டோம், இதனால் சில முடிவுகளை எடுக்க Z மதிப்பெண் சோதனை பயன்படுத்தப்படும்.

மக்கள்தொகையைப் பற்றிய இந்த அனுமானத்தை உருவாக்க முடியாதபோது, பிற நடைமுறைகளைப் பயன்படுத்துவது அவசியமாகிறது. இத்தகைய சூழ்நிலைகளில் பயன்படுத்தப்படும் சோதனைகளில் ஒன்று Chi ஸ்கொயர் என்று அழைக்கப்படுகிறது ( $\chi^2$ ) சோதனை. இந்த சோதனை நல்லது பெயரளவு அல்லது வழக்கமான அளவீட்டு அளவு, இதில் ஆண் மற்றும் பெண், அல்லது புதியவர்கள், இளையவர்கள் மற்றும் மூத்தவர்கள் மற்றும் பல வகைகளாக மட்டுமே வகைப்படுத்தக்கூடிய தரவுகளுடன் பெயரளவிலான அளவீடுகள் கையாளப்படுகின்றன. இந்த குழுக்களுக்கு குறிப்பிட்ட வரிசை எதுவும் இல்லை, மேலும், அனைத்து வகைகளும் தனித்தனியாகவும், பரஸ்பரம் பிரத்தியேகமாகவும் இருப்பதால், ஒரு பிரிவில் உள்ள உருப்படி மற்றொரு பிரிவில் சேர்க்கப்படாது. இந்த வகைகளுக்கு வரிசைமுறை அளவீட்டு நிலை வெவ்வேறு தரங்களை ஒதுக்குகிறது. ஒரு வகை நிற்பதில் உயர்ந்ததாக இருக்கலாம், மற்ற பிரிவு நல்லதாகவோ அல்லது நியாயமானதாகவோ இருக்கலாம்.

இருவகைப் பரவலைப் போலவே,  $\chi^2$  நபர்களின் கருத்துக்கள், மத சார்பு, புகைபிடிக்கும் பழக்கம் மற்றும் பல போன்ற தரமான மாறிகளை பகுப்பாய்வு செய்வதற்கும் சோதனை பயன்படுத்தப்படுகிறது. இருப்பினும், இரண்டு மக்கள்தொகை விகிதாச்சாரத்தை ஒப்பிடும் பைனாமியல் விநியோக சோதனை போலல்லாமல்,  $\chi^2$  இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட மக்கள்தொகையின் விகிதாச்சாரத்தைப் பற்றிய தீர்ப்புகளை சோதனை கையாள்கிறது.

$\chi^2$  விநியோகம் பின்வரும் பண்புகளைக் கொண்டுள்ளது.

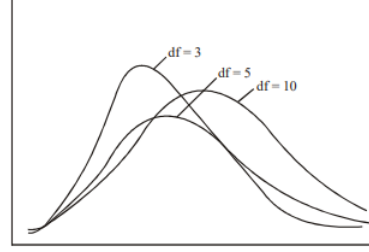
- இது சதுரமான அவதானிப்புகளை உள்ளடக்கியது, எனவே, அது எப்போதும் நேர்மறையாக இருக்கும். அதன் மதிப்பு எப்போதும் பூஜ்ஜியத்தை விட அதிகமாகவோ அல்லது சமமாகவோ இருக்கும்.
- விநியோகம் சமச்சீராக இல்லை. இது வலப்புறமாக வளைந்திருப்பதால் அதன் வளைவு நேர்மறையாக இருக்கும். இருப்பினும், சுதந்திரத்தின் அளவுகள் அதிகரிக்கும் போது, Chi சதுரம் சமச்சீர் விநியோகத்தை அணுகுகிறது.
- ஒத்த  $\chi^2$  விநியோகம், சி சதுர விநியோகங்களின் குடும்பம் உள்ளது. அங்கே சுதந்திரத்தின் ஒவ்வொரு அளவிற்கும் ஒரு குறிப்பிட்ட விநியோகம் ஆகும்.

$\chi^2$  க்கான சுதந்திரத்தின் அளவுகளின் மதிப்பீடு அத்தகைய மதிப்பீட்டை விட விநியோகம் வேறுபட்டது t-விநியோகம். உள்ளே இருக்கும்போது t-விநியோகம், சுதந்திரத்தின் அளவுகள் மாதிரி அளவு (n-1),  $\chi^2$  என தீர்மானிக்கப்படுகிறது விநியோகம், இவை மாதிரியின் பல்வேறு

## குறிப்பு

பண்புக்கூறுகள் வைக்கப்பட்டுள்ள வகைகளின் எண்ணிக்கையால் தீர்மானிக்கப்படுகிறது, அதனால் (k) எண்ணிக்கையிலான பிரிவுகள் இருந்தால், சுதந்திரத்தின் அளவுகளின் எண்ணிக்கை (k-1) ஆக இருக்கும். எடுத்துக்காட்டாக, 100 மாணவர்களின் மாதிரியை புதியவர்கள், இரண்டாம் ஆண்டு மாணவர்கள், இளையவர்கள் மற்றும் மூத்தவர்கள் என வகைப்படுத்தினால்,  $k = 4$ , மற்றும்  $(k - 1) = 3$  டிகிரி சுதந்திரம் என்று 4 பிரிவுகள் இருக்கும்.

பின்வரும் எடுத்துக்காட்டு  $X^2$  குடும்பத்தைக் காட்டுகிறது வளைவுகள் பலவிதமான சுதந்திரம் கொண்டவை மற்றும் சுதந்திரத்தின் அளவுகளின் எண்ணிக்கை அதிகரிப்பதைக் காணலாம்,  $X^2$  விநியோகம் சாதாரண வளைவை நெருங்குகிறது.



$X^2$  இடையே குறிப்பிடத்தக்க வேறுபாடு உள்ளதா என்பதை சோதிக்க சோதனை பயன்படுத்தப்படுகிறது கவனிக்கப்பட்டது ஒவ்வொரு வகையிலும் பதில்களின் எண்ணிக்கை மற்றும் எதிர்பார்க்கப்படுகிறது பூஜ்ய கருதுகோளின் அனுமானங்களின் கீழ் அத்தகைய வகைக்கான பதில்களின் எண்ணிக்கை. வேறு வார்த்தைகளில் கூறுவதானால், கவனிக்கப்பட்ட அதிர்வெண்களின் விநியோகம் எவ்வளவு நன்றாக உள்ளது என்பதைக் கண்டறிவதே நோக்கமாகும் ( $f_o$ ) எதிர்பார்க்கப்படும் அதிர்வெண்களின் விநியோகத்திற்கு பொருந்தும் ( $f_e$ ) எனவே, இந்த சோதனை என்றும் அழைக்கப்படுகிறது நன்மை-பொருத்தம் சோதனை.

இந்த சோதனையை ஒரு எடுத்துக்காட்டுடன் சிறப்பாக விளக்கலாம்.

**எடுத்துக்காட்டு 2.5:** நியூயார்க்கில் இருந்து 200 தொழிலதிபர்களின் மாதிரியை எடுத்துக்கொள்வோம், அதில் 100 பேர் பொருளாதார நிலைமை மேம்படும் என்று நம்புகிறார்கள், பிறகு வாஷிங்டனில் இருந்து 300 வணிகர்களின் மாதிரியை எடுத்துக்கொள்கிறோம், அதில் 100 பேர் பொருளாதார நிலைமைகள் மேம்படும் என்று நம்புகிறார்கள், நாங்கள் எடுத்துக்கொள்கிறோம். சிகாகோவிலிருந்து 250 வணிகர்களின் மாதிரி மற்றும் அவர்களில் 120 பேர் பொருளாதார நிலைமைகள் மேம்படும் என்று நம்புகிறார்கள். இப்போது, இந்த மூன்று வெவ்வேறு நகரங்களைச் சேர்ந்த வணிகர்களின் கருத்துக்களுக்கு இடையே முக்கியத்துவம் வாய்ந்த அளவில் குறிப்பிடத்தக்க வேறுபாடு உள்ளதா என்பதைச் சோதிக்க விரும்புகிறோம்.

பூஜ்ய கருதுகோள் இந்த மூன்று நகரங்களில் உள்ள வணிகர்களின் கருத்துக்களுக்கு இடையே வேறுபாடு இல்லை என்று கருதுகிறது, அவை வகைகளாகக் கருதப்படலாம். மாற்று கருதுகோள் என்னவென்றால், இந்த வகைகள் அனைத்தும் ஒரே மாதிரியானவை அல்ல.

மாதிரி விநியோகம் தோராயமாக  $\cdot 2$  ஆல் மதிப்பிடப்பட்ட சீரற்ற மாறி விநியோகம் வழங்கப்படுகிறது:



$$\chi^2 = \sum \frac{(f_o - f_e)^2}{f_e}$$

இங்கே

$f_o$  = கொடுக்கப்பட்ட பிரிவில் பதில்களின் அதிர்வெண் கவனிக்கப்பட்டது

$f_e$  = பூஜ்ய கருதுகோளின் அனுமானத்தின் கீழ் அதே பிரிவில் பதில்களின் எதிர்பார்க்கப்படும் அதிர்வெண்

$\chi^2$  இன் கணக்கிடப்பட்ட மதிப்பு பின்னர்  $\chi^2$  இன் முக்கியமான மதிப்புடன் ஒப்பிடப்படுகிறது முக்கியத்துவத்தின் மட்டத்தில் முன்பே நிறுவப்பட்ட மதிப்புடன் அட்டவணையில் இருந்து மற்றும் சுதந்திரத்தின் அளவுகளின் பொருத்தமான மதிப்பு. சுதந்திரத்தின் அளவுகள் (df) பின்வருமாறு கணக்கிடப்படுகின்றன:

- df = (k - 1), இங்கு k என்பது ஒரு மாதிரி சோதனையில் உள்ள வகைகளின் எண்ணிக்கை (எடுத்துக்காட்டு பின்வருமாறு).
- df = (k - 1) (r - 1), இங்கு k என்பது நெடுவரிசைகளின் எண்ணிக்கை மற்றும் r எண் ஆகும் இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட சுயாதீன மாதிரிகளின் பல்வேறு வகைகளுக்கான குறுக்கு-வகைப்படுத்தல் அட்டவணையில் (தற்செயல் அட்டவணை என அறியப்படுகிறது) வரிசைகள்.

(முக்கிய மதிப்பு ஏற்றுக்கொள்ளும் பகுதியை நிராகரிக்கும் பகுதியிலிருந்து பிரிக்கிறது என்பதைக் கவனத்தில் கொள்ள வேண்டும்.)

முன்பு கூறியது போல், ஒரு  $\chi^2$  விநியோகம் என்பது (df) ஒவ்வொரு மதிப்பிற்கும் வெவ்வேறு விநியோகம் கொண்ட விநியோகங்களின் குடும்பமாகும். சுதந்திரத்தின் அளவுகள், தரவுகளில் தேவையான கட்டுப்பாடுகள் விதிக்கப்பட்ட பிறகு மாறுபடும் அவதானிப்புகளின் எண்ணிக்கை என வரையறுக்கலாம். எடுத்துக்காட்டாக, 30 பதில்களைக் கொண்ட தரவு, ஒரு சிக்கலுக்குச் சாதகமாகவோ அல்லது விரும்பாததாகவோ என இரண்டு வகைகளில் வைக்கப்பட்டு, இவற்றில் 20 ஒரு வகையைச் சேர்ந்ததாகத் தெரிந்தால், 10 மறுமொழிகளின் இருப்பு மற்றொன்றில் விழ வேண்டும் என்பதை நாங்கள் அறிவோம். வகை. இந்த வழக்கில், இரண்டு பிரிவுகளுக்கு சுதந்திரத்தின் டிகிரி எண்ணிக்கை (k) என்பது (k - 1) = 1, ஏனெனில் ஒரு பிரிவில் உள்ள பதில்களின் எண்ணிக்கை மட்டுமே இலவசம் மாறுபடும், அதே சமயம் மற்ற வகையின் பதில்கள் மொத்த பதில்களின் எண்ணிக்கை மற்றும் முதல் வகையின் பதில்களின் எண்ணிக்கை ஆகியவற்றால் நிர்ணயிக்கப்படுகின்றன.

### $\chi^2$ ஒரு மாதிரி சோதனை

டை நியாயமானதா அல்லது ஏற்றப்பட்டதா என்பதைச் சரிபார்க்க ஒரு டை 30 முறை உருட்டப்பட்டது என்று வைத்துக்கொள்வோம். இது ஒரு நியாயமான மற்றும் சமநிலையான இறக்கமாக இருந்தால், ஒவ்வொரு முகமும் ஐந்து முறை வரும் என்று எதிர்பார்க்க வேண்டும், ஏனெனில் ஃபெர் டையின் ஒவ்வொரு முகத்தின் நிகழ்தகவு (p) 1/6 மற்றும் ஒவ்வொரு முகத்தின் எதிர்பார்க்கப்படும் மதிப்பு 30 ரோல்களில் வரும் = np = (30 × 1/6) = 5.

நடத்தப்பட்ட சோதனையில், ஒவ்வொரு முகமும் வரிசையாக வந்த உண்மையான எண்ணிக்கை பின்வருமாறு:

4, 7, 3, 6, 8, 2

### குறிப்பு

30 ரோல்களில் வரும் ஒவ்வொரு முகத்தின் கவனிக்கப்பட்ட அதிர்வெண் மற்றும் எதிர்பார்க்கப்படும் அதிர்வெண் ஆகியவற்றின் ஒப்பீடு பின்வருமாறு அட்டவணைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது.

## குறிப்பு

### துவக்கு மதிப்பு

கவனிக்கப்பட்ட அதிர்வெண்	4	7	3	6	8	2
எதிர்பார்க்கப்படும் அதிர்வெண்	5	5	5	5	5	5

செயல்பாட்டில் உள்ள படிகள்

**படி 1. பூஜ்ய கருதுகோள் மற்றும் மாற்று கருதுகோளைக் குறிப்பிடவும்.**

$H_0$ : அனைத்து முகங்களும் சமமாக ஏற்பட வாய்ப்புள்ளது. வேறு வார்த்தைகளில் கூறுவதானால்,

$$p_1 = p_2 = p_3 = p_4 = p_5 = p_6$$

$H_1$ : அனைத்து நிகழ்தகவுகளும் சமமாக இல்லை அல்லது குறைந்தபட்சம் இரண்டு நிகழ்தகவுகள் (அல்லது விகிதாச்சாரங்கள்) ஒன்றுக்கொன்று வேறுபடுகின்றன.

பூஜ்ய கருதுகோளின் கீழ், அனைத்து விகிதாச்சாரங்களும் சமமாக இருக்க வேண்டும். இந்த விகிதாச்சாரங்களில் ஒன்று மற்றவற்றுடன் சமமாக இல்லாவிட்டாலும், பூஜ்ய கருதுகோளை ஏற்றுக்கொள்ள முடியாது.

**படி 2. முக்கியத்துவம் வாய்ந்த ஒரு நிலை தேர்ந்தெடுக்கப்பட்டது.**

$\alpha = 0.05$  என்று வைத்துக்கொள்வோம். இது வகை I பிழையை உருவாக்கும் நிகழ்தகவு. இதன் பொருள் எப்போது  $\alpha = 0.05$ , பூஜ்ய கருதுகோளை நிராகரிப்பதில் பிழை செய்வோம், உண்மையில் அது உண்மையாக இருக்கும் போது, 5 சதவிகிதம் முறை.

**Step 3. எதிர்பார்க்கப்படும் அதிர்வெண்ணைக் கணக்கிடுக  $f_e$  ஒவ்வொரு வகைக்கும்.**

நம் விஷயத்தில்,  $f_e = 5$ .

**Step 4. பொருத்தமான சோதனை புள்ளிவிவரத்தைப் பயன்படுத்தவும்.**

நம் விஷயத்தில்,  $\chi^2$  தனித்த வகைகளில் எதிர்பார்க்கப்படும் அதிர்வெண்களுடன் கவனிக்கப்பட்ட அதிர்வெண்களை ஒப்பிடுவதால் சோதனை தேர்ந்தெடுக்கப்பட்டது. (பகுப்புகள் இறந்தவரின் ஆறு முகங்கள்)  $\chi^2$  சோதனையானது பூஜ்ய கருதுகோளைப் பற்றி முடிவெடுக்கும் நோக்கங்களுக்காக கவனிக்கப்பட்ட மதிப்புகள் மற்றும் எதிர்பார்க்கப்படும் மதிப்புகளுக்கு இடையே உள்ள முரண்பாட்டை அளவிடுகிறது.

$$\chi^2 = \sum \frac{(f_o - f_e)^2}{f_e}$$

நம் விஷயத்தில்,

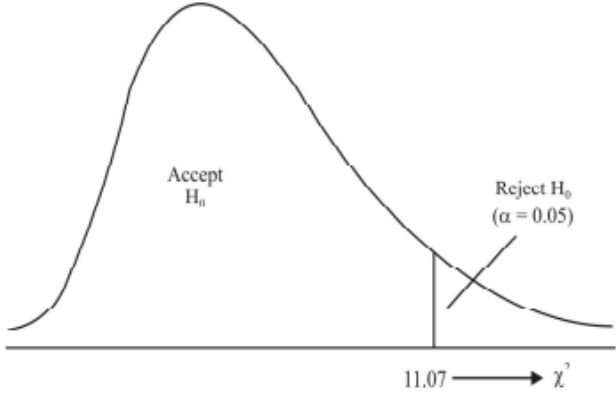
## குறிப்பு

$$\begin{aligned}\chi^2 &= \frac{(4-5)^2}{5} + \frac{(7-5)^2}{5} + \frac{(3-5)^2}{5} + \frac{(6-5)^2}{5} + \frac{(8-5)^2}{5} + \frac{(2-5)^2}{5} \\ &= \frac{1}{5} + \frac{4}{5} + \frac{4}{5} + \frac{1}{5} + \frac{9}{5} + \frac{9}{5} \\ &= \frac{28}{5} = 5.6\end{aligned}$$

**படி 5. ஒரு முடிவு விதி வகுக்கப்படுகிறது.**

$\chi^2$  இன் முக்கியமான மதிப்பை நாங்கள் சரிபார்க்கிறோம்  $\alpha = 0.05$  எதிராக அட்டவணையில் இருந்து மற்றும்  $df = (k - 1) = (6 - 1) = 5$ . இந்த மதிப்பு 11.07 என வழங்கப்படுகிறது.  $\chi^2$  என்ற நமது கணக்கிடப்பட்ட மதிப்பை ஒப்பிடுகிறோம்  $\chi^2$  இன் முக்கியமான மதிப்புடன் மேஜையில் இருந்து. எங்கள் கணக்கிடப்பட்ட மதிப்பிலிருந்து  $\chi^2 = 5.6$  என்பது  $\chi^2 = 11.07$  இன் முக்கியமான மதிப்பை விட குறைவாக உள்ளது, பூஜ்ய கருதுகோளை நாம் நிராகரிக்க முடியாது.

$\chi^2$  இன் பின்வரும் வரைபடம் விநியோகம் இந்த புள்ளியை விளக்குகிறது.



$\chi^2$  இன் ஒரு மாதிரி சோதனை பின்வரும் அவதானிப்புகளால் கட்டுப்படுத்தப்படுகிறது:

1.  $k = 2$  மற்றும்  $df = (k - 1) = 1$  எனில், ஒவ்வொரு எதிர்பார்க்கப்படும் அதிர்வெண்ணும் குறைந்தது 5 ஆக இருக்க வேண்டும்.
2. போது  $df > 1$ , பின்னர்  $\chi^2$  எதிர்பார்க்கப்படும் அதிர்வெண்களில் 20 சதவீதத்திற்கும் அதிகமான மதிப்பு 5 ஐ விட சிறியதாக இருந்தால் அல்லது எதிர்பார்க்கப்படும் அதிர்வெண் 1 ஐ விட சிறியதாக இருந்தால் ஒரு மாதிரி சோதனை பயன்படுத்தப்படக்கூடாது.

**எடுத்துக்காட்டு 2.6:** 60 குழந்தைகளிடம் வெண்ணிலா, ஸ்ட்ராபெர்ரி மற்றும் சாக்லேட் ஆகிய மூன்று சுவைகளில் எந்த ஐஸ்கிரீம் சுவை பிடித்தது என்று கேட்கப்பட்டது என்று வைத்துக்கொள்வோம். பதில்கள் பின்வருமாறு பதிவு செய்யப்பட்டுள்ளன:

சுவை	எண்
வெணிலா	17
ஸ்ட்ராபெர்ரி	24
சாக்லேட்	19

மற்ற சுவைகளுடன் ஒப்பிடும்போது குழந்தைகள் ஏதேனும் குறிப்பிட்ட சுவையை விரும்புகிறாரா என்பதை தீர்மானிப்பதே எங்கள் நோக்கம்.

## குறிப்பு

**தீர்வு:** ஐஸ்கிரீம் சுவைகளைப் பொறுத்த வரையில் குழந்தைகளின் சுவைகளில் எந்த வித்தியாசமும் இல்லை என்று பூஜ்ய கருதுகோள் கூறுகிறது. பூஜ்ய கருதுகோளின் கீழ், சம எண்ணிக்கையிலான குழந்தைகள் ஒவ்வொரு சுவையையும் விரும்புவார்கள் என்று எதிர்பார்க்கப்படுகிறது. அதாவது, எதிர்பார்க்கப்படும் அதிர்வெண்கள் வெண்ணிலாவிற்கு 20, ஸ்ட்ராபெர்ரிக்கு 20 மற்றும் சாக்கலேட்டுக்கு 20 ஆக இருக்க வேண்டும்.

எதிர்பார்க்கப்படும் அதிர்வெண்கள் மற்றும் கவனிக்கப்பட்ட அதிர்வெண்களின் அட்டவணை பின்வருமாறு காட்டப்பட்டுள்ளது:

சுவை	கவனிக்கப்பட்ட அதிர்வெண்	எதிர்பார்க்கப்படும் அதிர்வெண்
வெனிலா	17	20
ஸ்ட்ராபெர்ரி	24	20
சாக்கலேட்	19	20

$\chi^2$  ஐப் பயன்படுத்துதல் சோதனை, நாம் பெறுகிறோம்,

$$\chi^2 = \sum \frac{(f_o - f_e)^2}{f_e}$$

$$\chi^2 = \frac{(17-20)^2}{20} + \frac{(24-20)^2}{20} + \frac{(19-20)^2}{20}$$

$$= \frac{9}{20} + \frac{16}{20} + \frac{1}{20}$$

$$= \frac{26}{20} = 1.3$$

முக்கியத்துவத்தின் அளவை நாம் கருதினால்  $\alpha = 0.05$  மற்றும் சுதந்திரத்தின் அளவுகளை அறிந்துகொள்வது  $df = (k - 1)$ , இங்கு  $k$  என்பது வகைகளின் எண்ணிக்கையாகும், இது நம் விஷயத்தில் 3 ஆகும், எனவே  $df = (3 - 1) = 2$ , பின்னர் நாம் நமது கணக்கிடப்பட்ட மதிப்பான  $\chi^2$  ஐ ஒப்பிடலாம்.  $\chi^2$  இன் முக்கியமான மதிப்புடன்  $\alpha = 0.05$  இல் உள்ள மேஜையில் இருந்து மற்றும்  $df = 2$  மற்றும் பூஜ்ய கருதுகோளை ஏற்பதா அல்லது நிராகரிப்பதா என்பதை முடிவு செய்யுங்கள்.

$\chi^2$  இன் முக்கியமான மதிப்பு = 5.991 என வழங்கப்படுகிறது. நாம் கணக்கிடப்பட்ட மதிப்பு  $\chi^2$  என்பதால்  $\chi^2$  இன் முக்கியமான மதிப்பை விட குறைவாக உள்ளது, பூஜ்ய கருதுகோளை நாம் நிராகரிக்க முடியாது.

### $\chi^2$ சோதனை-தற்செயல் அட்டவணைகள்

முந்தைய பகுதியில், நாங்கள் விவாதித்தோம் ஒரே ஒரு பண்பிற்கு மட்டுமே நற்குணத்திற்கான சோதனை. இருப்பினும், இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட குழுக்களுக்கு இடையே உள்ள குணாதிசயங்களில் உள்ள வேறுபாடுகளின் முக்கியத்துவத்தை நாம் தீர்மானிக்க விரும்பும் சூழ்நிலையை நாம் எதிர்கொள்ள நேரிடலாம். எடுத்துக்காட்டாக, முதுமையை சரிசெய்வதில் ஆண்களுக்கும் பெண்களுக்கும் இடையே குறிப்பிடத்தக்க வேறுபாடுகள் ஏதேனும் உள்ளதா என்பதை நாங்கள் சோதிக்க விரும்பலாம், அங்கு சரிசெய்தல் நல்ல, நியாயமான, சராசரி, ஏழை மற்றும் பல வகைகளாக வகைப்படுத்தப்படலாம். குழு உறுப்பினர்கள் பல்வேறு வகைகளில் விடும் தொடர்புடைய அதிர்வெண்கள் பற்றிய தரவு பின்னர் வரிசைகள் மற்றும் நெடுவரிசைகளைக் கொண்ட அட்டவணையின்

வடிவத்தில் வழங்கப்படுகிறது மற்றும் வடிவம் தற்செயல் அட்டவணை என அறியப்படுகிறது. வரிசைகள் மற்றும் நெடுவரிசைகள் சேகரிக்கப்பட்ட தரவுகளின் முடிவுகளைச் சுருக்கமாகவும் காட்டவும் பயன்படுத்தப்படுகின்றன மற்றும் வகைகளின் வகைப்பாட்டின் அடிப்படையில் வகைப்படுத்தப்படுகின்றன.

### இரண்டு வகைகளின் சுதந்திரத்திற்கான கருதுகோள் சோதனை

இருந்தாலும்  $\chi^2$  சோதனை நல்ல பொருத்தம் சோதனையாகப் பயன்படுத்தப்படுகிறது, இது பெரும்பாலும் இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட பெயரளவு மாறிகளில் பெறப்பட்ட ஜோடி அவதானிப்புகள் ஒன்றுக்கொன்று சுயாதீனமானதா இல்லையா என்பதை தீர்மானிக்க சுதந்திரத்தின் சோதனையாகப் பயன்படுத்தப்படுகிறது. ஒரு மாறியின் மதிப்பு மற்ற தொடர்புடைய மாறியின் மதிப்பைப் பொறுத்தது என்ற பொருளில் இரண்டு மாறிகள் ஒன்றோடொன்று தொடர்புடையவை என்ற கருத்தைக் கையாள்வது சில நேரங்களில் அவசியம். எடுத்துக்காட்டாக, உயரம் மற்றும் எடை ஆகியவற்றுக்கு இடையே உள்ள தொடர்பை நாங்கள் சோதித்துக்கொண்டிருந்தால், உயரமானவர்கள் குட்டையானவர்களை விட அதிக எடையுடன் இருப்பார்கள் என்பதை எளிதில் அடையாளம் காண முடியும். எனவே, உயரம் மற்றும் எடை மாறிகள் ஒருவருக்கொருவர் சுயாதீனமாக இல்லை. அதேபோல், வருமானம் மற்றும் கல்வியின் மாறிகள் ஒன்றுக்கொன்று தொடர்புடையதாகத் தெரிகிறது. இருப்பினும், வயது மற்றும் கண்களின் நிறம் ஆகியவை ஒன்றோடொன்று தொடர்புடையவை அல்ல, எனவே ஒன்றை அறிவது மற்றொன்றைப் பற்றிய அறிவை பாதிக்காது. இதேபோல், அணு ஆயுதக் குறைப்பு பற்றிய கருத்துக்கும் நபரின் பாலினத்திற்கும் இடையே எந்த தொடர்பும் இருக்கலாம் அல்லது இல்லாமல் இருக்கலாம். அத்தகைய சார்பு அல்லது சுதந்திரத்தை  $\chi^2$  மூலம் சோதிக்க முடியும் சோதனை.

அணு ஆயுதக் குறைப்பு பற்றிய கருத்துக்கும் அந்த நபரின் பாலினத்துக்கும் இடையே உள்ள தொடர்பைச் சோதிப்பதில், 60 ஆண்கள் உட்பட 100 பேரிடம் கருத்துக் கேட்கப்பட்டது மற்றும் அவர்களின் பதில்கள் இரண்டு வகைகளாக வகைப்படுத்தப்பட்டன என்று வைத்துக் கொள்வோம். ஆம் மற்றும் இல்லை பின்வருமாறு:

	ஆண்	பெண்	மொத்தம்
ஆம்	35	25	60
இல்லை	25	15	40
மொத்தம்	60	40	100

எடுத்துக்காட்டாக, நிராயுதபாணியை ஆதரிக்கும் ஆண்களைக் குறிக்கும் அட்டவணையின் வடமேற்கு மூலையில் உள்ள முதல் கலத்தின் எதிர்பார்க்கப்படும் அதிர்வெண்ணை நாம் அறிய விரும்பினால், வரிசையின் மொத்தம் 60 மற்றும் அந்த நெடுவரிசையின் மொத்தம் 60 மற்றும் மொத்த எண்ணிக்கை அட்டவணையின் 100, எனவே, அந்த கலத்திற்கான எதிர்பார்க்கப்படும் அதிர்வெண் =  $60 \times 60/100 = 36$

இவ்வாறு, ஒவ்வொரு கலத்தின் அதிர்வெண்ணையும் கணக்கிடலாம். இந்த எதிர்பார்க்கப்படும் அதிர்வெண்கள், செல் நடுவில் பின்வருமாறு எழுதப்பட்ட கவனிக்கப்பட்ட அதிர்வெண்களுக்கு எதிராக எதிர்பார்க்கப்படும் அதிர்வெண்களை அடையாளம் காண ஒரு சிறிய செவ்வகத்தில் வலது மூலையில் (அல்லது ஏதேனும் மூலையில்) எழுதப்படுகின்றன:

## குறிப்பு

	Male	Female	
Yes	35	25	60
No	25	15	40
Total	60	40	100

ஒவ்வொரு வகையிலும் எதிர்பார்க்கப்படும் அதிர்வெண்களின் கூட்டுத்தொகை கவனிக்கப்பட்ட அதிர்வெண்களின் கூட்டுத்தொகையாக இருக்க வேண்டும் என்பது தெளிவாக இருக்க வேண்டும்.

பின்னர் சுதந்திரத்திற்கான பூஜ்ய கருதுகோளை சோதிக்க

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^k \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}}$$

முடியும்:

இங்கே:

$O_{ij}$  = i வரிசை மற்றும் j நெடுவரிசையின் குறுக்குவெட்டு மூலம் கண்டறியப்பட்ட கலத்தில் கவனிக்கப்பட்ட அதிர்வெண்

$E_{ij}$  = i வரிசை மற்றும் j நெடுவரிசையின் குறுக்குவெட்டு மூலம் கண்டறியப்பட்ட கலத்தில் எதிர்பார்க்கப்படும் அதிர்வெண் சொல்வளம் மிக்க கிடக்கை எண்ணிக்கையை உள்ளீடுக.

r = வரிசைகளின் எண்ணிக்கை

k = நெடுவரிசைகளின் எண்ணிக்கை

$$\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^k$$

= அனைத்து வரிசைகளிலும் (r) மற்றும் அனைத்து நெடுவரிசையிலும் (k) உள்ள அனைத்து கலங்களின் கூட்டுத்தொகை.

$$\chi^2 = \sum \frac{(f_o - f_e)^2}{f_e}$$

எளிமையாக எழுதப்பட்ட மற்றும் முந்தைய பிரிவில் பயன்படுத்தப்பட்ட குறியீடுகளுக்கு ஏற்ப,  $\chi^2$  இவ்வாறு எழுதலாம்:

$$\chi^2 = \sum \frac{(f_o - f_e)^2}{f_e}$$

இங்கே

$f_o$  = கவனிக்கப்பட்ட அதிர்வெண்

$f_e$  = எதிர்பார்க்கப்படும் அதிர்வெண்

$\sum$

= அனைத்து செல்கள் மீதும் கூட்டுத்தொகை

தற்செயல் அட்டவணையில் சுதந்திரத்தின் அளவுகள் பின்வருமாறு கொடுக்கப்பட்டுள்ளன:

$$df = (r - 1) (k - 1)$$

இங்கே

r = வரிசைகளின் எண்ணிக்கை

k = நெடுவரிசைகளின் எண்ணிக்கை

## குறிப்பு

இந்த சிக்கலைத் தீர்ப்பதன் மூலம் நாம்  $X^2$  மதிப்பைப் பெறுகிறோம் என,

$$\begin{aligned}
 &= \frac{(35-36)^2}{36} + \frac{(25-24)^2}{24} + \frac{(25-24)^2}{24} + \frac{(15-16)^2}{16} \\
 &= \frac{1}{36} + \frac{1}{24} + \frac{1}{24} + \frac{1}{16} \\
 &= 0.028 + 0.041 + 0.041 + 0.062 \\
 &= 0.172
 \end{aligned}$$

$X^2$  இன் மதிப்பைப் பார்க்கிறது அட்டவணையில் இருந்து 95% நம்பிக்கை (அல்லது  $\alpha = 0.05$ ) மற்றும்  $df = (2 - 1)(2 - 1) = 1$ , நாம் பெறுகிறோம்,  $X^2 = 3.841$

நாம் கணக்கிடப்பட்ட மதிப்பு  $X^2$  என்பதால்  $X^2 = 3.841$  இன் முக்கியமான மதிப்பை விட குறைவாக உள்ளது, கருத்து பாலினத்தைச் சார்ந்தது என்ற பூஜ்ய கருதுகோளை நாம் நிராகரிக்க முடியாது.

**எடுத்துக்காட்டு 2.7:** ஒரு சமுதாயக் கல்லூரியில் 3 வெவ்வேறு பிரிவுகளைச் சேர்ந்த 100 பேராசிரியர்களிடம் அவர்களின் பதவி உயர்வுக்காக 3 வகை கற்பித்தல், ஆராய்ச்சி மற்றும் பிற கல்லூரி செயல்பாடுகளின் அடிப்படையில் ஆய்வு நடத்தப்பட்டது. பதவி உயர்வுக்கான அடிப்படைக்கும் கற்பித்தல் துறைக்கும் இடையே ஏதேனும் தொடர்பு இருக்கிறதா என்று சோதிக்க வேண்டும். ஒவ்வொரு வகையிலும் பதவி உயர்வு பெற்ற பேராசிரியர்களின் எண்ணிக்கையின் கவனிக்கப்பட்ட மதிப்புகள் தற்செயல் அட்டவணையில் பின்வருமாறு கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

		Field of Teaching			
Basis for Promotion		Business	Science	Nursing	Total
Teaching	20	16.0	10	10	40
Research	10	14.0	10	15	35
Other	10	10.0	8	7	25
Total	40	28	32	100	

## தீர்வு.

1. பூஜ்ய கருதுகோளைக் குறிப்பிடவும். பதவி உயர்வுக்கான அடிப்படைக்கும் கற்பித்தல் துறைக்கும் எந்த தொடர்பும் இல்லை என்று பூஜ்ய கருதுகோள் கூறுகிறது. மாற்று கருதுகோள் கற்பித்தல் துறைக்கும் பதவி உயர்வுக்கான அடிப்படைக்கும் இடையே ஒரு தொடர்பு உள்ளது, இதனால் சில பிரிவுகளில் உள்ள பேராசிரியர்கள் மற்ற வகைகளை விட பதவி உயர்வு பெறுவதற்கான வாய்ப்புகள் அதிகம்.
2. ஒவ்வொரு கலத்திலும் கவனிக்கப்பட்ட மதிப்புகளுடன் இரு வழி தற்செயல் அட்டவணையை (இங்கே காட்டப்பட்டுள்ளபடி) உருவாக்கவும்.
3. முக்கியத்துவத்தின் அளவை அமைக்கவும். விடுங்கள் எங்கள் விஷயத்தில்  $\alpha = 0.05$ .

## குறிப்பு

4. பின்வரும் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி, பூஜ்ய கருதுகோளின் அனுமானத்தின் கீழ், ஒவ்வொரு கலத்திற்கும் எதிர்பார்க்கப்படும் மதிப்பைத் தீர்மானிக்கவும்:

கொடுக்கப்பட்ட கலத்தின் எதிர்பார்க்கப்படும் அதிர்வெண் = கலத்தின் நெடுவரிசையின் மொத்தத்தால் பெருக்கப்படும் கலத்தின் வரிசையின் மொத்தம் மற்றும் மொத்த மொத்தத்தால் வகுக்கப்படும்.

இந்த எதிர்பார்க்கப்படும் அதிர்வெண்கள் ஒவ்வொரு கலத்தின் மூலையிலும் ஒரு சிறிய செவ்வகத்தில் அந்தந்த கவனிக்கப்பட்ட அதிர்வெண்களுடன் பதிவு செய்யப்படுகின்றன. ஒவ்வொரு கலத்திற்கும் எதிர்பார்க்கப்படும் அதிர்வெண்கள் பின்வருமாறு கணக்கிடப்படுகின்றன:

செல் 1. கற்பித்தல்/வியாபாரம்	40 x 40/100	= 16.0
செல் 2. கற்பித்தல்/அறிவியல்	40 x 28/100	= 11.2
செல் 3. கற்பித்தல்/நர்சிங்	40 x 32/100	= 12.8
செல் 4. ஆராய்ச்சி/வணிகம்	35x 40 /100	= 14.0
செல் 5. ஆராய்ச்சி/அறிவியல்	35x 28 /100	= 9.8
செல் 6. ஆராய்ச்சி/நர்சிங்	35x 32 /100	= 11.2
செல் 7. பிற/வணிகம்	25x 40/ 100	= 10.0
செல் 8. பிற/அறிவியல்	25x 28 /100	= 7.0
செல் 9. பிற/நர்சிங்	25x 32 /100	= 8.0

5.  $\chi^2$  இன் மதிப்பைக் கணக்கிடுங்கள் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி:

$$\chi^2 = \sum \frac{(f_o - f_e)^2}{f_e}$$

$$= \frac{(20-16)^2}{16} + \frac{(10-11.2)^2}{11.2} + \frac{(10-12.8)^2}{12.8} + \frac{(10-14)^2}{14} + \frac{(10-9.8)^2}{9.8} + \frac{(15-11.2)^2}{11.2}$$

$$+ \frac{(10-10)^2}{10} + \frac{(8-7)^2}{7} + \frac{(7-8)^2}{8}$$

$$= 1 + 0.128 + 0.612 + 1.14 + 0.004 + 1.289 + 0 + 0.143 + 0.125$$

$$= 4.441$$

6.  $\chi^2$  இன் முக்கியமான மதிப்பைச் சரிபார்க்கவும்  $\alpha = 0.05$  க்கான அட்டவணையில் இருந்து மற்றும்

7.  $df = (r - 1)(k - 1) = (3 - 1)(3 - 1) = 4$ , மற்றும் நாம் 9.488 மதிப்பைப் பெறுகிறோம்.  $\chi^2$  இன் இரண்டு மதிப்புகளை ஒப்பிடுவதன் மூலம், நாம் கணக்கிடப்பட்ட மதிப்பு என்று பார்க்கிறோம்  $\chi^2$  இன் முக்கியமான மதிப்பை விட குறைவாக உள்ளது  $\chi^2$  பூஜ்ய கருதுகோளை நாம் நிராகரிக்க முடியாது.

**எடுத்துக்காட்டு 2.8:** அட்டவணைகளின் தொகுப்பிலிருந்து 200 இலக்கங்கள் சீரற்ற முறையில் தேர்ந்தெடுக்கப்படுகின்றன. இலக்கங்களின் அதிர்வெண்கள் பின்வருமாறு:

Digit	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Frequency	18	19	23	21	16	25	22	20	21	15

$\chi^2$  பயன்படுத்தவும் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட அட்டவணையில் இலக்கங்கள் சம எண்ணிக்கையில் விநியோகிக்கப்படுகின்றன என்ற கருதுகோளின் சரியான தன்மையை மதிப்பிடுவதற்கான சோதனை.

**தீர்வு:**  $H_0$  = இலக்கங்கள் சம எண்களில் விநியோகிக்கப்பட்டன.



குறிப்பு

$F_o$	$F_e$	$(F_o - F_e)^2$	$\left(\frac{F_o - F_e}{F_e}\right)^2$
18	20	4	0.20
19	20	1	0.05
23	20	9	0.45
21	20	1	0.05
16	20	16	0.80
25	20	25	1.25
22	20	4	0.20
20	20	0	0.00
21	20	1	0.05
15	20	25	1.25
200	200	4.30	$\chi^2$

$$(F_e) \frac{200}{10} = 20$$

$$\chi^2 = 4.3$$

$$df(k-1) = 10 - 1 = 9$$

$$\chi^2_{0.05} = 16.22$$

$\chi^2$  4.3 இன் கணக்கிடப்பட்ட மதிப்பு  $\chi^2$  16.22 இன் முக்கியமான மதிப்பை விட குறைவாக உள்ளது அட்டவணையில் இருந்து. எனவே இலக்கங்கள் சம எண்களில் விநியோகிக்கப்படுகின்றன என்ற கருதுகோள் ஏற்கப்படுகிறது.

**எடுத்துக்காட்டு 2.9:** ஒரு தொழிற்சாலையில் குறிப்பிட்ட உதிரி பாகத்திற்கான தேவை நாளுக்கு நாள் மாறுபடும். மாதிரி ஆய்வில் பின்வரும் தகவல்கள் கிடைத்தன.

Days	Monday	Tuesday	Wednesday	Thursday	Friday	Saturday
Demand	1124	1125	1110	1120	1126	1115

கோரப்பட்ட பகுதிகளின் எண்ணிக்கை வாரத்தின் நாள்,  $\chi^2$  இன் அட்டவணை மதிப்பைப் பொறுத்தது அல்ல என்ற கருதுகோளைச் சோதிக்கவும் 5 dfக்கு 5% முக்கியத்துவம் 11.07.

**தீர்வு:**  $H_0$  = கோரப்பட்ட பகுதிகளின் எண்ணிக்கை வாரத்தின் நாளைப் பொறுத்தது அல்ல.

Day	$F_o$	$F_e$	$(F_o - F_e)^2$	$\left(\frac{F_o - F_e}{F_e}\right)^2$
Monday	1124	1120	16	0.014
Tuesday	1125	1120	25	0.022
Wednesday	1110	1120	100	0.089
Thursday	1120	1120	0	0.000
Friday	1126	1120	36	0.032
Saturday	1115	1120	25	0.022
	6720			0.179

$$\frac{1124 + 1125 + 1110 + 1120 + 1126 + 1115}{6}$$

$$6$$

## குறிப்பு

$$= \frac{6720}{6} = 1120$$

$$\chi^2_{0.05} = 11.07$$

$$\chi^2 = 0.179$$

$$179 < 11.07$$

$\chi^2$  இன் கணக்கிடப்பட்ட மதிப்பு எனவே அட்டவணையின் முக்கிய மதிப்பு குறைவாக உள்ளது H இருக்கிறது

உண்மை, கோரப்பட்ட பகுதிகளின் எண்ணிக்கை வாரத்தின் நாளைப் பொறுத்தது அல்ல.

**எடுத்துக்காட்டு 2.10:** இந்த வயல்களில் பயிரிடுபவர்களின் நிலப்பரப்பு நிலை மற்றும் வேளாண்-பொருளாதார விசாரணையில் சேகரிக்கப்பட்ட உரங்களின் பயன்பாடு பற்றிய தோராயமாக தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட 500 வயல்களின் தகவலின் அடிப்படையில் பின்வரும் வகைப்பாடு குறிப்பிடப்பட்டுள்ளது. உரிமையாளர்-பயிரிடுபவர்கள் உரங்களைப் பயன்படுத்துவதில் அதிக விருப்பம் கொண்டுள்ளனர் என்று ஒருவர் முடிவு செய்ய முடியுமா?

	உரிமை	வாடகை
உரம் பயன்படுத்துதல்	208	92
உரங்களைப் பயன்படுத்துவதில்லை	32	168

**தீர்வு:**  $H_0$  = உரங்களைப் பயன்படுத்துவதில் உரிமையாளர் உழவர்கள் அதிக நாட்டம் காட்டுவதில்லை.

$F_o$			$F_e$		
208	92	300	144	156	300
32	168	200	96	104	200
240	260	500	240	260	500

$F_o$	$F_e$	$(F_o - F_e)^2$	$\left(\frac{F_o - F_e}{F_e}\right)^2$
208	144	4096	28.44
32	96	4096	42.67
92	156	4096	26.26
168	104	4096	39.38
			136.75

$$df = 1$$

$$\chi^2_{0.05} = 3.84$$

$$3.84 < 136.75$$

**எடுத்துக்காட்டு 2.11:** ஒரு நகரத்தில் 1000 குடும்பங்கள் தற்செயலாகத் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்டன, அதிக வருமானம் உள்ள குடும்பங்கள் பொதுவாக தங்கள் குழந்தைகளை அரசுப் பள்ளிக்கும், குறைந்த வருமானம் கொண்ட குடும்பங்கள் தங்கள் குழந்தைகளை அரசுப் பள்ளிகளுக்கும் அனுப்புவார்கள் என்ற நம்பிக்கையை சோதிக்க.

## குறிப்பு

பின்வரும் முடிவுகள் பெறப்பட்டன.

வருமானம்	பொது பள்ளி	அரசு பள்ளி	மொத்தம்
குறைவு	370	430	800
அதிகம்	130	70	200
மொத்தம்	500	500	1000

வருமானம் மற்றும் பள்ளிக் கல்வியின் வகை சுயாதீனமானதா என சோதிக்கவும்.

**தீர்வு:**  $H_0$  வருமானம் மற்றும் பள்ளிக் கல்வியின் வகை சுயாதீனமானது.

$F_o$			$F_e$		
370	430	800	400	400	800
130	70	200	100	100	200
500	500	1000	500	500	1000

$\chi^2$  சோதனை.

$F_o$	$F_e$	$(F_o - F_e)^2$	$\left(\frac{F_o - F_e}{F_e}\right)^2$
370	400	900	2.25
130	100	900	9.00
430	400	900	2.25
70	100	900	9.00
			22.50

$$\text{Var K. } (r-1)(c-1)(2-1)(2+1) = 1$$

$$V_1 = \chi_{0.05}^2 3.84$$

$$22.5 > 3.84$$

•2 இன் கணக்கிடப்பட்ட மதிப்பு அட்டவணை மதிப்புகளை H விட அதிகமாக உள்ளது நிராகரிக்கப்படுகிறது. எனவே வருமானம் மற்றும் பள்ளிக் கல்வியின் வகை ஆகியவை சுயாதீனமானவை அல்ல.

**எடுத்துக்காட்டு 2.12:** 200 சிறுவர்களிடம் நடத்தப்பட்ட ஆய்வில் 75 பேர் புத்திசாலிகள் 40 பேர் படித்த தந்தைகள். புத்திசாலித்தனம் இல்லாத 85 பையன்களுக்கு படிக்காத அப்பாக்கள் இருந்தனர். எனவே இந்த புள்ளிவிவரங்கள் படித்த தந்தைகளுக்கு புத்திசாலித்தனமான பையன்கள் உள்ளனர் என்ற கருதுகோளை ஆதரிக்கின்றனவா? •2 பயன்படுத்தவும் - சோதனை, •2 மதிப்பு 1 டிகிரி சுதந்திரத்திற்கு 5% அளவில் 3.84.

கொடுக்கப்பட்ட தரவு:

$F_o$			
	Educated Father	Uneducated Father	Total
Intelligent boys	40	35	75
Unintelligent boys	40	85	125
Total	80	120	200

$F_e$		
30	45	75
50	75	125
80	120	200

**தீர்வு:** படித்த தந்தைக்கும் மகனுக்கும் தொடர்பு இல்லை என்பது கருதுகோள்.

## குறிப்பு

$F_o$	$F_e$	$(F_o - F_e)^2$	$\left(\frac{F_o - F_e}{F_e}\right)^2$
40	30	100	3.33
40	50	100	2.00
35	45	100	2.22
85	75	100	1.33
			8.88

$\chi^2$  இன் கணக்கிடப்பட்ட மதிப்பு அட்டவணை மதிப்பை விட அதிகமாக உள்ளது. கருதுகோள் நிராகரிக்கப்பட்டது. எனவே படித்த தந்தைகளுக்கு புத்திசாலி பையன்கள் உள்ளனர்.

**எடுத்துக்காட்டு 2.13:** 450 மாணவர்களின் தேர்வு முடிவுகளின் மாதிரி பகுப்பாய்வு செய்யப்பட்டது. அதில் 220 பேர் தோல்வியடைந்துள்ளனர், 120 பேர் மூன்றாம் வகுப்பில் தேர்ச்சி பெற்றுள்ளனர். 90 பேர் இரண்டாம் வகுப்பிலும், 20 பேர் முதல் வகுப்பிலும் தேர்ச்சி பெற்றுள்ளனர். பல்வேறு பிரிவுகளுக்கு முறையே 4:3:2:1 என்ற விகிதத்தில் உள்ள பொதுத்தேர்வு முடிவுடன் இந்த புள்ளிவிவரங்கள் பொருந்துமா?

	Failed	III	II	I
$F_o =$	220	120	90	20
$F_e =$	$220 + 120 + 90 + 20 = 450$			
Ratio =	$4 + 3 + 2 + 1 = 10$			

$$\text{Failed} \quad \frac{4}{10} \times 450 = 180$$

$$\text{III} \quad \frac{3}{10} \times 450 = 135$$

$$\text{II} \quad \frac{2}{10} \times 450 = 90$$

$$\text{I} \quad \frac{1}{10} \times 450 = 45$$

$F_o$	$F_e$	$(F_o - F_e)^2$	$\left(\frac{F_o - F_e}{F_e}\right)^2$
220	180	1600	8.888
120	135	225	1.667
90	90	0	0.000
20	45	625	13.889
			24.444

$\chi^2$  இன் கணக்கிடப்பட்ட மதிப்பிலிருந்து 24.44 என்பது ( $24.44 > 7.81$ ) அட்டவணை மதிப்பை விட பெரியது, எங்கள் கருதுகோள் நன்றாக இல்லை.

## 2.5 t -விநியோகங்கள்

சர் வில்லியம் எஸ். கோசெட் (புனைப்பெயர் மாணவர்) ஒரு முக்கியத்துவ சோதனையை உருவாக்கினார் மற்றும் அதன் மூலம் சிறிய மாதிரிகளுக்கு பொருந்தும் மாதிரியின் கோட்பாட்டிற்கு குறிப்பிடத்தக்க பங்களிப்பைச் செய்தார். மக்கள்தொகை மாறுபாடு தெரியாதபோது,

## குறிப்பு

சோதனை பொதுவாக மாணவர்களின் என அறியப்படுகிறது t- சோதனை மற்றும் அடிப்படையிலானது t- விநியோகம்.

வழக்கமான விநியோகத்தைப் போலவே, t- விநியோகம் சமச்சீராக உள்ளது ஆனால் சாதாரண விநியோகத்தை விட தட்டையானது. மேலும், ஒரு விநியோகம் உள்ளது t-ஒவ்வொரு சாத்தியமான மாதிரி அளவிற்கும் விநியோகம். மாதிரி அளவு பெரிதாகும்போது, வடிவம் t-விநியோகம் அதன் தட்டையான தன்மையை இழந்து சாதாரண விநியோகத்திற்கு தோராயமாக சமமாகிறது. உண்மையில், 30 க்கும் மேற்பட்ட மாதிரி அளவுகளுக்கு, t-விநியோகம் சாதாரண விநியோகத்திற்கு மிகவும் நெருக்கமாக உள்ளது, தோராயமாக நாம் சாதாரணத்தைப் பயன்படுத்துவோம் t- விநியோகம். எனவே, எப்போது n சிறியது, தி t- விநியோகம் இயல்பிலிருந்து வெகு தொலைவில் உள்ளது, ஆனால் எப்போது n எல்லையற்றது, இது சாதாரண விநியோகத்திற்கு ஒத்ததாகும்.

விண்ணப்பிப்பதற்கு t-சிறிய மாதிரிகளின் சூழலில் சோதனை, t மதிப்பு முதலில் கணக்கிடப்படுகிறது, பின்னர் கணக்கிடப்பட்ட மதிப்பு அட்டவணை மதிப்புடன் ஒப்பிடப்படுகிறது t கொடுக்கப்பட்ட சுதந்திரத்திற்கான குறிப்பிட்ட அளவிலான முக்கியத்துவம். கணக்கிடப்பட்ட மதிப்பு என்றால் t அட்டவணை மதிப்பை மீறுகிறது (அதாவது  $t_{0.05}$ ), 5 சதவீத அளவில் விநியோகம் குறிப்பிடத்தக்கது, ஆனால் கணக்கிடப்பட்ட மதிப்பு இருந்தால்  $t_0$ , அதன் அட்டவணை மதிப்பை விட குறைவாக உள்ளது, வேறுபாடு குறிப்பிடத்தக்கதாக கருதப்படவில்லை.

பின்வரும் இரண்டு நிபந்தனைகள் பூர்த்தி செய்யப்பட்டால் t-டெஸ்ட் பயன்படுத்தப்படுகிறது:

- மாதிரி அளவு 30 க்கும் குறைவாக உள்ளது, அதாவது எப்போது  $n \leq 30$ .
- மக்கள்தொகை நிலையான விலகல்  $(\sigma_p)$  தெரியாமல் இருக்க வேண்டும்.

பயன்படுத்துவதில் t-சோதனை, பின்வருவனவற்றை நாங்கள் கருதுகிறோம்:

- மக்கள்தொகை சாதாரணமானது அல்லது தோராயமாக சாதாரணமானது.
- அவதானிப்புகள் சுயாதீனமானவை மற்றும் மாதிரிகள் தோராயமாக வரையப்பட்ட மாதிரிகள்.
- அளவீட்டு பிழை இல்லை.
- இரண்டு மாதிரிகளின் விஷயத்தில், இரண்டு மக்கள்தொகையின் சமத்துவம் சோதிக்கப்பட வேண்டுமானால், மக்கள்தொகை மாறுபாடுகள் சமமாகக் கருதப்படுகின்றன.

கணக்கிடுவதற்கு பின்வரும் சூத்திரங்கள் பொதுவாகப் பயன்படுத்தப்படுகின்றன t மதிப்பு:

- சீரற்ற மாதிரியின் சராசரியின் முக்கியத்துவத்தை சோதிக்க

$$t = \frac{|\bar{X} - \mu|}{S / SE_{\bar{X}}}$$

எங்கே, X = மாதிரியின் சராசரி

$\mu$  = பிரபஞ்சத்தின் சராசரி

SEX = சிறிய மாதிரியின் சராசரியின் SE மற்றும் இவ்வாறு வேலை செய்யப்படுகிறது,

## குறிப்பு

$$SE_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} = \frac{\sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n-1}}}{\sqrt{n}}$$

மற்றும் சுதந்திரத்தின் அளவுகள் = (n - 1)  
மேலே கூறப்பட்ட சூத்திரம் t என குறிப்பிடலாம்,

$$\begin{aligned} t &= \frac{|\bar{x} - \mu|}{SE_{\bar{x}}} \\ &= \frac{|\bar{x} - \mu|}{\sqrt{\frac{\sum(x - \bar{x})^2}{n-1}} \times \frac{1}{\sqrt{n}}} \\ &= \frac{|\bar{x} - \mu|}{\sqrt{\frac{\sum(x - \bar{x})^2}{n-1}}} \times \sqrt{n} \end{aligned}$$

சிறிய மாதிரிகளில் மக்கள்தொகை சராசரி ( $\mu$ ) சாத்தியமான அல்லது நம்பகத்தன்மை வரம்புகளை உருவாக்க விரும்பினால், பின்வருவனவற்றில் ஒன்றைப் பயன்படுத்தலாம்:

(a) 95 சதவீத நம்பிக்கை நிலையுடன் சாத்தியமான வரம்புகள்:

$$\mu = \bar{X} \pm SE_{\bar{x}} (t_{0.05})$$

(b) 99 சதவீத நம்பிக்கை நிலையுடன் சாத்தியமான வரம்புகள்:

$$\mu = \bar{X} \pm SE_{\bar{x}} (t_{0.01})$$

மற்ற நம்பிக்கை நிலைகளில், வரம்புகளை இதே முறையில் உருவாக்கலாம், இது தொடர்பான அட்டவணை மதிப்பை எடுத்துக் கொள்ளலாம் t நாம் எடுத்தது போலவே t0.05 (a) மற்றும் t0.01 மேலே (b) இல்.

(ii) இரண்டு மாதிரிகளின் வழிமுறைகளுக்கு இடையிலான வேறுபாட்டை சோதிக்க

$$t = \frac{|\bar{X}_1 - \bar{X}_2|}{SE_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}}$$

= மாதிரியின் சராசரி 1

= மாதிரியின் சராசரி 2

SE<sub>x</sub> x = இரண்டு மாதிரி வழிமுறைகளுக்கு இடையே உள்ள வேறுபாட்டின் நிலையான பிழை மற்றும் உள்ளது  
பின்வருமாறு செயல்பட்டது:

$$\begin{aligned} SE_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} &= \sqrt{\frac{\sum(X_{1i} - \bar{x}_1)^2 + \sum(X_{2i} - \bar{x}_2)^2}{n_1 + n_2 - 2}} \\ &\quad \times \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} \end{aligned}$$

மற்றும் சுதந்திரத்தின் அளவுகள் = (n<sub>1</sub> + n<sub>2</sub> - 2).

உண்மையான வழிமுறைகள் பின்னத்தில் இருக்கும் போது, கருதப்படும் வழிமுறைகளைப் பயன்படுத்துவது வசதியானது. அத்தகைய சூழ்நிலையில், வேறுபாட்டின் நிலையான விலகல், அதாவது,

$$\sqrt{\frac{\sum (x_{1i} - \bar{x}_1)^2 + \sum (x_{2i} - \bar{x}_2)^2}{n_1 + n_2 - 2}}$$

பின்வரும் குறுக்குவழி சூத்திரம் மூலம் இதை செய்யலாம்:  
குறிப்புகள்

$$= \frac{\sqrt{\sum (x_{1i} - A_1)^2 + \sum (x_{2i} - A_1)^2 - n_1(x_{1i} - A_2)^2 - n_2(x_{2i} - A_2)^2}}{n_1 + n_2 - 2}$$

எங்கே, A1 = மாதிரி 1 இன் சராசரியாகக் கருதப்படுகிறது

A2 = மாதிரி 2ன் சராசரியாகக் கருதப்படுகிறது

X1 = மாதிரி 1 இன் உண்மையான சராசரி

X2 = மாதிரி 2 இன் உண்மையான சராசரி

(iii) கவனிக்கப்பட்ட தொடர்பு குணகத்தின் முக்கியத்துவத்தை சோதிக்க

$$t = \frac{r}{\sqrt{1-r^2}} \times \sqrt{n-2}$$

இங்கே, t அடிப்படையாக கொண்டது (n - 2) சுதந்திரத்தின் அளவுகள்.

(iv) 'வேறுபாடு சோதனை' சூழலில்

இணைக்கப்பட்ட தரவு மற்றும் இந்த சூழலில் வேறுபாடு சோதனை பயன்படுத்தப்படுகிறது டி என கணக்கிடப்படுகிறது,

$$t = \frac{\bar{x}_{Diff} - 0}{\frac{s_{Diff}}{\sqrt{n}}} = \frac{\bar{x}_{Diff} - 0}{s_{Diff}} \sqrt{n}$$

எங்கே:

x வேறுபாடு அல்லது D = மாதிரி உருப்படிகளின் வேறுபாடுகளின் சராசரி.

0 = வேறுபாடு இல்லை என்ற கருதுகோளில் மதிப்பு பூஜ்ஜியம்

s வேறுபாடு வேறுபாட்டின் நிலையான விலகல் மற்றும் இவ்வாறு செய்யப்படுகிறது

$$\sqrt{\frac{\sum (D - \bar{D})^2}{(n-1)}}$$

அல்லது

$$\sqrt{\frac{\sum D^2 - (\bar{D})^2 n}{(n-1)}}$$

D = வேறுபாடுகள்

n = இரண்டு மாதிரிகளில் உள்ள ஜோடிகளின் எண்ணிக்கை மற்றும் அடிப்படையில் (n - 1) சுதந்திரத்தின் அளவுகள்

சுய கற்பித்தல் பாடங்கள்

## குறிப்பு

## குறிப்பு

### உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சரிபார்க்கவும்

1. விளக்கமான புள்ளிவிவரங்களை வரையறுக்கவும்.
2. அனுமான புள்ளிவிவரங்களை விரிவாகக் கூறவும்.
3. புள்ளியியல் விசாரணை என்றால் என்ன?
4. சாதாரண விநியோகம் பற்றி விளக்கவும்.
5. Chi-சதுரம் மூலம் நீங்கள் என்ன புரிந்துகொள்கிறீர்கள்?
6. 2 பரவலின் பண்புகளைக் கூறவும்.
7. டி-டெஸ்ட்டை வரையறுக்கவும்.

## 2.6 F -விநியோகங்கள்

வணிக முடிவுகளில், பல்வேறு மாதிரி வழிமுறைகளுக்கு இடையே குறிப்பிடத்தக்க வேறுபாடுகள் உள்ளதா என்பதைத் தீர்மானிப்பதில் நாங்கள் அடிக்கடி ஈடுபடுகிறோம், அதில் இருந்து பல்வேறு மக்கள்தொகை வழிமுறைகளுக்கு இடையே உள்ள வேறுபாடுகள் பற்றி முடிவுகளை எடுக்கலாம். இரண்டு மாதிரிகளை விட அதிகமாக ஒப்பிட வேண்டியிருந்தால் என்ன செய்வது? எடுத்துக்காட்டாக, ஒரே நிறுவனத்தில் பணிபுரியும் நான்கு வெவ்வேறு விற்பனையாளர்களின் சராசரி விற்பனை புள்ளிவிவரங்களில் ஏதேனும் குறிப்பிடத்தக்க வேறுபாடுகள் உள்ளதா என்பதைக் கண்டறிய நாங்கள் ஆர்வமாக இருக்கலாம் அல்லது 4 இல் 5 வெவ்வேறு குடும்பங்களின் சராசரி மாதச் செலவுகளைக் கண்டறிய ஆர்வமாக இருக்கலாம். வட்டாரங்கள் ஒரே மாதிரியானவையா இல்லையா, அல்லது நியூயார்க் நகரத்தின் ஐந்து பகுதிகளில் ஒரு குறிப்பிட்ட நாளில் பெறப்பட்ட தகவலுக்கான கோரிக்கைகளின் சராசரி எண்ணிக்கையில் குறிப்பிடத்தக்க வேறுபாடுகள் ஏதேனும் உள்ளதா என்பதைச் சரிபார்க்க தொலைபேசி நிறுவனம் ஆர்வமாக இருக்கலாம். இத்தகைய தீர்மானங்களுக்குப் பயன்படுத்தப்படும் முறையானது மாறுபாட்டின் பகுப்பாய்வு என அழைக்கப்படுகிறது.

இந்த நுட்பம் புள்ளிவிவர பகுப்பாய்வில் மிகவும் சக்திவாய்ந்த நுட்பங்களில் ஒன்றாகும் மற்றும் R.A. ஃபிஷரால் உருவாக்கப்பட்டது. இது என்றும் அழைக்கப்படுகிறது எஃப் -சோதனை.

மாறுபாட்டின் பகுப்பாய்வில் இரண்டு வகையான வகைப்பாடுகள் உள்ளன. மாறுபாட்டின் ஒரு வழி பகுப்பாய்வு என்பது ஒரு உண்மை அல்லது மாறி மட்டுமே கருதப்படும் சூழ்நிலைகளைக் குறிக்கிறது. எடுத்துக்காட்டாக, மூன்று விற்பனையாளர்களுக்கான விற்பனையில் உள்ள வேறுபாடுகளைச் சோதிப்பதில், விற்பனையாளரின் விற்பனைத் திறன் என்ற ஒரே ஒரு காரணியை மட்டுமே நாங்கள் கருத்தில் கொள்கிறோம். இரண்டாவது வகை வகைப்பாட்டில், ஆர்வத்தின் பதில் மாறி ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட காரணிகளால் பாதிக்கப்படலாம். எடுத்துக்காட்டாக, விற்பனையாளரின் விற்பனைத் திறன் மட்டுமல்ல, கொடுக்கப்பட்ட பகுதியில் விதிக்கப்படும் விலை அல்லது விளம்பரத்தின் அளவு ஆகியவற்றால் விற்பனை பாதிக்கப்படலாம். எளிமை மற்றும் தேவைக்காக, எங்கள் விவாதம் மாறுபாட்டின் ஒரு வழி பகுப்பாய்வு (ANOVA) மட்டுமே.

பூஜ்ய கருதுகோள், நாங்கள் சோதிக்கப் போகிறோம், வெவ்வேறு மக்கள்தொகையின் வழிமுறைகளுக்கு இடையே குறிப்பிடத்தக்க வேறுபாடு இல்லை என்ற அனுமானத்தின் அடிப்படையில் அமைந்துள்ளது. எடுத்துக்காட்டாக, வழிமுறைகளில் உள்ள வேறுபாடுகளை நாங்கள் சோதிக்கிறோம் என்றால் k மக்கள், பின்னர்,



$$H_0 = \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \dots = \mu_k$$

மாற்று கருதுகோள் (H1) குறைந்தபட்சம் இரண்டு வழிமுறைகள் ஒன்றுக்கொன்று வேறுபட்டவை என்று கூறுவர். பூஜ்ய கருதுகோளை ஏற்றுக்கொள்வதற்கு, எல்லா வழிகளும் சமமாக இருக்க வேண்டும். ஒரு சராசரி மற்றவற்றுடன் சமமாக இல்லாவிட்டாலும், பூஜ்ய கருதுகோளை நாம் ஏற்றுக்கொள்ள முடியாது. பல மக்கள்தொகை வழிமுறைகளை ஒரே நேரத்தில் ஒப்பிடுவது அழைக்கப்படுகிறது மாறுபாடு அல்லது ANOVA பகுப்பாய்வு.

#### அனுமானங்கள்

ANOVA இன் வழிமுறை பின்வரும் அனுமானங்களை அடிப்படையாகக் கொண்டது.

- அளவு  $n$  இன் ஒவ்வொரு மாதிரியும் தோராயமாக வரையப்பட்டது மற்றும் ஒவ்வொரு மாதிரியும் மற்ற மாதிரிகளிலிருந்து சுயாதீனமாக இருக்கும்.
- மக்கள் தொகை பொதுவாக விநியோகிக்கப்படுகிறது.
- மாதிரிகள் எடுக்கப்பட்ட மக்கள் தொகை சமமான மாறுபாடுகளைக் கொண்டுள்ளது. இதற்கு அர்த்தம் அதுதான்:

$$\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2 = \dots = \sigma_k^2, \text{ for } k \text{ populations.}$$

#### மாறுபாட்டின் பகுப்பாய்வின் பின்னணியில் உள்ள காரணம்

நாம் வழிமுறைகளை சோதித்தாலும், அதை ஏன் மாறுபாட்டின் பகுப்பாய்வு என்று அழைக்கிறோம்? இதை ஏன் வெறுமனே வழிமுறைகளின் பகுப்பாய்வு என்று அழைக்கக்கூடாது? மாறுபாடுகளை பகுப்பாய்வு செய்வதன் மூலம் வழிமுறைகளை எவ்வாறு சோதிப்பது? உண்மையில், பல மக்கள்தொகைகளின் வழிமுறைகள் சமமாக உள்ளதா என்பதைத் தீர்மானிக்க, மாறுபாட்டின் அளவைக் கருதுகிறோம்,  $\sigma^2$ .

மக்கள்தொகை மாறுபாட்டின் மதிப்பீடு,  $\sigma^2$ ,  $\sigma^2$  இன் இரண்டு வெவ்வேறு மதிப்பீடுகளால் கணக்கிடப்படுகிறது, ஒவ்வொன்றும் ஒவ்வொரு முறை.  $\sigma^2$  இன் மதிப்பீட்டாளரைக் கணக்கிடுவது ஒரு அணுகுமுறை மக்கள் தொகை சமமாக இல்லாவிட்டாலும், இந்த மதிப்பீட்டாளரின் மதிப்பில் அது எந்த விளைவையும் ஏற்படுத்தாது. இதன் பொருள், மக்கள் தொகையின் மதிப்புகளில் உள்ள வேறுபாடுகள்  $\sigma^2$  மதிப்பை மாற்றாது என்பதாகும் கொடுக்கப்பட்ட முறையால் கணக்கிடப்படுகிறது.  $\sigma^2$  இன் இந்த மதிப்பீட்டாளர் ஒவ்வொரு மாதிரியிலும் காணப்படும் மாறுபாடுகளின் சராசரி. உதாரணமாக, நாம் அளவு 10 மாதிரிகள் எடுத்தால்  $n$ , பின்னர் ஒவ்வொரு மாதிரிக்கும் ஒரு சராசரி மற்றும் மாறுபாடு இருக்கும். பின்னர், இந்த 10 மாறுபாடுகளின் சராசரியானது  $\sigma^2$  இன் பாரபட்சமற்ற மதிப்பீடாகக் கருதப்படும், மக்கள்தொகை மாறுபாடு மற்றும் மக்கள் தொகை என்பது சமமானதா இல்லையா என்பதைப் பொருட்படுத்தாமல் அதன் மதிப்பு பொருத்தமானதாகவே இருக்கும். அனைத்து மாதிரி மாறுபாடுகளின் சராசரியான பொதுவான மக்கள்தொகை மாறுபாட்டை மதிப்பிடுவதற்கு அனைத்து மாதிரி மாறுபாடுகளையும் ஒருங்கிணைப்பதன் மூலம் இது உண்மையில் செய்யப்படுகிறது. இந்த

பொதுவான மாறுபாடு மாதிரிகளுக்குள் மாறுபாடு அல்லது  $\sigma^2$  என அறியப்படுகிறது.  $\sigma^2$  மதிப்பீட்டைக் கணக்கிடுவதற்கான இரண்டாவது அணுகுமுறை, மத்திய வரம்பு தேற்றத்தை அடிப்படையாகக் கொண்டது

#### குறிப்பு

## குறிப்பு

மற்றும் அனைத்து மக்கள்தொகை வழிமுறைகளும் சமம் என்ற பூஜ்ய கருதுகோளின் கீழ் மட்டுமே செல்லுபடியாகும். உண்மையில், இருந்தால் என்று அர்த்தம் வேறுபாடுகள் இல்லை மக்கள் தொகையில் என்பது, பின்னர் கணக்கிடப்பட்ட மதிப்பு  $\sigma^2$  இரண்டாவது அணுகுமுறையின் மூலம்  $\sigma^2$  இன் கணக்கிடப்பட்ட மதிப்பிலிருந்து கணிசமாக வேறுபடக்கூடாது முதல் அணுகுமுறை மூலம்.

எனவே,

இந்த இரண்டு மதிப்புகள் என்றால்  $\sigma^2$  தோராயமாக ஒரே மாதிரியானவை, பின்னர் நாம் பூஜ்ய கருதுகோளை ஏற்க முடிவு செய்யலாம்.

இரண்டாவது அணுகுமுறை பின்வரும் கணக்கீட்டில் விளைகிறது: மத்திய வரம்பு தேற்றத்தின் அடிப்படையில், மாதிரி வழிமுறையின் நிலையான பிழை கணக்கிடப்படுவதை நாங்கள் முன்பு கண்டறிந்துள்ளோம்,

$$\sigma_x^2 = \frac{\sigma^2}{\sqrt{n}}$$

அல்லது, மாறுபாடு இருக்கும்:

$$\sigma_x^2 = \frac{\sigma^2}{n}$$

$$\sigma^2 = n\sigma_x^2$$

இவ்வாறு, சராசரியின் நிலையான பிழையின் வர்க்கத்தை அறிவதன் மூலம் ( $\sigma^2$ ), நாங்கள் மூலம் பெருக்க முடியும்  $n$  மற்றும்  $\sigma^2$  பற்றிய துல்லியமான மதிப்பீட்டைப் பெறவும். மதிப்பிடும் இந்த அணுகுமுறை  $\sigma^2$  என அறியப்படுகிறது. இப்போது, பூஜ்ய கருதுகோள் உண்மையாக இருந்தால், அது அனைத்து மக்களும் இடையே அதாவது சமம் என்றால்,  $\sigma^2$  மதிப்பு தோராயமாக  $\sigma^2$  போலவே இருக்க வேண்டும்

மதிப்பு இந்த இரண்டு மதிப்புகளுக்கும் இடையிலான குறிப்பிடத்தக்க வேறுபாடு, இந்த வேறுபாடு மக்கள்தொகை வழிமுறைகளுக்கு இடையிலான வேறுபாடுகளின் விளைவாகும் என்ற முடிவுக்கு நம்மை இட்டுச் செல்லும். ஆனால், இந்த இரண்டு மதிப்புகளுக்கும் இடையே உள்ள வேறுபாடு குறிப்பிடத்தக்கதா இல்லையா என்பதை நாம் எப்படி அறிவது? இந்த வேறுபாடு, ஏதேனும் இருந்தால், தற்செயலான மாதிரிப் பிழையா அல்லது மக்கள் தொகையில் உள்ள உண்மையான வேறுபாடுகளால் ஏற்பட்டதா என்பதை நாம் எப்படி அறிவது?

R.A. ஃபிஷர் ஒரு ஃபிஷர் சோதனையை உருவாக்கினார் அல்லது F - மேலே உள்ள கேள்விக்கு பதிலளிக்க சோதனை.  $\sigma^2$  இடையே உள்ள வித்தியாசத்தை அவர் தீர்மானித்தார் மதிப்புகள் இருக்கலாம். என குறிப்பிடப்படும் விகிதமாக வெளிப்படுத்தப்பட்டது F -மதிப்பு, அதனால்,

$$F = \frac{\sigma_{\text{between}}^2}{\sigma_{\text{within}}^2}$$

இருப்பினும், மாதிரி பிழைகள் மற்றும் பிற மாறுபாடுகள் காரணமாக, பூஜ்ய கருதுகோள் உண்மையாக இருந்தாலும், இந்த இரண்டு மதிப்புகளுக்கு இடையில் சில வேறுபாடுகள் இருக்கும், அதாவது அனைத்து மக்கள்தொகை வழிமுறைகளும் சமம். இரண்டு மாறுபாடுகளுக்கு இடையே உள்ள ஏற்றத்தாழ்வின் அளவு மற்றும் அதன் விளைவாக, மதிப்பு F, பூஜ்ய கருதுகோளை ஏற்பதா அல்லது நிராகரிப்பதா என்ற எங்கள் முடிவை பாதிக்கும். மக்கள்தொகை வழிமுறைகள் சமமாக இல்லாவிட்டால், அவற்றின் மாதிரி வழிமுறைகளும் ஒருவருக்கொருவர் பெரிதும் மாறுபடும் என்று முடிவு செய்வது தர்க்கரீதியானது. இதன் விளைவாக F இன் பெரிய மதிப்பு. எனவே

## குறிப்பு

ஒரு பெரிய மதிப்பு  $F$  ( $s_2$ ) மாதிரி மாறுபாடுகளில் மட்டுமே மற்றும் மாதிரி வழிமுறைகளில் அல்ல, எனவே, மாதிரி வழிமுறைகளில் உள்ள வேறுபாடுகளால் பாதிக்கப்படாது). அதன்படி, பெரிய மதிப்பு  $F$ , பூஜ்ய கருதுகோளை நிராகரிப்பதற்கான முடிவு அதிகமாக உள்ளது. ஆனால், எவ்வளவு பெரிய மதிப்பு  $F$  பூஜ்ய கருதுகோளை நிராகரிக்க வேண்டுமா? பதில் கணக்கிடப்பட்ட மதிப்பு  $F$  வேண்டும். விட பெரியதாக இருக்கும் முக்கியமான மதிப்பு  $F$ , கொடுக்கப்பட்ட அளவு முக்கியத்துவம் மற்றும் கணக்கிடப்பட்ட சுதந்திரத்தின் அளவுக்கான அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.  $F$  - விநியோகம் என்பது வளைவுகளின் குடும்பம், அதனால் வெவ்வேறு அளவு சுதந்திரத்திற்கு வெவ்வேறு வளைவுகள் உள்ளன).

### சுதந்திரப் பரிமாணங்கள்

பற்றி பேசினோம்  $F$  விநியோகம் என்பது வளைவுகளின் குடும்பம், ஒவ்வொரு வளைவு இரண்டிற்கும் தொடர்புடைய சுதந்திரத்தின் அளவுகளை பிரதிபலிக்கிறது  $s_2$  மற்றும்  $s_2$ . இதன் அர்த்தம் இடையில் அதாவது, சுதந்திரத்தின் அளவுகள் எண் மற்றும் பிரிவின் வகுப்போடு தொடர்புடையது  $F$  - விகிதம்.

- எண். மாதிரிகள் இடையே மாறுபாடு இருந்து,  $s_2$  இருந்து வருகிறது பல மாதிரிகள் மற்றும் இருந்தால் கே மாதிரிகளின் எண்ணிக்கை, பின்னர் சுதந்திரத்தின் அளவுகள், எண்ணிக்கையுடன் தொடர்புடையதாக இருக்கும்  $(k-1)$ .
- வகுத்தல் என்பது சராசரி மாறுபாடு இன் மாறுபாடுகள் கே மாதிரிகள் மற்றும் ஒவ்வொரு மாதிரியின் ஒவ்வொரு மாறுபாடும் மாதிரியின் அளவோடு தொடர்புடையது  $(n)$ , பின்னர் ஒவ்வொரு மாதிரியுடன் தொடர்புடைய சுதந்திரத்தின் அளவுகள்  $(n-1)$  எனவே, சுதந்திரத்தின் மொத்த அளவுகள் சுதந்திரத்தின் அளவுகளின் கூட்டுத்தொகையாக இருக்கும்  $k$  மாதிரிகள் அல்லது  
 $df = k(n-1)$ , ஒவ்வொரு மாதிரி அளவு இருக்கும் போது  $n$ .

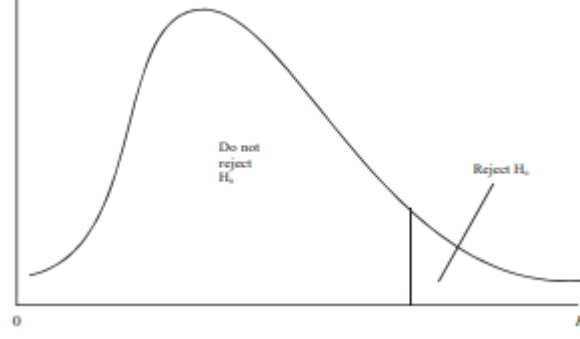
### F- விநியோகம்

இன் முக்கிய பண்புகள்  $F$  - விநியோகம் பின்வருமாறு:

- சராசரி மற்றும் நிலையான விலகலின் மதிப்பைப் பொருட்படுத்தாமல், சாதாரண விநியோகத்தைப் போலன்றி, இது ஒரு வகை வளைவு மட்டுமே. எஃப் விநியோகம் ஒரு குடும்பம் வளைவுகள். அபார்டிகுலர் வளைவு இரண்டு அளவுருக்கள் மூலம் தீர்மானிக்கப்படுகிறது. இவை எண்ணிக்கையில் சுதந்திரத்தின் அளவுகள் மற்றும் வகுப்பில் உள்ள சுதந்திரத்தின் அளவுகள். சுதந்திரத்தின் அளவுகளின் எண்ணிக்கை மாறும்போது வளைவின் வடிவம் மாறுகிறது.
- இது ஒரு தொடர்ச்சியான விநியோகம் மற்றும் மதிப்பு  $F$  எதிர்மறையாக இருக்க முடியாது.
- வளைவு குறிக்கும்  $F$  விநியோகம் நேர்மறையாக வளைந்துள்ளது.
- மதிப்புகள்  $F$  கோட்பாட்டளவில் பூஜ்ஜியத்திலிருந்து முடிவிலி வரை இருக்கும்.

ஒரு வரைபடம்  $F$  விநியோக வளைவு படம் 2.3 இல் காட்டப்பட்டுள்ளது.

## குறிப்பு



படம் 2.3 வளைவில் F-விநியோகம்

நிராகரிப்பு பகுதி வளைவின் வலது முனையில் மட்டுமே உள்ளது, ஏனெனில் இது போலல்லாமல் Z விநியோகம் மற்றும் t- விநியோகம் சராசரிக்குக் கீழே உள்ள பகுதிகளுக்கு எதிர்மறை மதிப்புகளைக் கொண்டிருந்த விநியோகம், F - விநியோகம் என்பது வரையறையின்படி நேர்மறை மதிப்புகள் மற்றும் நேர்மறை மதிப்புகள் மட்டுமே F முக்கிய மதிப்புகளை விட பெரியது F, பூஜ்ய கருதுகோளை நிராகரிப்பதற்கான முடிவிற்கு வழிவகுக்கும்.

### கணக்கீடு F

F- விகிதத்தில் இரண்டு கூறுகள் மட்டுமே உள்ளன, அவை மாதிரிகளுக்கு இடையிலான மாறுபாடு மற்றும் மாதிரிகளுக்குள் உள்ள மாறுபாடு. மாதிரிகளின் அனைத்து வழிமுறைகளும் சரியாக சமமாக இருந்தால் மற்றும் அனைத்து மாதிரிகளும் அந்தந்த மக்கள்தொகையின் பிரதிநிதிகளாக இருந்தால், அனைத்து மாதிரி வழிமுறைகளும் ஒருவருக்கொருவர் மற்றும் மக்கள்தொகை சராசரிக்கு சரியாக சமமாக இருந்தால், எந்த மாறுபாடும் இருக்காது. இருப்பினும், இது ஒருபோதும் இருக்க முடியாது. இந்த மாதிரிகளை நாம் தற்செயலாக மற்றும் ஒரே மக்கள்தொகையில் இருந்து எடுத்தாலும், மாதிரிகளுக்கு இடையில் மற்றும் மாதிரிகளுக்குள் எப்போதும் மாறுபாடுகள் இருக்கும். இந்த மாறுபாடு மொத்த மாறுபாடு என்று அழைக்கப்படுகிறது.

$$\sum (x - \bar{x})^2$$

நியமிக்கப்பட்ட மொத்த மாறுபாடு , இங்கே X தனி நபரைக் குறிக்கிறது

அனைத்து மாதிரிகளுக்கான அவதானிப்புகள் மற்றும் X அனைத்து மாதிரி வழிமுறைகளின் பெரும் சராசரி மற்றும் சமம் ((·)), மக்கள்தொகை சராசரி, மேலும் அறியப்படுகிறது சதுரங்களின் மொத்த தொகை அல்லது SST, மேலும் இது ஒவ்வொரு கவனிப்புக்கும் ஒட்டுமொத்த சராசரிக்கும் இடையே உள்ள வர்க்க வேறுபாடுகளின் கூட்டுத்தொகையாகும். இந்த மொத்த மாறுபாடு இரண்டு கூறுகளின் பங்களிப்பைக் குறிக்கிறது. இந்த கூறுகள்:

(i) **மாதிரிகளுக்கு இடையிலான வேறுபாடு:** மாதிரிகளுக்கு இடையிலான மாறுபாடு வெவ்வேறு விளைவுகளின் காரணமாக இருக்கலாம் சிகிச்சைகள், அதாவது மக்கள் தொகையால் பாதிக்கப்படலாம் காரணி பரிசீலனையில் உள்ளது, இதனால் மக்கள் தொகை என்பது உண்மையில் வேறுபட்டது, மேலும் சில மாறுபாடுகள் மாதிரி மாறுபாட்டின் காரணமாக இருக்கலாம். இந்த மாறுபாடு மாதிரிகளுக்கு இடையிலான சதுரங்களின் கூட்டுத்தொகை என்றும் அழைக்கப்படுகிறது. இந்த சதுரங்களின் கூட்டுத்தொகை இவ்வாறு குறிப்பிடப்பட்டும் SSB. பிறகு, SSB பின்வரும் படிகளால் கணக்கிடப்படுகிறது:

- a. எடுத்துக்கொள்  $k$  அளவு மாதிரிகள்  $n$  ஒவ்வொன்றும் ஒவ்வொரு மாதிரியின் சராசரியைக் கணக்கிடவும், அதாவது,

$$\bar{X}_1, \bar{X}_2, \bar{X}_3, \dots, \bar{X}_k.$$

- b. பெரிய சராசரியைக் கணக்கிடுங்கள் எக்ஸ் இந்த மாதிரியின் விநியோகம், எனவே அந்த,

$$\bar{\bar{X}} = \frac{\sum_{i=1}^k \bar{X}_i}{k}$$

- c. பல்வேறு மாதிரிகள் மற்றும் பெரிய சராசரிக்கு இடையே உள்ள வித்தியாசத்தை எடுத்துக் கொள்ளுங்கள், அதாவது,

$$(\bar{X}_1 - \bar{\bar{X}}), (\bar{X}_2 - \bar{\bar{X}}), (\bar{X}_3 - \bar{\bar{X}}), \dots, (\bar{X}_k - \bar{\bar{X}})$$

- d. இந்த விலகல்கள் அல்லது வேறுபாடுகளை தனித்தனியாக வகைப்படுத்தவும், இந்த ஸ்கொயர்டு விலகல்கள் ஒவ்வொன்றையும் அந்தந்த மாதிரி அளவின் மூலம் பெருக்கி, இந்த தயாரிப்புகள் அனைத்தையும் சுருக்கவும், இதனால் நாம் பெறுவோம்;

$$\sum_{i=1}^k n_i (\bar{X}_i - \bar{\bar{X}})^2, \text{ where } n_i = \text{size of the } i\text{th sample.}$$

இதன் மதிப்பாக இது இருக்கும் SSB, இருப்பினும், அனைத்து மாதிரிகளின் தனிப்பட்ட அவதானிப்புகள் கிடைக்கவில்லை என்றால், இந்த மாதிரிகளின் பல்வேறு வழிமுறைகள் மட்டுமே கிடைக்கின்றன, அங்கு மாதிரிகள் ஒரே அளவில் இருக்கும்  $n$  அல்லது வெவ்வேறு அளவுகள்,  $n$  நான்,  $n_2$ ,  $n_3$ ,  $n_k$ , SSB இன் மதிப்பு இருக்கலாம் கணக்கிடப்படுகிறது:

$$SSB = n_1 (\bar{X}_1 - \bar{\bar{X}})^2 + n_2 (\bar{X}_2 - \bar{\bar{X}})^2 + \dots + n_k (\bar{X}_k - \bar{\bar{X}})^2$$

எங்கே:

$n_1$  = மாதிரி 1 இல் உள்ள பொருட்களின் எண்ணிக்கை

$n_2$  = மாதிரி 2 இல் உள்ள பொருட்களின் எண்ணிக்கை

$n_k$  = மாதிரியில் உள்ள பொருட்களின் எண்ணிக்கை  $k$

$X_1$  = மாதிரி 1 இன் சராசரி

$X_2$  = மாதிரி 2 இன் சராசரி

$X_k$  = மாதிரியின் சராசரி கே

$X$  = அனைத்து மாதிரிகளிலும் உள்ள அனைத்து பொருட்களின் சராசரி அல்லது சராசரி.

- e. வகு SSB சுதந்திரத்தின் அளவுகளால், அவை  $(k - 1)$ , எங்கே  $k$  என்பது மாதிரிகளின் எண்ணிக்கை மற்றும் இது  $\sigma^2$  இன் மதிப்பைக் கொடுக்கும். அதனால் என்னுடையது

$$\sigma_{\text{between}}^2 = \frac{SSB}{(k - 1)}.$$

(இது மாதிரிகளுக்கு இடையே சராசரி சதுரம் அல்லது MSB).

(ii) **மாதிரிகளில் உள்ள மாறுபாடு:** கொடுக்கப்பட்ட மாதிரியில் உள்ள ஒவ்வொரு கவனிப்பும் ஒரே மக்கள்தொகையிலிருந்து வந்தாலும், அதே சிகிச்சைக்கு உட்படுத்தப்பட்டாலும், சில வாய்ப்பு மாறுபாடுகள் இன்னும் ஏற்படலாம். இந்த மாறுபாடு மாதிரி பிழைகள் அல்லது பிற இயற்கை காரணங்களால் இருக்கலாம். இந்த மாறுபாடு அல்லது சதுரங்களின் கூட்டுத்தொகை பின்வரும் படிக்களால் கணக்கிடப்படுகிறது:

## குறிப்பு

a. ஒவ்வொரு மாதிரியின் சராசரி மதிப்பைக் கணக்கிடவும், அதாவது,  $\bar{X}_1, \bar{X}_2, \bar{X}_3, \dots, \bar{X}_k$ .

b. ஒரு நேரத்தில் ஒரு மாதிரியை எடுத்து, அதன் சராசரியிலிருந்து மாதிரியில் உள்ள ஒவ்வொரு பொருளின் விலகலையும் எடுத்துக் கொள்ளுங்கள். எல்லா மாதிரிகளுக்கும் இதைச் செய்யுங்கள், இதன் மூலம் ஒவ்வொரு மாதிரியிலும் உள்ள ஒவ்வொரு மதிப்புக்கும், எல்லா மாதிரிகளில் உள்ள எல்லா மதிப்புகளுக்கும் அவற்றின் அந்தந்த வழிமுறைகளுக்கும் வித்தியாசம் இருக்கும்.

c. இந்த வேறுபாடுகளை ஸ்கொயர் செய்து, இந்த அனைத்து வர்க்க வேறுபாடுகளின் (அல்லது விலகல்கள்) மொத்தத்தை எடுத்துக் கொள்ளுங்கள். இந்த தொகை என்றும் அழைக்கப்படுகிறது SSW அல்லது மாதிரிகளில் உள்ள சதுரங்களின் கூட்டுத்தொகை.

d. இதை பிரிக்கவும் SSW சுதந்திரத்தின் தொடர்புடைய அளவுகளால். மொத்த பொருட்களின் எண்ணிக்கையிலிருந்து மாதிரிகளின் மொத்த எண்ணிக்கையைக் கழிப்பதன் மூலம் சுதந்திரத்தின் அளவுகள் பெறப்படுகின்றன. இவ்வாறு, என்றால் N பொருட்கள் அல்லது அவதானிப்புகளின் மொத்த எண்ணிக்கை, மற்றும் k மாதிரிகளின் எண்ணிக்கை, பின்னர்,

$$df = (N - k)$$

இவை மாதிரிகளுக்குள் இருக்கும் சுதந்திரத்தின் அளவுகள். (அனைத்து மாதிரிகளும் சம அளவில் இருந்தால் n, பிறகு  $df = k(n - 1)$ , முதல்  $(n - 1)$  ஒவ்வொரு மாதிரிக்கும் சுதந்திரத்தின் அளவுகள் உள்ளன k மாதிரிகள்).

e. இந்த எண்ணிக்கை  $SSW / df$ ,  $\sigma^2$  என்றும் அழைக்கப்படுகிறது 2, அல்லது MSW (தொகையின் சராசரி மாதிரிகளுக்குள் சதுரங்கள்).

இப்போது, மதிப்பு F என கணக்கிடலாம்:

$$F = \frac{\sigma_{\text{between}}^2}{\sigma_{\text{within}}^2} = \frac{SSB / df}{SSW / df}$$

$$= \frac{SSB / (k - 1)}{SSW / (N - k)} = \frac{MSB}{MSW}$$

இந்த மதிப்பு F பின்னர் முக்கிய மதிப்புடன் ஒப்பிடப்படுகிறது எஃப் அட்டவணையில் இருந்து பூஜ்ய கருதுகோளின் செல்லுபடியாகும் தன்மை பற்றி ஒரு முடிவு எடுக்கப்பட்டது.

## 2.7 அளவுருக்களின் மதிப்பீடு

அளவுரு மதிப்பீடுகள் (குணகங்கள் என்றும் அழைக்கப்படுகிறது) என்பது கணிப்பாளரின் ஒரு-அலகு மாற்றத்துடன் தொடர்புடைய பதிலில் ஏற்படும் மாற்றமாகும், மற்ற அனைத்து முன்னறிவிப்பாளர்களும் நிலையானதாக இருக்கும். அறியப்படாத மாதிரி அளவுருக்கள் குறைந்தபட்ச சதுர மதிப்பீட்டைப் பயன்படுத்தி மதிப்பிடப்படுகின்றன. அளவுரு மதிப்பீடு என்பது புள்ளிவிவரங்களின் ஒரு பிரிவாகும், இது விநியோகத்தின் அளவுருக்களை மதிப்பிடுவதற்கு மாதிரித் தரவைப் பயன்படுத்துவதற்கு வழிவகுக்கிறது.

### அளவுரு மதிப்பீட்டின் முறைகள்

அளவுரு மதிப்பீட்டிற்குப் பயன்படுத்தப்படும் நுட்பங்கள் மதிப்பீட்டாளர்கள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன.

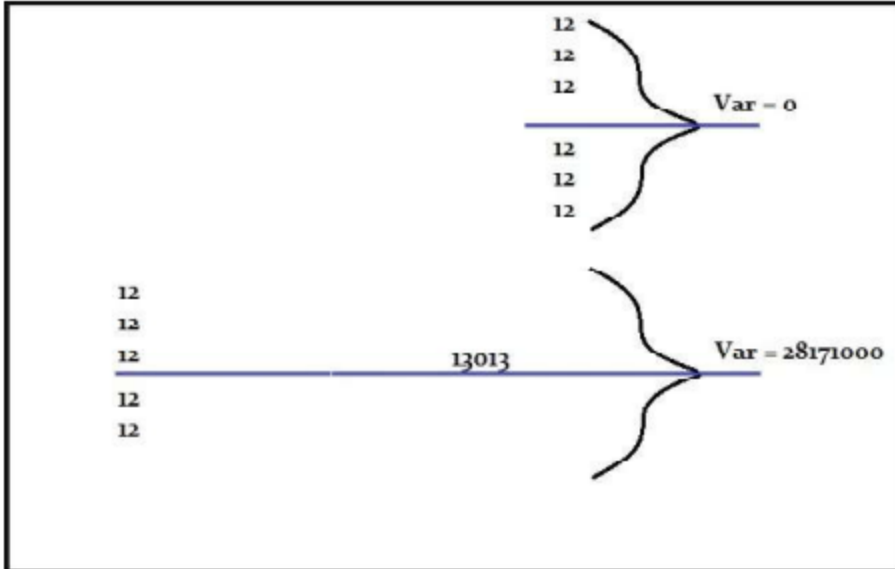
சில மதிப்பீட்டாளர்கள்:

## குறிப்பு

- **நிகழ்தகவு திட்டமிடல்:** சிறப்பு வரைவுத் தாளில் தரவு வரையப்பட்ட அளவுரு மதிப்புகளைக் கண்டறியும் முறை மற்றும் காட்சித் திட்டத்திலிருந்து அளவுருக்கள் பெறப்படுகின்றன.
- **தரவரிசை பின்னடைவு (குறைந்த சதுரங்கள்):** எச்சங்களின் சதுரங்களின் கூட்டுத்தொகையைக் குறைக்கும் அளவுரு மதிப்புகளைக் கண்டறியும் முறை.
- **அதிகபட்ச சாத்தியக்கூறு மதிப்பீடு:** அளவுரு மதிப்புகளைக் கண்டறியும் முறை, அவதானிப்புகளின் தொகுப்பைக் கொடுத்தால், சாத்தியக்கூறு செயல்பாட்டை அதிகப்படுத்துகிறது.
- **பேய்சியன் மதிப்பீட்டு முறைகள்:** யூட்டிலிட்டி என்று அழைக்கப்படும் பின் எதிர்பார்ப்பைக் குறைக்க முயற்சிக்கும் மதிப்பீட்டு முறைகளின் குடும்பம் பணி நடைமுறையில், இதன் பொருள் என்னவென்றால், ஒரு சூழ்நிலையைப் பற்றிய தற்போதைய அறிவு வடிவமைக்கப்பட்டுள்ளது, தரவு சேகரிக்கப்படுகிறது, பின்னர் நமது நம்பிக்கைகளைப் புதுப்பிக்க பின்தொடர் அறிவு பயன்படுத்தப்படுகிறது.

### மதிப்பீட்டாளர்களின் தரங்கள்

ஒரு மதிப்பீட்டாளர் அளவுருவிற்கு மதிப்பிடும் மதிப்பு,  $\theta$ , எப்போதும் உண்மையான அளவுரு மதிப்பு  $\theta$  க்கு மாறினால், அளவுரு மதிப்பீட்டிற்குப் பயன்படுத்தப்படும் தரவின் அளவு அதிகரிக்கும் போது, மதிப்பீட்டாளர் சீராக இருக்கும். மதிப்பீட்டாளரின் சார்பு என்பது உண்மையான உண்மையான மதிப்பிலிருந்து எதிர்பார்ப்பின் விலகலாகும். கொடுக்கப்பட்ட மதிப்பீட்டாளருக்கு, சார்பு பூஜ்ஜியமாக இருந்தால், அந்த மதிப்பீட்டாளர் பாரபட்சமற்றவர் என்று கூறுகிறோம்.



அளவுருக்கள் என்பது முழு மக்கள்தொகையின் விளக்கமான அளவீடுகள் ஆகும், அவை விநியோக வளைவுகளை உருவாக்க நிகழ்தகவு விநியோக செயல்பாட்டிற்கான (PDF) உள்ளீடுகளாகப் பயன்படுத்தப்படலாம். அளவுருக்கள் பொதுவாக மாதிரி புள்ளிவிவரங்களிலிருந்து வேறுபடுவதற்கு கிரேக்க எழுத்துக்களால் குறிக்கப்படுகின்றன. எடுத்துக்காட்டாக, மக்கள்தொகை சராசரியானது கிரேக்க எழுத்து  $\mu$  மற்றும் மக்கள்தொகை



## குறிப்பு

நிலையான விலகல் கிரேக்க எழுத்து சிக்மா ( $\sigma$ ) ஆகியவற்றால் குறிக்கப்படுகிறது. அளவுருக்கள் நிலையான மாறிலிகள், அதாவது, அவை மாறிகள் போல மாறாது. இருப்பினும், அவற்றின் மதிப்புகள் பொதுவாக அறியப்படுவதில்லை, ஏனெனில் முழு மக்கள்தொகையையும் அளவிடுவது சாத்தியமற்றது.

ஒவ்வொரு விநியோகமும் பல குறிப்பிட்ட அளவுருக்களால் முழுமையாக வரையறுக்கப்படுகிறது, பொதுவாக ஒன்று முதல் மூன்று வரை. பின்வரும் அட்டவணை மூன்று விநியோகங்களுக்கு தேவையான அளவுருக்களின் எடுத்துக்காட்டுகளை வழங்குகிறது. அளவுரு மதிப்புகள் விநியோக தளத்தில் வளைவின் இருப்பிடம் மற்றும் வடிவத்தை தீர்மானிக்கிறது, மேலும் அளவுரு மதிப்புகளின் ஒவ்வொரு தனிப்பட்ட கலவையும் ஒரு தனித்துவமான விநியோக வளைவை உருவாக்குகிறது.

பகிர்வு	அளவுரு 1	அளவுரு 2	அளவுரு 3
சி-சதுரம்	சுதந்திரப் பரிமாணங்கள்		
இயல்பானது	கூட்டுச்சராசரி	நியமவிலகல்	
3-அளவுரு காமா	கிடக்கையைச் சேமி	அளவுகோல்	விளிம்பை வண்ணமிடு

அளவுருக்கள் முழு மக்கள்தொகையின் விளக்கமான அளவீடுகள். இருப்பினும், அவற்றின் மதிப்புகள் பொதுவாக அறியப்படுவதில்லை, ஏனெனில் முழு மக்கள்தொகையையும் அளவிடுவது சாத்தியமற்றது. இதன் காரணமாக, அளவுரு மதிப்பீடுகளைப் பெற, மக்களிடமிருந்து சீரற்ற மாதிரியை நீங்கள் எடுக்கலாம். புள்ளிவிவர பகுப்பாய்வுகளின் ஒரு குறிக்கோள், இந்த மதிப்பீடுகளுடன் தொடர்புடைய பிழையின் அளவுடன் மக்கள்தொகை அளவுருக்களின் மதிப்பீடுகளைப் பெறுவதாகும். இந்த மதிப்பீடுகள் மாதிரி புள்ளிவிவரங்கள் என்றும் அழைக்கப்படுகின்றன.

**பல வகையான அளவுரு மதிப்பீடுகள் உள்ளன:**

- புள்ளி மதிப்பீடுகள் ஒரு அளவுருவின் ஒற்றை, பெரும்பாலும் மதிப்பு. எடுத்துக்காட்டாக, மக்கள்தொகை சராசரியின் புள்ளி மதிப்பீடு (அளவுரு) மாதிரி சராசரி (அளவுரு மதிப்பீடு).
- நம்பிக்கை இடைவெளிகள் என்பது மக்கள் தொகை அளவுருவைக் கொண்டிருக்கும் மதிப்புகளின் வரம்பாகும்.

அளவுரு மதிப்பீடுகளின் உதாரணத்திற்கு, தீப்பொறி பிளக் இடைவெளியில் உள்ள சிக்கலைப் படிக்கும் தீப்பொறி பிளக் உற்பத்தியாளரிடம் நீங்கள் வேலை செய்கிறீர்கள் என்று வைத்துக்கொள்வோம். தயாரிக்கப்படும் ஒவ்வொரு தீப்பொறி பிளக்கையும் அளவிடுவது மிகவும் விலை உயர்ந்ததாக இருக்கும். அதற்கு பதிலாக, நீங்கள் தோராயமாக 100 தீப்பொறி பிளக்குகளை மாதிரி செய்து, மில்லிமீட்டர்களில் இடைவெளியை அளவிடுகிறீர்கள். மாதிரியின் சராசரி 9.2. இது மக்கள்தொகை சராசரி ( $\mu$ )க்கான புள்ளி மதிப்பீடாகும். நீங்கள்  $\mu$  க்கு 95% நம்பிக்கை இடைவெளியை உருவாக்குகிறீர்கள் (8.8, 9.6). அதாவது, அனைத்து ஸ்பார்க் பிளக்குகளுக்கும் சராசரி இடைவெளியின் உண்மையான மதிப்பு இடையில் இருக்கும் என்று நீங்கள் 95% உறுதியாக நம்பலாம். 8.8 மற்றும் 9.6.



## 2.8 மதிப்பீட்டாளர்களின் பண்புகள்

பொருளாதார அளவை  
முறைகள்

### குறிப்பு

ஒரு புள்ளி மதிப்பீடு விரும்பிய மக்கள் தொகை அளவுருவை மதிப்பிடுவதற்கு ஒற்றை மாதிரி மதிப்பைப் பயன்படுத்துகிறது. உதாரணமாக, ஒரு மாதிரி சராசரி எக்ஸ் மக்கள் தொகை சராசரி  $x$  புள்ளி மதிப்பீடாகக் கருதப்படுகிறது. இதேபோல், ஒரு மாதிரி நிலையான விலகல்  $s$  என்பது மக்கள்தொகை நிலையான விலகலின் புள்ளி மதிப்பீடாகும்  $X$ . உதாரணமாக, மெட்கர் எவர்ஸ் கல்லூரியில் வணிக நிர்வாகத்தில் முதியோர்களின் கிரேடு புள்ளி சராசரியை (ஜிபிஏ) அறிய விரும்பினால், வணிக மேஜர் மூத்தவர்களின் சீரற்ற மாதிரியை எடுத்து மாதிரி சராசரியைக் கணக்கிடுவோம். எக்ஸ் மாதிரியின். பிறகு, இதன் மதிப்பு  $X$  இன் புள்ளி மதிப்பீடாகக் கருதப்படும் வணிக நிர்வாகத்தில் முக்கிய மாணவர்களின் மொத்த மக்கள்தொகையின் தரப் புள்ளி சராசரி. இதேபோல், மாதிரி மாறுபாடு எஸ்  $S^2$  மக்கள்தொகை மாறுபாட்டின் புள்ளி மதிப்பீடு  $\sigma^2$ .

புள்ளி மதிப்பீட்டில், மாதிரி புள்ளிவிவரத்தை நாங்கள் தேடுகிறோம் எக்ஸ், மாதிரி அவதானிப்புகளிலிருந்து கணக்கிடப்பட்டது, இது  $\cdot$  போன்ற தொடர்புடைய மக்கள் தொகை அளவுருவின் சிறந்த மதிப்பீடாகும். ஆனால் மாதிரி அவதானிப்புகளிலிருந்து நாம் கணக்கிடப்பட்ட மாதிரி புள்ளிவிவரம் மக்கள் தொகை அளவுருவின் சிறந்த மதிப்பீட்டாளர் என்பதை நாம் எப்படி அறிவது? மூலம் சிறந்த மாதிரி புள்ளிவிவரத்தின் மதிப்பு முடிந்தவரை மக்கள் தொகை அளவுருவின் இருக்க வேண்டும் என்று நாங்கள் கூறுகிறோம். எடுத்துக்காட்டாக, வணிக மாணவர்களுக்கான மாதிரி சராசரி கிரேடு புள்ளி சராசரியானது 4 இல் 3.5 எனக் கணக்கிடப்பட்டால், மாதிரி சராசரி மக்கள்தொகை சராசரியை மதிப்பிடுவதற்கு, மக்கள்தொகை சராசரி தரப் புள்ளி சராசரியும் 3.5 அல்லது அதற்கு மிக அருகில் இருக்க வேண்டும். என்பதால் மக்கள்தொகை அளவுரு எப்போதும் மாதிரி புள்ளிவிவரத்திலிருந்து ஊகிக்கப்படுகிறது, அத்தகைய மாதிரி புள்ளிவிவரம், முடிந்தவரை மக்கள்தொகை அளவுருவின் மதிப்பீட்டாளராக மிகவும் நம்பகமானதாக இருக்க வேண்டியது அவசியம் மற்றும் முக்கியமானது. எடுத்துக்காட்டாக, மக்கள்தொகை சராசரிக்கான புள்ளி மதிப்பீட்டாளர்களாகப் பயன்படுத்தக்கூடிய மாதிரிக்கான சராசரி, பயன்முறை மற்றும் இடைநிலை ஆகிய மூன்று மையப் போக்குகள் உள்ளன. இந்த நடவடிக்கைகளில் எது மக்கள்தொகை சராசரியை சிறப்பாக பிரதிபலிக்கிறது என்பதை அறிவது முக்கியம். ஒரு விளக்கமாக, ஒரு நிறுவனத்தின் விற்பனையாளர் வாடிக்கையாளருடன் செலவழிக்கும் சராசரி நேரத்தை நாம் கண்டுபிடிக்க வேண்டும் என்று வைத்துக்கொள்வோம். நாம் ஒரு மாதிரியை எடுத்து, சராசரியாக, ஒரு விற்பனையாளர் வாடிக்கையாளருடன் (சராசரியாக) 60 நிமிடங்கள் செலவிட்டதைக் கண்டுபிடித்தோம் என்று வைத்துக்கொள்வோம். இருப்பினும், பெரும்பாலான விற்பனையாளர்கள் 45 நிமிடங்கள் (முறை) மற்றும் சராசரி 65 நிமிடங்கள் செலவழித்தனர். ஒரு விற்பனையாளர் வாடிக்கையாளருடன் சராசரியாக எவ்வளவு நேரம் செலவிடுகிறார் என்பதற்கான மக்கள் தொகை அளவுருவை இந்த நடவடிக்கைகளில் எது சிறப்பாக விவரிக்கும் என்பதை நிறுவுவது இப்போது கேள்வி.

### நல்ல மதிப்பீட்டின் பண்புகள்

சிறந்த மதிப்பீட்டாளர் மிகவும் நம்பகமானவராக இருக்க வேண்டும் மற்றும் பக்கச்சார்பற்ற தன்மை, நிலைத்தன்மை, செயல்திறன் மற்றும் போதுமான

Self-Instructional  
Material

## குறிப்பு

தன்மை போன்ற விரும்பத்தக்க பண்புகளைக் கொண்டிருக்க வேண்டும். இந்த அளவுகோல்கள் பின்வருமாறு விவரிக்கப்பட்டுள்ளன:

- a) **பாரபட்சமற்ற தன்மை.** மதிப்பீட்டாளர் என்பது ஒரு சீரற்ற மாறியாகும், ஏனெனில் இது எப்போதும் மாதிரி மதிப்புகளின் செயல்பாடாக இருக்கும். எடுத்துக்காட்டாக, மாதிரி சராசரியின் மதிப்பு மாதிரியின் மதிப்புகளைப் பொறுத்தது மற்றும் மாதிரியிலிருந்து மாதிரிக்கு மாறுபடலாம். மதிப்பிடப்படும் மக்கள்தொகை சராசரிக்கு சமமாக இருந்தால் மாதிரி சராசரியின் எதிர்பார்க்கப்படும் மதிப்பானது ஒரு நடுநிலை மதிப்பீட்டாளராகக் கருதப்படுகிறது. இதற்கு அர்த்தம் அதுதான்:

$$E(\bar{x}) = \mu$$

- b) **(மாதிரி விநியோகம்** ஒரு நிகழ்தகவு விநியோகம் என்பதால், சராசரியை சராசரிக்கு பதிலாக எதிர்பார்க்கப்படும் மதிப்பாகக் குறிப்பிடுகிறோம்).

$$\bar{x} \rightarrow \mu \text{ as } n \rightarrow N$$

- c) **நிலைத்தன்மை** நிலைத்தன்மை என்பது மதிப்பீட்டாளரின் துல்லியத்தில் மாதிரி அளவின் விளைவைக் குறிக்கிறது. ஒரு புள்ளிவிவரமானது, மக்கள்தொகை அளவுருவின் நிலையான மதிப்பீட்டாளராகக் கூறப்படுகிறது, அது மாதிரி அளவு அதிகரிக்கும் போது அளவுருவை அணுகினால், சராசரி வழக்கில்:
- d) **திறன் ஒரு மதிப்பீட்டாளர்** அதன் மதிப்பு மாதிரியிலிருந்து மாதிரிக்கு நிலையானதாக இருந்தால் அது திறமையானதாகக் கருதப்படுகிறது. ஒரே மக்கள்தொகையில் இருந்து தோராயமாக எடுக்கப்பட்ட மாதிரியிலிருந்து மாதிரிக்கு குறைந்தபட்ச மாறுபாட்டைக் கொண்டவர் சிறந்த மதிப்பீட்டாளராக இருப்பார். மையப் போக்கின் மூன்று புள்ளி மதிப்பீட்டாளர்களில், அதாவது, சராசரி, பயன்முறை மற்றும் இடைநிலை, சராசரியானது குறைந்த மாறுபாடாகக் கருதப்படுகிறது, எனவே சிறந்த மதிப்பீட்டாளராகக் கருதப்படுகிறது.
- e) **போதுமானது.** மாதிரியில் உள்ள மக்கள்தொகை அளவுரு பற்றிய அனைத்து தகவல்களையும் பயன்படுத்தினால், மதிப்பீட்டாளர் போதுமானதாகக் கூறப்படுகிறது. எடுத்துக்காட்டாக, புள்ளியியல் சராசரி அதன் கணக்கீட்டில் அனைத்து மாதிரி மதிப்புகளையும் பயன்படுத்துகிறது, அதே நேரத்தில் பயன்முறை மற்றும் இடைநிலை பயன்படுத்தாது. எனவே இந்த அர்த்தத்தில் சராசரி ஒரு சிறந்த மதிப்பீட்டாகும்.

மக்கள்தொகையின் சில அளவுருக்கள் மற்றும் அவற்றின் மதிப்பீட்டாளர்கள் பின்வருமாறு:

$$\mu = \bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

$$\sigma = s = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

$$p = p_s = \left(\frac{x}{n}\right), \text{ where } p_s \text{ is the sample proportion.}$$

## 2.9 கருதுகோள்களின் சோதனை

ஒரு கருதுகோள் என்பது ஒரு ஆராய்ச்சியாளர் அதன் தர்க்கரீதியான அல்லது அனுபவரீதியான விளைவுகளை சோதிக்க விரும்பும் தோராயமான அனுமானமாகும். கருதுகோள் என்பது ஒரு தற்காலிக யோசனையைக் குறிக்கிறது, அதன் தகுதிக்கு மதிப்பீடு தேவைப்படுகிறது, ஆனால் குறிப்பிட்ட அர்த்தம் இல்லை. சிக்கலான கணக்கீட்டை எளிதாக்குவதற்கான வசதியான கணித அணுகுமுறையாக இது அடிக்கடி குறிப்பிடப்படுகிறது. கருதுகோள்களை அமைப்பதும் சோதனை செய்வதும் புள்ளிவிவர அனுமானத்தின் ஒருங்கிணைந்த கலையாகும். கருதுகோள்கள் பெரும்பாலும் மாறுபாடு மற்றும் எதிர்பார்க்கப்படும் மதிப்பு போன்ற மக்கள்தொகை அளவுருக்கள் பற்றிய அறிக்கைகள் ஆகும். கருதுகோள் சோதனையின் போது, சராசரி மற்றும் விகிதம் போன்ற மக்கள் தொகை பற்றிய சில அனுமானங்கள் செய்யப்படுகின்றன. எந்தவொரு பயனுள்ள கருதுகோளும் துப்பறியும் பகுத்தறிவு உட்பட பகுத்தறிவு மூலம் கணிப்புகளை செயல்படுத்தும். கார்ல் பாப்பரின் கூற்றுப்படி, ஒரு கருதுகோள் பொய்யானதாக இருக்க வேண்டும், மேலும் அது பொய்யாகக் காட்டப்படும் சாத்தியத்தை ஒப்புக் கொள்ளாவிட்டால், ஒரு முன்மொழிவு அல்லது கோட்பாடு அறிவியல் என்று அழைக்கப்படாது. கருதுகோள் ஒரு ஆய்வகத்தில் ஒரு பரிசோதனையின் முடிவைக் கணிக்கக்கூடும். எனவே, கருதுகோள் என்பது ஒரு நிகழ்வு முன்மொழிவின் விளக்கமாகும், இது பல நிகழ்வுகளுக்கு இடையே சாத்தியமான தொடர்பைக் குறிக்கிறது.

### கருதுகோளின் பண்புகள்:

- **தெளிவான மற்றும் துல்லியமான:** கருதுகோள் தெளிவானதாகவும் துல்லியமாகவும் இருக்க வேண்டும், இதனால் ஒரு நிலையான முடிவை எடுக்க வேண்டும்.
- **மாறிகளுக்கு இடையிலான உறவின் அறிக்கை:** ஒரு கருதுகோள் தொடர்புடையதாக இருந்தால், அது வெவ்வேறு மாறிகளுக்கு இடையிலான உறவைக் குறிப்பிட வேண்டும்.
- **சோதனைத்திறன்:** ஒரு கருதுகோள் சோதனைக்கு திறந்திருக்க வேண்டும், இதனால் மற்ற விலக்குகள் செய்யப்படலாம் மற்றும் அவதானிப்பின் மூலம் உறுதிப்படுத்தப்படலாம் அல்லது நிராகரிக்கப்படலாம். கருதுகோளை சோதனைக்குரியதாக மாற்ற ஆராய்ச்சியாளர் சில முன் ஆய்வுகளை மேற்கொள்ள வேண்டும்.
- **வரையறுக்கப்பட்ட நோக்கத்துடன் குறிப்பிட்டது:** ஒரு கருதுகோள், குறிப்பிட்ட, வரையறுக்கப்பட்ட நோக்கத்துடன், வரம்பற்ற நோக்கம் கொண்ட ஒரு கருதுகோளைக் காட்டிலும் எளிதில் சோதிக்கக்கூடியது. எனவே, அத்தகைய கருதுகோள்களில் ஆராய்ச்சி செய்வதற்கு ஒரு ஆராய்ச்சியாளர் அதிக நேரத்தைச் செலுத்த வேண்டும்.
- **எளிமை:** கருதுகோள் மிகவும் எளிமையான மற்றும் தெளிவான சொற்களில் புரிந்து கொள்ளும்படி கூறப்பட வேண்டும்.
- **நிலைத்தன்மையும்:** ஒரு கருதுகோள் நம்பகமானதாகவும், நிறுவப்பட்ட மற்றும் அறியப்பட்ட உண்மைகளுடன் இணக்கமாகவும் இருக்க வேண்டும்.
- **நேர வரம்பு:** கருதுகோள் நியாயமான நேரத்திற்குள் சோதிக்கப்படக்கூடியதாக இருக்க வேண்டும். வேறு வார்த்தைகளில்

## குறிப்பு

## குறிப்பு

கூறுவதானால், ஒரு கருதுகோளின் சிறப்பம்சம் சோதனைக்குத் தேவையான தரவைச் சேகரிக்க எடுக்கும் நேரத்தால் தீர்மானிக்கப்படுகிறது என்று கூறலாம்.

- **அனுபவக் குறிப்பு:** கருதுகோள் பிரச்சனை என்ன என்பதைப் புரிந்துகொள்ள தேவையான அனைத்து போதுமான உண்மைகளையும் விளக்க வேண்டும் அல்லது ஆதரிக்க வேண்டும்.

கருதுகோள் என்பது மக்கள் தொகையைப் பற்றிய ஒரு அறிக்கை அல்லது அனுமானம். முடிவெடுக்கும் நோக்கத்திற்காக, ஒரு கருதுகோள் சரிபார்க்கப்பட வேண்டும், பின்னர் ஏற்றுக்கொள்ளப்பட வேண்டும் அல்லது நிராகரிக்கப்பட வேண்டும். இது அவதானிப்புகளின் உதவியுடன் செய்யப்படுகிறது. நாங்கள் ஒரு மாதிரியை சோதித்து, பெறப்பட்ட முடிவின் அடிப்படையில் ஒரு முடிவை எடுக்கிறோம். சந்தைப்படுத்தல், தொழில் மற்றும் மேலாண்மை போன்ற பல்வேறு துறைகளில் முடிவெடுப்பது குறிப்பிடத்தக்க பங்கு வகிக்கிறது.

### புள்ளியியல் முடிவெடுத்தல்

ஒரு மாதிரியின் அடிப்படையில் ஒரு புள்ளியியல் கருதுகோளைச் சோதிப்பது, கருதுகோள் ஏற்கப்பட வேண்டுமா அல்லது நிராகரிக்கப்பட வேண்டுமா என்பதை தீர்மானிக்க உதவுகிறது. மாதிரி தரவு கருதுகோளை ஏற்க அல்லது நிராகரிக்க உதவுகிறது. மாதிரித் தரவு மக்கள் தொகையைப் பற்றிய முழுமையற்ற தகவலைத் தருவதால், சோதனையின் முடிவு இறுதியானதாகவோ அல்லது சவால் செய்ய முடியாததாகவோ கருதப்பட வேண்டியதில்லை. மாதிரி முடிவுகளின் அடிப்படையில், ஒரு கருதுகோள் ஏற்றுக்கொள்ளப்பட வேண்டுமா அல்லது நிராகரிக்கப்பட வேண்டுமா என்பதை தீர்மானிக்க உதவும் செயல்முறை, கருதுகோள் சோதனை அல்லது முக்கியத்துவத்தின் சோதனை என்று அழைக்கப்படுகிறது.

**குறிப்பு:** ஒரு சோதனையானது ஒரு கருதுகோளுக்கு எதிராக ஏதேனும் இருந்தால், பொதுவாக மில் கருதுகோள் என்று அழைக்கப்படுகிறது. கருதுகோள் சரியானது என்று சோதனை நிரூபிக்க முடியாது. அதற்கு எதிராக சில ஆதாரங்களை கொடுக்க முடியும்.

கருதுகோள் சீரற்ற மாறுபாட்டின் அடர்த்தி செயல்பாடு பற்றி சில அனுமானங்களை செய்கிறது. மாதிரி விநியோகம் இந்த விஷயத்திற்கு அடிப்படை.

ஒரு கருதுகோளின் சோதனை என்பது ஒரு கருதுகோளை ஏற்கலாமா அல்லது நிராகரிக்க வேண்டுமா என்பதை தீர்மானிக்கும் ஒரு செயல்முறையாகும்.

ஒரு மாதிரி ஏற்றுக்கொள்ள முடியாத நிகழ்தகவு (நிகழ்வு) நிலை (முக்கியத்துவ நிலை என்று அழைக்கப்படுகிறது) இருப்பது கண்டறியப்பட்டால், நாங்கள் கருதுகோளை நிராகரிக்கிறோம். பொதுவாக நிகழ்தகவு அளவுகள் 0.05 மற்றும் 0.01 எடுக்கப்படுகிறது. அவை 5% மற்றும் 1% முக்கியத்துவம் நிலைகள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன.

**குறிப்பு:** ஒரு கருதுகோளை ஏற்றுக்கொள்வது, மாதிரியிலிருந்து நாம் வேறுவிதமாக நம்புவதற்கு எந்த ஆதாரமும் இல்லை என்பதைக் குறிக்கிறது. ஒரு கருதுகோளை நிராகரிப்பது அது தவறானது என்ற முடிவுக்கு நம்மை இட்டுச் செல்கிறது. சிக்கலில் உள்ளார்ந்த நிச்சயமற்ற தன்மையால் சிக்கலை வைப்பதற்கான இந்த வழி வசதியானது. இதைக் கருத்தில் கொண்டு, நாம் நிராகரிக்க நினைக்கும் ஒரு கருதுகோளை எப்போதும் சுருக்கமாகக் கூற வேண்டும்.

## குறிப்பு

நிராகரிக்கப்படும் என்ற நம்பிக்கையில் கூறப்படும் ஒரு கருதுகோள் பூஜ்ய கருதுகோள் என்று அழைக்கப்படுகிறது மற்றும் இது குறிக்கப்படுகிறது  $H_0$ .

என்றால்  $H_0$  நிராகரிக்கப்பட்டது, இது ஒரு மாற்று கருதுகோளை ஏற்றுக்கொள்ள வழிவகுக்கும் மூலம்  $H_1$ .

உதாரணமாக, புதிய வாசனை சோப்பு சந்தையில் அறிமுகப்படுத்தப்படுகிறது. பூஜ்ய கருதுகோள்  $H_0$ , நிராகரிக்கப்படலாம், புதிய சோப்பு ஏற்கனவே இருக்கும் சோப்பை விட சிறந்தது அல்ல.

**எடுத்துக்காட்டு 2.14:** ஒரு டை ஏற்றப்பட்டதாக சந்தேகிக்கப்படுகிறது. பரிசோதிக்க டையை பல முறை உருட்டவும்.

**தீர்வு:** பூஜ்ய கருதுகோள்  $H_0: p$  ஆறு காட்ட =  $1/6$ .

மாற்று அனுமானம்  $H: p \neq 1/6$

### பூஜ்ய மற்றும் மாற்று கருதுகோள்

கருதுகோள் பொதுவாக ஆராய்ச்சியில் முக்கிய கருவியாக கருதப்படுகிறது. ஒரு கருதுகோளின் சோதனைத்திறன் பற்றிய அடிப்படைக் கருத்துக்கள் பின்வருமாறு:

(a) பூஜ்ய கருதுகோள் மற்றும் மாற்று கருதுகோள்: புள்ளியியல் பகுப்பாய்வின் சூழலில், ஏதேனும் இரண்டு முறைகளை ஒப்பிடும் போது, பின்வரும் கருத்துக்கள் அல்லது அனுமானங்கள் கவனத்தில் கொள்ளப்படுகின்றன:

(i) பூஜ்ய கருதுகோள்: இரண்டு வெவ்வேறு முறைகளை அவற்றின் மேன்மையின் அடிப்படையில் ஒப்பிடும் போது, இரண்டு முறைகளும் சமமாக நல்லவை என்ற அனுமானம் பூஜ்ய கருதுகோள் என்று அழைக்கப்படுகிறது. இது புள்ளியியல் கருதுகோள் என்றும் அறியப்படுகிறது மற்றும்  $H_0$  என அடையாளப்படுத்தப்படுகிறது.

(ii) மாற்று கருதுகோள்: இரண்டு வெவ்வேறு முறைகளை ஒப்பிடுகையில், அவற்றின் மேன்மையைப் பற்றி, ஒரு குறிப்பிட்ட முறையை மற்றதை ஒப்பிடும்போது நல்லது அல்லது கெட்டது என்று குறிப்பிடுவது மாற்று கருதுகோள் என்று அழைக்கப்படுகிறது. என அடையாளப்படுத்தப்படுகிறது  $H_0$ .

(b) பூஜ்ய கருதுகோளை மாற்று கருதுகோளுடன் ஒப்பிடுதல்: பூஜ்ய கருதுகோள் மற்றும் மாற்று கருதுகோள் ஆகியவற்றுக்கு இடையேயான ஒப்பீட்டு புள்ளிகள் பின்வருமாறு:

(i) பூஜ்ய கருதுகோள் எப்போதும் குறிப்பிட்டதாக இருக்கும் போது மாற்று கருதுகோள் தோராயமான மதிப்பை அளிக்கிறது.

(ii) பூஜ்ய கருதுகோளை நிராகரிப்பது பெரிய ஆபத்தை உள்ளடக்கியது, இது மாற்று கருதுகோள் விஷயத்தில் இல்லை.

மாற்று கருதுகோளை விட பூஜ்ய கருதுகோள் புள்ளிவிவரங்களில் அடிக்கடி பயன்படுத்தப்படுகிறது, ஏனெனில் இது குறிப்பிட்டது மற்றும் நிகழ்தகவுகளின் அடிப்படையில் இல்லை.

சோதிக்கப்பட வேண்டிய கருதுகோள் பூஜ்ய கருதுகோள் என்று அழைக்கப்படுகிறது மற்றும் இது குறிக்கப்படுகிறது  $H_0$ . மாற்று கருதுகோள்கள் எனப்படும் இயற்கையின் பிற சாத்தியமான நிலைகளுக்கு எதிராக இது சோதிக்கப்பட வேண்டும். மாற்று பொதுவாக குறிக்கப்படுகிறது  $H_1$ .

## குறிப்பு

பூஜ்ய கருதுகோள் புள்ளிவிவரத்திற்கும் மக்கள் தொகை அளவுருவிற்கும் இடையில் எந்த வித்தியாசமும் இல்லை என்பதைக் குறிக்கிறது. மாதிரி சராசரி  $x$  மற்றும் மக்கள்தொகை  $\mu$  இடையே வேறுபாடு இல்லை என்பதை சோதிக்க, நாங்கள் பூஜ்ய கருதுகோளை எழுதுகிறோம்.

$$H_0: \bar{x} = \mu$$

மாற்று கருதுகோள் இருக்கும்

$$H_0: \bar{x} \neq \mu$$

இதன் அர்த்தம்

$x > \mu$  அல்லது  $x < \mu$ . இது இரு வால் கருதுகோள் என்று அழைக்கப்படுகிறது.

மாற்று  $H_0: x > \mu$  வலது வால்.

மாற்று  $H_0: x < \mu$  இடது வால்.

இவை ஒரு பக்க அல்லது ஒரு வால் மாற்று.

**குறிப்பு:**

1. மாற்று கருதுகோள்  $H_1$  பூஜ்ய கருதுகோளால் குறிப்பிடப்படாத அளவுருவின் அத்தகைய அனைத்து மதிப்புகளையும் குறிக்கிறது  $H_0$ .
2. ஒரு புள்ளியியல் கருதுகோளைச் சோதிப்பது ஒரு விதியாகும், இது ஒரு கருதுகோளை ஏற்றுக்கொள்வது அல்லது நிராகரிப்பது என்ற முடிவுக்கு வழிவகுக்கிறது.

மாதிரிப் புள்ளிவிவரம் மக்கள்தொகை மதிப்பை விட அதிகமாகவோ அல்லது குறிப்பிட்ட அளவிலான முக்கியத்துவத்தில் மக்கள் தொகை மதிப்பைக் காட்டிலும் குறைவாகவோ இருந்தால், ஒரு முனைச் சோதனைக்கு பூஜ்ய கருதுகோளை நிராகரிக்க வேண்டும்.

1. மாதிரி சராசரியா என்பதை நாங்கள் சோதிக்க விரும்பலாம்  $x$  மக்கள் தொகை சராசரியை விட அதிகமாக உள்ளது  $p$ . பின்னர் பூஜ்ய கருதுகோள்,

$$H_0: \bar{x} > \mu$$

2. மற்றொரு வழக்கில் பூஜ்ய கருதுகோள் இருக்கலாம்

$$H_0: \bar{x} < \mu$$

இந்த இரண்டு சூழ்நிலைகளில் ஒவ்வொன்றும் ஒரு வால் சோதனைக்கு இட்டுச் செல்கிறது மற்றும் இரண்டு வால் சோதனையைப் போலவே கையாளப்பட வேண்டும். இங்கே விமர்சன நிராகரிப்பு ஒரு பக்கத்தில் மட்டுமே உள்ளது  $x > \mu$  மற்றும் விட்டு  $x < \mu$ . இங்குள்ள ஒவ்வொரு வரைபடமும் ஐந்து சதவீத முக்கியத்துவ சோதனை அளவைக் காட்டுகிறது.

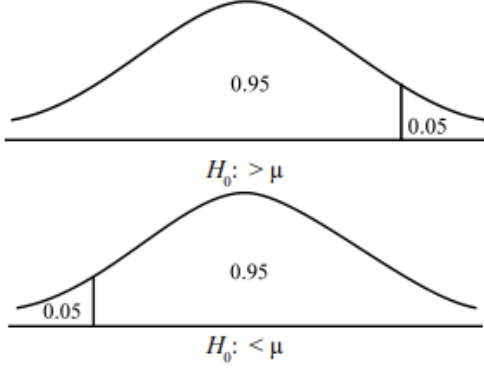
உதாரணமாக, ஒரு குறிப்பிட்ட அரசாங்கத்தில் உள்ள அமைச்சர் ஒருவர் ஊழலில் ஈடுபடாமல் சராசரியாக 11 மாதங்கள் வாழ்கிறார். புதிய கட்சி அமைச்சர்களுக்கு சராசரியாக 11 மாதங்களுக்கும் மேலான ஆயுளை ஊழலற்றதாக வழங்குவதாகக் கூறுகிறது. நாங்கள் சோதிக்க விரும்புகிறோம் என்றால்; சராசரியாக புதிய அமைச்சர்கள் 11 மாதங்களுக்கு மேல் நீடிக்கும். நாம் பூஜ்ய கருதுகோளை எழுதலாம்

$$H_0: \bar{x} = 11$$

மற்றும்

$$H_1: \bar{x} > 11 \text{ or } H_1: \bar{x} < 11.$$

மாற்று கருதுகோள்



குறிப்பு

**உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சரிபார்க்கவும்**

8. F-டெஸ்ட்டை உருவாக்கியவர் யார்?
9. ANOVAவின் அனுமானங்களைக் கொடுங்கள்.
10. அளவுரு மதிப்பீடு என்றால் என்ன?
11. அளவுருவின் பேய்சியன் மதிப்பீட்டு முறைகள் பற்றி விளக்கவும்.
12. நல்ல மதிப்பீட்டின் பண்புகள் என்ன?
13. கருதுகோள் சோதனையை விரிவாகக் கூறவும்.
14. பூஜ்ய கருதுகோள் மூலம் நீங்கள் என்ன புரிந்துகொள்கிறீர்கள்?

**2.10 உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சரிபார்க்கும் கேள்விகளின் பதில்கள்**

1. விளக்கமான புள்ளிவிவரங்கள் தரவை விவரிக்கிறது மற்றும் அத்தகைய தரவுகளின் பல்வேறு அம்சங்கள் மற்றும் பண்புகளை விவரிக்க, தரவு சேகரிப்பு, அமைப்பு, வழங்கல் மற்றும் பகுப்பாய்வு ஆகியவற்றில் பயன்படுத்தப்படும் முறைகள் மற்றும் நுட்பங்களைக் கொண்டுள்ளது. இந்த முறைகள் வரைகலை அல்லது கணக்கீட்டு முறைகளாக இருக்கலாம்.
2. ஒரு மக்கள்தொகையின் சிறப்பியல்புகளை மதிப்பிடுவதற்கு அல்லது அதே மக்கள்தொகையிலிருந்து எடுக்கப்பட்ட மாதிரியிலிருந்து பெறப்பட்ட முடிவுகளின் அடிப்படையில் மக்கள்தொகையைப் பற்றிய முடிவை எடுப்பதற்குப் பயன்படுத்தப்படும் முறைகள் என அனுமான புள்ளிவிவரங்கள் வரையறுக்கப்படுகின்றன.
3. புள்ளியியல் விசாரணை என்பது புள்ளியியல் மற்றும் அளவு மாதிரிகள் மற்றும் நுட்பங்களின் அடிப்படையில் கொடுக்கப்பட்ட நிகழ்வின் விசாரணையைக் குறிக்கிறது. தகவல் அல்லது உண்மையைத் தேடுவதில் ஒரு விஷயத்தை நெருக்கமான ஆய்வு என ஒரு விசாரணை வரையறுக்கப்படுகிறது. இங்கே 'மூடு' என்பது தீவிரமானது மற்றும் விரிவானது. விஷயத்தை ஆழமாகப் பார்க்க வேண்டும், மேலோட்டமாக மட்டும் பார்க்கக்கூடாது.
4. ஒரு புள்ளிவிவரத்திற்கும் அளவுருவிற்கும் (அதாவது மாதிரி முடிவுகள் மற்றும் மாதிரி எடுக்கப்பட்ட மக்கள்தொகைக்கு இடையே) உள்ள தொடர்பை நிகழ்தகவுடன் விவரிக்கிறது என்பதால், அனுமானப் புள்ளிவிவரங்களில் இயல்பான விநியோகம் சிறப்பு முக்கியத்துவம் வாய்ந்தது. பதினெட்டாம் நூற்றாண்டின் கணிதவியலாளர்-வானியலாளர் கார்ல் காஸின் பெயர் இந்த விநியோகத்துடன்

## குறிப்பு

தொடர்புடையது மற்றும் அவரது பங்களிப்பை கௌரவிக்கும் வகையில், இந்த விநியோகம் பெரும்பாலும் காசியன் விநியோகம் என்று அழைக்கப்படுகிறது. சாதாரண விநியோகம் கோட்பாட்டளவில் பல தனித்த விநியோகங்களின் வரம்புக்குட்பட்ட வடிவமாக பெறப்படுகிறது.

5. Chi-சதுர சோதனை என்பது இருவேறு அட்டவணைப் பகுப்பாய்விற்கான புள்ளியியல் முக்கியத்துவத்தின் அளவுரு அல்லாத சோதனையாகும் (குறுக்கு முறிவுகள் என்றும் அழைக்கப்படுகிறது). புள்ளிவிவர முக்கியத்துவம் வாய்ந்த எந்தவொரு பொருத்தமான சோதனையும் ஒரு கருதுகோளை ஏற்றுக்கொள்வதில் அல்லது நிராகரிப்பதில் நீங்கள் வைத்திருக்கும் நம்பிக்கையின் அளவை உங்களுக்குத் தெரியப்படுத்துகிறது. பொதுவாக, Chi-சதுர சோதனை என்பது எந்த ஒரு புள்ளியியல் கருதுகோள் சோதனையாகும், இதில் பூஜ்ய கருதுகோள் உண்மையாக இருக்கும்போது சோதனை புள்ளிவிவரங்கள் Chi-சதுர விநியோகத்தைக் கொண்டிருக்கும். Chi-சதுரம், குறியீடாக எழுதப்பட்டது. என  $\chi^2$  (Chi-சதுரம் என உச்சரிக்கப்படுகிறது), இது ஒரு புள்ளிவிவர அளவீடு ஆகும், இதன் உதவியுடன் அனுமானமான பிரபஞ்சத்திலிருந்து பெறப்பட்ட கவனிக்கப்பட்ட அதிர்வெண்களுக்கும் எதிர்பார்க்கப்படும் அதிர்வெண்களுக்கும் இடையிலான வேறுபாட்டின் முக்கியத்துவத்தை மதிப்பிட முடியும்.
6.  $\chi^2$  விநியோகம் பின்வரும் பண்புகளைக் கொண்டுள்ளது.
  - இது சதுரமான அவதானிப்புகளை உள்ளடக்கியது, எனவே, அது எப்போதும் நேர்மறையாக இருக்கும். அதன் மதிப்பு பூஜ்ஜியத்தை விட அதிகமாகவோ அல்லது சமமாகவோ இருக்கும்.
  - விநியோகம் சமச்சீராக இல்லை. இது வலப்புறமாக வளைந்திருப்பதால் அதன் வளைவு நேர்மறையாக இருக்கும். இருப்பினும், சுதந்திரத்தின் அளவுகள் அதிகரிக்கும் போது, Chi-சதுரம் சமச்சீர் விநியோகத்தை அணுகுகிறது.
  - ஒத்த t-விநியோகம், Chi-சதுர விநியோகங்களின் குடும்பம் உள்ளது.
  - ஒவ்வொரு அளவு சுதந்திரத்திற்கும் ஒரு குறிப்பிட்ட விநியோகம் உள்ளது.
7. சர் வில்லியம் S. கோசெட் (புனைப்பெயர் மாணவர்) ஒரு முக்கியத்துவப் பரீட்சையை உருவாக்கி அதன் மூலம் சிறிய மாதிரிகளுக்குப் பொருந்தும் மாதிரிக் கோட்பாட்டிற்கு குறிப்பிடத்தக்க பங்களிப்பைச் செய்தார். மக்கள்தொகை மாறுபாடு தெரியாதபோது, சோதனை பொதுவாக மாணவர்களின் என அறியப்படுகிறது t-சோதனை மற்றும் அடிப்படையிலானது t - விநியோகம். வழக்கமான விநியோகத்தைப் போலவே, t-விநியோகமும் சமச்சீரானது ஆனால் சாதாரண விநியோகத்தை விட தட்டையானது.
8. F -சோதனை நுட்பம் என்பது புள்ளிவிவர பகுப்பாய்வில் மிகவும் சக்திவாய்ந்த நுட்பங்களில் ஒன்றாகும், இது R.A. ஃபிஷரால் உருவாக்கப்பட்டது. இது என்றும் அழைக்கப்படுகிறது F -சோதனை.
9. ANOVA இன் வழிமுறை பின்வரும் அனுமானங்களை அடிப்படையாகக் கொண்டது.



## குறிப்பு

- ஒவ்வொரு மாதிரி அளவு  $n$  தோராயமாக வரையப்பட்டது மற்றும் ஒவ்வொரு மாதிரியும் மற்ற மாதிரிகளிலிருந்து சுயாதீனமாக இருக்கும்.
- மக்கள் தொகை பொதுவாக விநியோகிக்கப்படுகிறது.
- மாதிரிகள் எடுக்கப்பட்ட மக்கள் தொகை சமமான மாறுபாடுகளைக் கொண்டுள்ளது.

இதற்கு அர்த்தம் அதுதான்  $\sigma^2_1 = \sigma^2_2 = \sigma^2_3 = \dots = \sigma^2_k$ , க்கான கே மக்கள் தொகை.

- அளவுரு மதிப்பீடுகள் (குணகங்கள் என்றும் அழைக்கப்படுகிறது) என்பது கணிப்பாளரின் ஒரு-அலகு மாற்றத்துடன் தொடர்புடைய பதிலில் ஏற்படும் மாற்றமாகும், மற்ற அனைத்து முன்னறிவிப்பாளர்களும் நிலையானதாக இருக்கும். அறியப்படாத மாதிரி அளவுருக்கள் குறைந்தபட்ச சதுர மதிப்பீட்டைப் பயன்படுத்தி மதிப்பிடப்படுகின்றன. அளவுரு மதிப்பீடு என்பது புள்ளிவிவரங்களின் ஒரு பிரிவாகும், இது விநியோகத்தின் அளவுருக்களை மதிப்பிடுவதற்கு மாதிரித் தரவைப் பயன்படுத்துவதற்கு வழிவகுக்கிறது.
- யூட்டிலிட்டி ஃபங்ஷன் என்று அழைக்கப்படும் பின்பகுதி எதிர்பார்ப்பைக் குறைக்க முயற்சிக்கும் மதிப்பீட்டு முறைகளின் குடும்பம். நடைமுறையில், இதன் பொருள் என்னவென்றால், ஒரு சூழ்நிலையைப் பற்றிய தற்போதைய அறிவு வடிவமைக்கப்பட்டுள்ளது, தரவு சேகரிக்கப்படுகிறது, பின்னர் நமது நம்பிக்கைகளைப் புதுப்பிக்க பின்தொடர் அறிவு பயன்படுத்தப்படுகிறது.
- சிறந்த மதிப்பீட்டாளர் அதிக நம்பகத்தன்மை உடையவராக இருக்க வேண்டும் மற்றும் பாரபட்சமற்ற தன்மை, நிலைத்தன்மை, செயல்திறன் மற்றும் போதுமான தன்மை போன்ற விரும்பத்தக்க பண்புகளைக் கொண்டிருக்க வேண்டும்.
- ஒரு கருதுகோள் என்பது ஒரு ஆராய்ச்சியாளர் அதன் தர்க்கரீதியான அல்லது அனுபவரீதியான விளைவுகளை சோதிக்க விரும்பும் தோராயமான அனுமானமாகும். கருதுகோள் என்பது ஒரு தற்காலிகத்தைக் குறிக்கிறது யாருடைய தகுதிக்கு மதிப்பீடு தேவை, ஆனால் குறிப்பிட்ட அர்த்தம் இல்லை. சிக்கலான கணக்கீட்டை எளிதாக்குவதற்கான வசதியான கணித அணுகுமுறையாக இது அடிக்கடி குறிப்பிடப்படுகிறது. கருதுகோள்களை அமைப்பதும் சோதனை செய்வதும் புள்ளிவிவர அனுமானத்தின் ஒருங்கிணைந்த பகுதியாகும்.
- இரண்டு வெவ்வேறு முறைகளை அவற்றின் மேன்மையின் அடிப்படையில் ஒப்பிடும் போது, இரண்டு முறைகளும் சமமாக நல்லவை என்ற அனுமானம் பூஜ்ய கருதுகோள் என்று அழைக்கப்படுகிறது. இது புள்ளியியல் கருதுகோள் என்றும் அறியப்படுகிறது மற்றும்  $H_0$  என அடையாளப்படுத்தப்படுகிறது.

## 2.11 தொகுப்பு

- பெயர் குறிப்பிடுவது போல, விளக்கமான புள்ளிவிவரங்கள் தரவுகளை விவரிக்கிறது மற்றும் அத்தகைய தரவுகளின் பல்வேறு அம்சங்கள் மற்றும் பண்புகளை விவரிக்க, தரவு சேகரிப்பு, அமைப்பு,

## குறிப்பு

வழங்கல் மற்றும் பகுப்பாய்வு ஆகியவற்றில் பயன்படுத்தப்படும் முறைகள் மற்றும் நுட்பங்களைக் கொண்டுள்ளது.

- ஒரு மக்கள்தொகையின் சிறப்பியல்புகளை மதிப்பிடுவதற்கு அல்லது அதே மக்கள்தொகையிலிருந்து எடுக்கப்பட்ட மாதிரியிலிருந்து பெறப்பட்ட முடிவுகளின் அடிப்படையில் மக்கள்தொகையைப் பற்றிய முடிவை எடுப்பதற்குப் பயன்படுத்தப்படும் முறைகள் என அனுமான புள்ளிவிவரங்கள் வரையறுக்கப்படுகின்றன. மாதிரியின் அளவிடப்பட்ட பண்புகள் மாதிரி புள்ளிவிவரங்கள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன, அதே நேரத்தில் மக்கள்தொகையின் அளவிடப்பட்ட பண்புகள் மக்கள்தொகை அளவுருக்கள் என அறியப்படுகின்றன.
- புள்ளியியல் விசாரணையானது சில அர்த்தமுள்ள முடிவுக்கு வருவதற்காக தகவலின் புறநிலை பகுப்பாய்வுகளை உள்ளடக்கியது. எடுத்துக்காட்டாக, ஃபெடரல் மருந்து நிர்வாகம் (FDA) மருந்தின் தேவை மற்றும் பயனைப் பற்றிய சோதனைகளின் முடிவுகள் தொடர்பான நீண்ட புள்ளிவிவர ஆய்வுகளுக்குப் பிறகு நுகர்வுக்கான மருந்தை அங்கீகரிக்கிறது.
- மறுபுறம், புள்ளிவிவரமற்ற விசாரணை என்பது கருத்துக்கள் மற்றும் உணர்வுகளின் சேகரிப்பு ஆகும், மேலும் அவ்வாறு வரும் முடிவுகள் மிகவும் அகநிலை இயல்புடையவை. இது ஒரு விசாரணை என்பதை விட ஒரு கவனிப்பு. அழகு, நற்குணம், நேர்மை மற்றும் பலவற்றைப் பற்றிய அவதானிப்புகள் மற்றும் அறிக்கைகள் அனைத்தும் புள்ளிவிவரமற்ற விசாரணைகள்.
- அனைத்து நிகழ்தகவு பரவல்களிலும் சாதாரண நிகழ்தகவு விநியோகம் மிக முக்கியமான மற்றும் அடிக்கடி பயன்படுத்தப்படும் தொடர்ச்சியான நிகழ்தகவு விநியோகமாகும். ஏனெனில் இந்த விநியோகம் பல வகையான பிரச்சனைகளுக்கு நன்றாக பொருந்துகிறது. இந்த விநியோகம் அனுமான புள்ளிவிவரங்களில் சிறப்பு முக்கியத்துவம் வாய்ந்தது, ஏனெனில் இது ஒரு புள்ளிவிவரத்திற்கும் ஒரு அளவுருவிற்கும் (அதாவது, மாதிரி முடிவுகள் மற்றும் மக்கள்தொகைக்கு இடையேயான மாதிரிகள் வரையப்பட்ட) தொடர்பை நிகழ்தகவுடன் விவரிக்கிறது.
- சராசரி  $X^2$  வளைவின் உச்சம் எங்கு நிகழ்கிறது என்பதை வரையறுக்கிறது. வேறு வார்த்தைகளில் கூறுவதானால், சராசரியில் உள்ள ஆர்டினைட் மிக உயர்ந்த ஆர்டினைட் ஆகும். சராசரியிலிருந்து ஒரு நிலையான விலகல் தொலைவில் உள்ள ஆர்டினைட்டின் உயரம் சராசரி ஆர்டினைட்டின் உயரத்தின் 60.653% மற்றும் பல்வேறு நிலையான விலகல்களில் மற்ற ஆர்டினைட்டுகளின் உயரம் ( $\sigma$ ) சராசரியிலிருந்து சராசரி ஆர்டினைட்டின் உயரத்துடன் ஒரு நிலையான உறவாக இருக்கும்.
- Chi-சதுர சோதனை என்பது இருவேறு அட்டவணைப் பகுப்பாய்விற்கான புள்ளியியல் முக்கியத்துவத்தின் அளவுரு அல்லாத சோதனையாகும் (குறுக்கு முறிவுகள் என்றும் அழைக்கப்படுகிறது). புள்ளிவிவர முக்கியத்துவம் வாய்ந்த எந்தவொரு பொருத்தமான சோதனையும் ஒரு கருதுகோளை ஏற்றுக்கொள்வதில் அல்லது நிராகரிப்பதில் நீங்கள் வைத்திருக்கும் நம்பிக்கையின் அளவை உங்களுக்குத் தெரியப்படுத்துகிறது. பொதுவாக, Chi-சதுர சோதனை என்பது எந்த ஒரு புள்ளியியல் கருதுகோள் சோதனையாகும், இதில் பூஜ்ய கருதுகோள்

## குறிப்பு

- உண்மையாக இருக்கும்போது சோதனை புள்ளிவிவரங்கள் சி-சதுர விநியோகத்தைக் கொண்டிருக்கும்.
- Chi-சதுரம், குறியீடாக  $X^2$  என எழுதப்பட்டுள்ளது (ki-சதுரம் என உச்சரிக்கப்படுகிறது), இது ஒரு புள்ளிவிவர அளவீடு ஆகும், இதன் உதவியுடன் அனுமானமான பிரபஞ்சத்திலிருந்து பெறப்பட்ட கவனிக்கப்பட்ட அதிர்வெண்களுக்கும் எதிர்பார்க்கப்படும் அதிர்வெண்களுக்கும் இடையிலான வேறுபாட்டின் முக்கியத்துவத்தை மதிப்பிட முடியும்.
  - Chi-சதுர சோதனை என்பது சுதந்திரம், பொருத்தம் மற்றும் ஒருமைப்பாடு ஆகியவற்றின் சோதனையாகும். சில நேரங்களில் Chi-சதுர சோதனையானது மக்கள்தொகை மாறுபாட்டின் சோதனையாகவும் பயன்படுத்தப்படுகிறது. பொருத்தத்தின் நற்குணத்தின் சோதனையாக,  $X^2$  பைனோமியல் விநியோகம், பாய்சன் விநியோகம் அல்லது இயல்பான விநியோகம் போன்ற கருதப்படும் கோட்பாட்டு விநியோகத்துடன் கவனிக்கப்பட்ட தரவின் விநியோகம் எவ்வளவு நன்றாக பொருந்துகிறது என்பதைப் பார்க்க சோதனை உதவுகிறது.
  - ஒருமைப்பாட்டின் சோதனையாக,  $X^2$  ஒரே பிரபஞ்சத்திலிருந்து வெவ்வேறு மாதிரிகள் வருகின்றனவா என்பதைக் கூற சோதனை உதவுகிறது. இந்தச் சோதனையின் மூலம், மாதிரி/மாதிரிகளின் அடிப்படையில் உருவாக்கப்பட்ட முடிவுகள் நன்கு வரையறுக்கப்பட்ட கருதுகோளுடன் ஒத்துப்போகின்றனவா அல்லது கொடுக்கப்பட்ட கருதுகோளை ஆதரிக்கத் தவறியதா என்பதையும் நாம் விளக்கலாம்.
  - இந்தச் சோதனையானது பெயரளவிலான அல்லது சாதாரண அளவீட்டு அளவீட்டிற்கு நல்லது, இதில் ஆண் மற்றும் பெண், அல்லது புதியவர்கள், இளையவர்கள் மற்றும் மூத்தவர்கள் போன்ற வகைகளில் மட்டுமே வகைப்படுத்தக்கூடிய தரவை பெயரளவிலான அளவீடு கையாளுகிறது. இந்தக் குழுக்களுக்கு குறிப்பிட்ட வரிசை எதுவும் இல்லை, மேலும், அனைத்து வகைகளும் தனித்தனியாகவும் பரஸ்பரம் பிரத்தியேகமாகவும் இருப்பதால், ஒரு பிரிவில் உள்ள உருப்படி மற்றொரு பிரிவில் சேர்க்கப்படாது.
  - ஈருறுப்புப் பரவலைப் போலவே,  $X^2$  சோதனையானது, நபர்களின் கருத்துக்கள், மத சார்பு, புகைபிடிக்கும் பழக்கம் மற்றும் பல போன்ற தரமான மாறிகளை பகுப்பாய்வு செய்வதற்கும் பயன்படுத்தப்படுகிறது. இருப்பினும், இரண்டு மக்கள்தொகை விகிதாச்சாரத்தை ஒப்பிடும் பைனோமியல் விநியோக சோதனை போலல்லாமல்,  $X^2$  இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட மக்கள்தொகையின் விகிதாச்சாரத்தைப் பற்றிய தீர்ப்புகளை சோதனை கையாள்கிறது.
  - சர் வில்லியம் S. கோசெட் (புனைப்பெயர் மாணவர்) ஒரு முக்கியத்துவப் பரீட்சையை உருவாக்கி அதன் மூலம் சிறிய மாதிரிகளுக்குப் பொருந்தும் மாதிரிக் கோட்பாட்டிற்கு குறிப்பிடத்தக்க பங்களிப்பைச் செய்தார். மக்கள்தொகை மாறுபாடு தெரியாதபோது, சோதனை பொதுவாக மாணவர்களின் என அறியப்படுகிறது t-சோதனை மற்றும் அடிப்படையிலானது t-விநியோகம். வழக்கமான விநியோகத்தைப் போலவே, t-விநியோகமும் சமச்சீரானது ஆனால் சாதாரண விநியோகத்தை விட தட்டையானது.

## குறிப்பு

- சாதாரண விநியோகத்தைப் போலவே,  $t$ -விநியோகமும் சமச்சீரானது ஆனால் சாதாரண விநியோகத்தை விட தட்டையானது. மேலும், ஒரு வித்தியாசம் உள்ளது  $t$ - விநியோகம் ஒவ்வொரு சாத்தியமான மாதிரி அளவிற்கும். மாதிரி அளவு பெரிதாகும்போது, அதன் வடிவம்  $t$ -விநியோகம் அதன் தட்டையான தன்மையை இழந்து சாதாரண விநியோகத்திற்கு தோராயமாக சமமாகிறது.
- மாறுபாட்டின் பகுப்பாய்வில் இரண்டு வகையான வகைப்பாடுகள் உள்ளன. மாறுபாட்டின் ஒரு வழி பகுப்பாய்வு என்பது ஒரு உண்மை அல்லது மாறி மட்டுமே கருதப்படும் சூழ்நிலைகளைக் குறிக்கிறது. எடுத்துக்காட்டாக, மூன்று விற்பனையாளர்களுக்கான விற்பனையில் உள்ள வேறுபாடுகளைச் சோதிப்பதில், விற்பனையாளரின் விற்பனைத் திறன் என்ற ஒரே ஒரு காரணியை மட்டுமே நாங்கள் கருத்தில் கொள்கிறோம். இரண்டாவது வகை வகைப்பாட்டில், ஆர்வத்தின் பதில் மாறி ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட காரணிகளால் பாதிக்கப்படலாம்.
- மக்கள்தொகை மாறுபாட்டின் மதிப்பீடு  $\sigma^2$ ,  $\sigma^2$  இன் இரண்டு வெவ்வேறு மதிப்பீடுகளால் கணக்கிடப்படுகிறது, ஒவ்வொன்றும் ஒவ்வொரு முறை.  $\sigma^2$  இன் மதிப்பீட்டாளரைக் கணக்கிடுவது ஒரு அணுகுமுறை மக்கள் தொகை சமமாக இல்லாவிட்டாலும், இந்த மதிப்பீட்டாளரின் மதிப்பில் அது எந்த விளைவையும் ஏற்படுத்தாது.
- $\sigma^2$  மதிப்பீட்டைக் கணக்கிடுவதற்கான இரண்டாவது அணுகுமுறை, மத்திய வரம்பு தேற்றத்தை அடிப்படையாகக் கொண்டது மற்றும் அனைத்து மக்கள்தொகை வழிமுறைகளும் சமம் என்ற பூஜ்ய கருதுகோள் அனுமானத்தின் கீழ் மட்டுமே செல்லுபடியாகும். இதன் பொருள் உண்மையில், மக்கள் தொகையில் வேறுபாடுகள் இல்லை என்றால், கணக்கிடப்பட்ட மதிப்பு  $\sigma^2$  இரண்டாவது அணுகுமுறையின் மூலம் கணக்கிடப்பட்ட மதிப்பிலிருந்து கணிசமாக வேறுபடக்கூடாது  $\sigma^2$  முதல் அணுகுமுறை மூலம்.
- வகுத்தல் என்பது மாறுபாடுகளின் சராசரி மாறுபாடு ஆகும் கே மாதிரிகள் மற்றும் ஒவ்வொரு மாதிரியின் ஒவ்வொரு மாறுபாடும் மாதிரியின் அளவோடு தொடர்புடையது ( $n$ ), பின்னர் ஒவ்வொரு மாதிரியுடன் தொடர்புடைய சுதந்திரத்தின் அளவுகள் ( $n - 1$ ).
- மாதிரிகளுக்கு இடையிலான மாறுபாடு வெவ்வேறு சிகிச்சைகளின் விளைவு காரணமாக இருக்கலாம், அதாவது மக்கள் தொகை என்பது கருத்தில் கொள்ளப்படும் காரணியால் பாதிக்கப்படலாம், இதனால் மக்கள்தொகை உண்மையில் வேறுபட்டது, மேலும் சில மாறுபாடுகள் மாதிரி மாறுபாட்டின் காரணமாக இருக்கலாம்.
- அளவுரு மதிப்பீடுகள் (குணகங்கள் என்றும் அழைக்கப்படுகிறது) என்பது கணிப்பாளரின் ஒரு-அலகு மாற்றத்துடன் தொடர்புடைய பதிலில் ஏற்படும் மாற்றமாகும், மற்ற அனைத்து முன்னறிவிப்பாளர்களும் நிலையானதாக இருக்கும். அறியப்படாத மாதிரி அளவுருக்கள் குறைந்தபட்ச சதுர மதிப்பீட்டைப் பயன்படுத்தி மதிப்பிடப்படுகின்றன. அளவுரு மதிப்பீடு என்பது புள்ளிவிவரங்களின் ஒரு பிரிவாகும், இது விநியோகத்தின் அளவுருக்களை மதிப்பிடுவதற்கு மாதிரித் தரவைப் பயன்படுத்துவதற்கு வழிவகுக்கிறது.
- மதிப்பீட்டாளர் என்பது ஒரு சீரற்ற மாறியாகும், ஏனெனில் இது எப்போதும் மாதிரி மதிப்புகளின் செயல்பாடாக இருக்கும். எடுத்துக்காட்டாக, மாதிரி சராசரியின் மதிப்பு மாதிரியின்

## குறிப்பு

மதிப்புகளைப் பொறுத்தது மற்றும் மாதிரியிலிருந்து மாதிரிக்கு மாறுபடலாம். மதிப்பிடப்படும் மக்கள்தொகை சராசரிக்கு சமமாக இருந்தால் மாதிரி சராசரியின் எதிர்பார்க்கப்படும் மதிப்பானது ஒரு நடுநிலை மதிப்பீட்டாளராகக் கருதப்படுகிறது.

- ஒரு கருதுகோள் என்பது ஒரு ஆராய்ச்சியாளர் அதன் தர்க்கரீதியான அல்லது அனுபவரீதியான விளைவுகளை சோதிக்க விரும்பும் தோராயமான அனுமானமாகும். கருதுகோள் என்பது ஒரு தற்காலிக யோசனையைக் குறிக்கிறது, அதன் தகுதிக்கு மதிப்பீடு தேவைப்படுகிறது, ஆனால் குறிப்பிட்ட அர்த்தம் இல்லை.
- ஒரு மாதிரியின் அடிப்படையில் ஒரு புள்ளியியல் கருதுகோளைச் சோதிப்பது, கருதுகோள் ஏற்கப்பட வேண்டுமா அல்லது நிராகரிக்கப்பட வேண்டுமா என்பதை தீர்மானிக்க உதவுகிறது. மாதிரி தரவு கருதுகோளை ஏற்க அல்லது நிராகரிக்க உதவுகிறது.

## 2.12 முக்கிய வார்த்தைகள்

- **விளக்கமான புள்ளிவிபரங்கள்:** விளக்கமான புள்ளிவிபரங்கள் தரவுகளை விவரிக்கிறது மற்றும் அத்தகைய தரவுகளின் பல்வேறு அம்சங்கள் மற்றும் பண்புகளை விவரிக்க, தரவு சேகரிப்பு, அமைப்பு, வழங்கல் மற்றும் பகுப்பாய்வு ஆகியவற்றில் பயன்படுத்தப்படும் முறைகள் மற்றும் நுட்பங்களைக் கொண்டுள்ளது.
- **Chi-சதுரம்:** Chi-சதுரம், குறியீடாக  $\chi^2$  என எழுதப்பட்டுள்ளது (Ki-சதுரமாக உச்சரிக்கப்படுகிறது) என்பது ஒரு புள்ளியியல் அளவீடாகும், இதன் உதவியுடன் அனுமானப் பிரபஞ்சத்திலிருந்து கவனிக்கப்பட்ட அதிர்வெண்களுக்கும் எதிர்பார்க்கப்படும் அதிர்வெண்களுக்கும் இடையிலான வேறுபாட்டின் முக்கியத்துவத்தை மதிப்பிட முடியும்.
- **அளவுரு மதிப்பீடு:** அளவுரு மதிப்பீடு என்பது புள்ளிவிபரங்களின் ஒரு பிரிவாகும், இது அளவுருக்கள் சோபா விநியோகத்தை மதிப்பிடுவதற்கு மாதிரித் தரவைப் பயன்படுத்த வழிவகுக்கிறது.
- **நிகழ்தகவு திட்டமிடல்:** சிறப்பு வரைவுத் தாளில் தரவு வரையப்பட்ட அளவுரு மதிப்புகளைக் கண்டறியும் முறை மற்றும் காட்சித் திட்டத்திலிருந்து அளவுருக்கள் பெறப்படுகின்றன.
- **செயல்திறன்:** ஒரு மதிப்பீட்டாளர் அதன் மதிப்பு மாதிரியிலிருந்து மாதிரிக்கு நிலையானதாக இருந்தால் அது திறமையானதாகக் கருதப்படுகிறது. ஒரே மக்கள்தொகையில் இருந்து தோராயமாக எடுக்கப்பட்ட மாதிரியிலிருந்து மாதிரிக்கு குறைந்தபட்ச மாறுபாட்டைக் கொண்டவர் சிறந்த மதிப்பீட்டாளராக இருப்பார்.
- **சோதனைத்திறன்:** கருதுகோள் சோதனைக்கு திறந்திருக்க வேண்டும், இதனால் மற்ற விலக்குகள் செய்யப்படலாம் மற்றும் அவதானிப்பின் மூலம் உறுதிப்படுத்தப்படலாம் அல்லது நிராகரிக்கப்படலாம். கருதுகோளை சோதனைக்குரியதாக மாற்றுவதற்கு ஆராய்ச்சியாளர் சில முன் ஆய்வுகளை மேற்கொள்ள வேண்டும்.

குறிப்பு

குறுகிய பதில் கேள்விகள்

1. விளக்க புள்ளிவிவரங்கள் என்ற சொல்லை வரையறுக்கவும்.
2. அனுமான புள்ளிவிவரங்களை விளக்குங்கள்.
3. சாதாரண விநியோகம் என்றால் என்ன?
4. சாதாரண விநியோகத்தின் பண்புகளைக் கொடுங்கள்.
5. Chi-சதுரம் என்றால் என்ன?
6.  $X^2$  மாதிரி சோதனை என்பதன் மூலம் உங்களுக்கு என்ன புரிகிறது?
7. பற்றி விரிவாக t -சோதனை.
8. சீரற்ற மாதிரியின் சோதனையைப் பெறவும்.
9. விளக்கவும் F- விநியோகம்.
10. சுதந்திரத்தின் அளவைப் புரிந்து கொள்ளுங்கள்.
11. அளவுரு மதிப்பீடு என்றால் என்ன?
12. அளவுரு மதிப்பீடுகளின் வகைகளை விளக்குங்கள்.
13. மதிப்பீட்டாளர்களின் பண்புகள் மூலம் நீங்கள் என்ன புரிந்துகொள்கிறீர்கள்?
14. நல்ல மதிப்பீட்டின் பண்புகளை விவரிக்கவும்.
15. கருதுகோள்களின் சோதனையை விளக்கவும்.
16. கருதுகோளின் பண்புகளை கொடுங்கள்.
17. பூஜ்ய மற்றும் மாற்று கருதுகோள்களை வேறுபடுத்துங்கள்.

நீண்ட பதில் கேள்விகள்

1. எடுத்துக்காட்டுகளின் உதவியுடன் விளக்கமான புள்ளிவிவரங்கள் மற்றும் புள்ளிவிவர விசாரணை பற்றி சுருக்கமாக விளக்கவும்.
2. அனுமான புள்ளிவிவரங்களை அதன் முக்கியத்துவத்துடன் விவரிக்கவும்.
3. சாதாரண விநியோகம் மற்றும் சாதாரண வளைவின் கீழ் பகுதியை எவ்வாறு அளவிடுவது என்பது பற்றி விரிவாக விளக்கவும், பல்வேறு வகையான எடுத்துக்காட்டுகளுடன் விளக்கவும்.
4. பொருத்தமான எடுத்துக்காட்டுகளுடன் Chi-சதுரத்தைப் பற்றி விரிவாக விவாதிக்கவும்.
5. அதன் அடிப்படையில் பல்வேறு சோதனைகளை வழங்கும் t-விநியோகத்தை பகுப்பாய்வு செய்யவும்.
6. எடுத்துக்காட்டுகளின் உதவியுடன் F-விநியோகத்தைப் பற்றி விரிவாக விவாதிக்கவும்.
7. அளவுருவின் மதிப்பீட்டை அதன் வகைகளுடன் விவரிக்கவும்.
8. அதன் வகைகளுடன் அளவுருக்களின் மதிப்பீட்டைப் பற்றி சுருக்கமாக விளக்கவும்.
9. உதாரணங்களின் உதவியுடன் கருதுகோள்களின் சோதனையை பகுப்பாய்வு செய்யுங்கள்.

---

## 2.14 மேலும் படிக்க

---

Johnston, J. and John DiNARDO. 1997. *Econometric Methods*, Fourth Edition. New Delhi: Tata McGraw-Hill.

Koutsoyiannis, A. I 1977. *Theory of Econometrics*, Second Edition. London: The Macmillan Press Ltd.

Ozdemir, Durmu, 2016. *Applied Statistics for Economics and Business*, Second Edition. Izmir (Turkey): Springer.

Maddala, G.S. 1992. *Introduction to Econometrics*, Second Edition. New York: Macmillan Publishing Company.

Pindyck, R. S and D. L. Rubinfeld. 1998. *Econometric Models and Economic Forecasts*, Fourth Edition. New York: McGraw Hill.

Goldberger, A. S. 1998. *Introductory Econometrics*. Cambridge: Harvard University Press.

Levirie, David M., Timothy C. Krehbiei, Mark L Berenson and P. K. Viswanathan. 2009. *Business Statist.*, Fifth Edition. New Delhi: Pearson Education.

Webster, Allen L. 1998. *Applied Statistics for Business and Economics*, Third Edition. New Delhi: Tata McGraw-Hill.

பொருளாதார அளவை  
முறைகள்

குறிப்பு

*Self-Instructional  
Material*

## பகுதி - II நேரியல் பின்னடைவு

குறிப்பு

### அலகு 3 எளிய நேரியல் பின்னடைவு

#### கட்டமைப்பு

- 3.0 முன்னுரை
- 3.1 நோக்கங்கள்
- 3.2 எளிய நேரியல் பின்னடைவு அறிமுகம்
- 3.3 சாதாரண குறைந்த சதுரங்களின் முறை மூலம் மாதிரியின் மதிப்பீடு
  - 3.3.1 OLS இன் புள்ளியியல் பண்புகள்
  - 3.3.2 OLS இன் எண்ணியல் பண்புகள்
- 3.4 பொருத்தத்தின் நன்மை
- 3.5 கருதுகோள்களுக்கான சோதனை
- 3.6 அளவிடுதல் மற்றும் அளவீட்டு அலகுகள்
- 3.7 உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சரிபார்க்கும் கேள்விகளின் பதில்கள்
- 3.8 சுருக்கத் தொகுப்பு
- 3.9 முக்கிய வார்த்தைகள்
- 3.10 சுய மதிப்பீட்டு கேள்விகள் மற்றும் பயிற்சிகள்
- 3.11 மேலும் படிக்க

#### 3.0 அறிமுகம்

புள்ளிவிவரங்களில், எளிய நேரியல் பின்னடைவு (SLR) என்பது ஒரு ஒற்றை விளக்க மாறியைக் கொண்ட ஒரு நேரியல் பின்னடைவு மாதிரி., அதாவது, இது ஒரு சுயாதீன மாறி மற்றும் ஒரு சார்பு மாறி (வழக்கமாக, கார்ட்டீசியன் ஒருங்கிணைப்பு அமைப்பில்  $x$  மற்றும்  $y$  ஒருங்கிணைப்புகள்) கொண்ட இரு பரிமாண மாதிரி புள்ளிகளைப் பற்றியது மற்றும் ஒரு நேர்கோட்டு செயல்பாட்டைக் (ஒரு செங்குத்து அல்லாத நேர்கோடு) கண்டறிகிறது. சார்பு மாறி மதிப்புகள் சார்பற்ற மாறியின் செயல்பாடாக கணிக்கின்றன. வினையெச்சம், விளைவு மாறி ஒரு முன்கணிப்பாளரை நோக்கியதாக உள்ளது.

புள்ளிவிவரங்களில், சாதாரண குறைந்த சதுரங்கள் (OLS) என்பது ஒரு நேரியல் பின்னடைவு மாதிரியில் தெரியாத அளவுருக்களை மதிப்பிடுவதற்கான ஒரு வகை நேரியல் குறைந்த சதுர முறை ஆகும். OLS ஆனது விளக்கமளிக்கும் மாறிகளின் தொகுப்பின் நேரியல் செயல்பாட்டின் அளவுருக்களை குறைந்தபட்ச சதுரங்களின் கொள்கையின் மூலம் தேர்வு செய்கிறது: கொடுக்கப்பட்ட தரவுத்தொகுப்பில் மற்றும்



கணிக்கப்பட்டுள்ளவற்றில் கவனிக்கப்பட்ட சார்பு மாறிக்கு (காணப்படும் மாறியின் மதிப்புகள்) இடையே உள்ள வேறுபாடுகளின் சதுரங்களின் கூட்டுத்தொகையைக் குறைத்தல். சுயாதீன மாறியின் நேரியல் செயல்பாட்டின் மூலம்.

ஒரு புள்ளியியல் மாதிரியின் பொருத்தத்தின் நன்மை, அது எவ்வளவு நன்றாக அவதானிப்புகளுக்கு பொருந்துகிறது என்பதை விவரிக்கிறது. பொருத்தத்தின் நன்மைக்கான அளவீடுகள் பொதுவாக கவனிக்கப்பட்ட மதிப்புகளுக்கும் கேள்விக்குரிய மாதிரியின் கீழ் எதிர்பார்க்கப்படும் மதிப்புகளுக்கும் இடையிலான வேறுபாட்டைச் சுருக்கமாகக் கூறுகின்றன.

புள்ளியியல் கருதுகோள் என்பது ஒரு கருதுகோள் ஆகும், இது சீரற்ற மாறிகளின் தொகுப்பால் எடுக்கப்பட்ட உணரப்பட்ட மதிப்புகள் மாதிரியாகக் காணப்பட்ட தரவுகளின் அடிப்படையில் சோதிக்கப்படுகிறது. சாத்தியமான கூட்டு விநியோகங்களின் சில தொகுப்பில் கூட்டு நிகழ்தகவு விநியோகம் கொண்ட சீரற்ற மாறிகளின் தொகுப்பின் உணரப்பட்ட மதிப்புகளாக தரவுகளின் தொகுப்பு வடிவமைக்கப்பட்டுள்ளது. சோதிக்கப்படும் கருதுகோள் சாத்தியமான நிகழ்தகவு விநியோகங்களின் தொகுப்பாகும். புள்ளியியல் கருதுகோள் சோதனை என்பது புள்ளிவிவர அனுமானத்தின் ஒரு முறையாகும்.

அளவீட்டு அளவு, புள்ளியியல் பகுப்பாய்வில், எண்களால் வழங்கப்படும் தகவல் வகை. நான்கு அளவுகளில் ஒவ்வொன்றும் (அதாவது பெயரளவு, ஆர்டினல், இடைவெளி மற்றும் விகிதம்) வெவ்வேறு வகையான தகவலை வழங்குகிறது. அளவீடு என்பது எண்களை அர்த்தமுள்ள விதத்தில் ஒதுக்குவதைக் குறிக்கிறது, மேலும் மக்கள், பொருள்கள் மற்றும் நிகழ்வுகளுக்கு ஒதுக்கப்பட்ட எண்களை விளக்குவதற்கு அளவீட்டு அளவீடுகளைப் புரிந்துகொள்வது முக்கியம்.

இந்த அலகில், எளிய நேரியல் பின்னடைவு அறிமுகம், சாதாரண குறைந்தபட்ச சதுரங்கள் மூலம் மாதிரியின் மதிப்பீடு, பொருத்தத்தின் நன்மை, கருதுகோளுக்கான சோதனை, அளவிடுதல் மற்றும் அளவீட்டு அலகுகள் பற்றி நீங்கள் படிப்பீர்கள்.

### 3.1 நோக்கங்கள்

இந்த அலகுக்குச் சென்ற பிறகு, உங்களால் முடியும்:

- எளிய நேரியல் பின்னடைவின் அடிப்படைக் கருத்தைப் புரிந்து கொள்ளுங்கள்
- சாதாரண குறைந்தபட்ச சதுரங்களின் முறையால் மாதிரியின் மதிப்பீட்டைப் புரிந்து கொள்ளுங்கள்
- பொருத்தத்தின் நன்மை பற்றி விளக்குங்கள்
- கருதுகோளுக்கான சோதனையை பகுப்பாய்வு செய்யுங்கள்
- அளவிடுதல் மற்றும் அளவீட்டு அலகுகள் பற்றி விவாதிக்கவும்

### 3.2 எளிமையான நேரியல் பின்னடைவுக்கான அறிமுகம்

'பின்னடைவு' என்ற சொல் முதன்முதலில் 1877 ஆம் ஆண்டில் சர் பிரான்சிஸ் கால்டன் என்பவரால் பயன்படுத்தப்பட்டது, அவர் உயரமான

## குறிப்பு

## குறிப்பு

பெற்றோருக்கு பிறக்கும் குழந்தைகளின் உயரம் மக்கள்தொகையின் சராசரி உயரத்தை நோக்கி பின்வாங்க அல்லது 'பின்வாங்க' செய்யும் என்று ஒரு ஆய்வை மேற்கொண்டார். ஒரு மாறியை மற்றொரு மாறியிலிருந்து கணிக்கும் செயல்முறையின் பெயராக அவர் பின்னடைவு என்ற வார்த்தையை நியமித்தார். பல மாறிகள் மற்றொன்றைக் கணிக்கப் பயன்படுத்தப்படும் செயல்முறையை விவரிக்க பல பின்னடைவு என்ற சொல் வந்தது. இவ்வாறு, மாறிகளுக்கு இடையே நன்கு நிறுவப்பட்ட உறவு இருக்கும்போது, மற்ற மாறி/களின் அடிப்படையில் ஒரு மாறியின் (தெரியாத அல்லது சார்ந்த மாறி) மதிப்பைப் பற்றிய மதிப்பீடுகள் மற்றும் முன்னறிவிப்புகளை உருவாக்க இந்த உறவைப் பயன்படுத்த முடியும். அறியப்பட்ட அல்லது சுயாதீன மாறி(கள்). எடுத்துக்காட்டாக, அலுமினியத்தின் இழுவிசை வலிமைக்கும் கடினத்தன்மைக்கும் உள்ள தொடர்பை ஒருவர் அறிந்தால், அலுமினியத்தின் இழுவிசை வலிமையை அதன் கடினத்தன்மையை மதிப்பிடலாம். இத்தகைய கணிப்புகள் அல்லது மதிப்பீடுகள் பல நிர்வாக முடிவுகளுக்கு அடிப்படையாக அமைகின்றன. எடுத்துக்காட்டாக, வங்கியின் வர்த்தகப் பகுதியில் தனிநபர் வருமானத்தின் அடிப்படையில் ஒரு வங்கியாளர் வைப்புத்தொகையைக் கணிக்க முடியும். சந்தைப்படுத்தல் மேலாளர் இருக்கலாம். விளம்பரச் செலவினங்களின் அளவில் ஏற்படும் மாற்றத்தின் மொத்த விற்பனை வருவாயில் எதிர்பார்க்கப்படும் விளைவுகளின் அடிப்படையில் அவரது விளம்பரச் செலவுகளைத் திட்டமிடுங்கள். இதேபோல், மருத்துவமனை கண்காணிப்பாளர் மொத்த மக்கள் தொகையின் அடிப்படையில் படுக்கைகளின் தேவையை கணிக்க முடியும். பின்னடைவு பகுப்பாய்வைப் பயன்படுத்தி இத்தகைய கணிப்புகள் செய்யப்படலாம். ஒரு புலனாய்வாளர், காரணம் மற்றும் விளைவு உறவைக் கொண்ட தனது கோட்பாட்டைச் சோதிக்க, பணியமர்த்தல் பகுப்பாய்வு செய்யலாம். பின்னடைவு பகுப்பாய்வு என்பது கணிப்புகளை உள்ளடக்கிய வணிகம் மற்றும் தொழில்துறையின் சிக்கல்களில் மிகவும் பயனுள்ள கருவியாகும் என்பதை இவை அனைத்தும் விளக்குகின்றன. எவ்வாறாயினும், பின்னடைவு மூலம் காணப்படும் உறவுகள் சங்கத்தின் உறவுகள் என்பதை நினைவில் கொள்ளலாம், ஆனால் காரணம் மற்றும் விளைவு அவசியமில்லை. அதுபோல, பிற்போக்குத்தனத்தால் ஒருவர் கண்டுபிடிக்கும் உறவுகளிலிருந்து காரணத்தை ஊகிக்கக் கூடாது. பின்னடைவு பகுப்பாய்வின் நுட்பம் இரண்டு (அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட) மாறிகளுக்கு இடையிலான புள்ளிவிவர உறவைத் தீர்மானிக்கவும், மற்றொன்றின் அடிப்படையில் ஒரு மாறியின் கணிப்பைச் செய்யவும் பயன்படுத்தப்படுகிறது.

### பின்னடைவு பகுப்பாய்வில் அனுமானங்கள்

கணிப்புகளைச் செய்வதற்கு பின்னடைவு நுட்பத்தைப் பயன்படுத்தும் போது அது எப்போதும் கருதப்படுகிறது:

- சார்பு மற்றும் சுயாதீன மாறிகளுக்கு இடையே ஒரு உண்மையான உறவு உள்ளது;
- சார்பு மாறிகளின் மதிப்புகள் சீரற்றவை ஆனால் சுயாதீன மாறிகளின் மதிப்புகள் பிழையின்றி நிலையான அளவுகள் மற்றும் பரிசோதனையாளரால் தேர்ந்தெடுக்கப்படுகின்றன;
- உறவின் திசையின் தெளிவான அறிகுறி உள்ளது. இதன் பொருள் சார்பு மாறி என்பது சார்பற்ற மாறியின் செயல்பாடாகும். (உதாரணமாக, விளம்பரம் விற்பனையில் தாக்கத்தை ஏற்படுத்துகிறது என்று கூறும்போது, விளம்பரத்தில் விற்பனையின் தாக்கம் உள்ளது என்று சொல்கிறோம்);

## குறிப்பு

- (iv) பின்னடைவு மாதிரியைப் பயன்படுத்தும்போது நிலைமைகள் (சார்பு மற்றும் சார்பற்ற மாறிக்கு இடையேயான உறவு பின்னடைவால் மதிப்பிடப்பட்டபோது இருந்தவை) ஒரே மாதிரியாக இருக்கும். வேறு வார்த்தைகளில் கூறுவதானால், பின்னடைவு சமன்பாடு கணக்கிடப்பட்டதிலிருந்து உறவு மாறவில்லை என்று அர்த்தம்;
- (v) பகுப்பாய்வு செல்லுபடியாகும் வரம்பிற்குள் உள்ள மதிப்புகளைக் கணிக்கப் பயன்படுகிறது (மற்றும் வரம்பிற்கு வெளியே உள்ள மதிப்புகளுக்கு அல்ல).

### எளிய நேரியல் பின்னடைவு மாதிரி

எளிய நேரியல் பின்னடைவு பகுப்பாய்வில், நேரியல் உறவின் அனுமானத்தின் மீது மற்றொரு மாறியைக் கணிக்க ஒற்றை மாறி பயன்படுத்தப்படுகிறது (அதாவது, வரையறுக்கப்பட்ட வகை உறவு  $Y = a + bX$ ) கொடுக்கப்பட்ட மாறிகளுக்கு இடையில். கணிக்கப்படும் மாறியானது சார்பு மாறி என்றும், கணிப்பு அடிப்படையாக இருக்கும் மாறியானது சார்பற்ற மாறி என்றும் அழைக்கப்படுகிறது.

எளிய நேரியல் பின்னடைவு மாதிரி (அல்லது பின்னடைவு வரி) பின்வருமாறு கூறப்பட்டுள்ளது:

$$Y_i = a + bX_i + e_i$$

எங்கே,  $Y_i$  சார்பு மாறி ஆகும்

$X_i$  சுயாதீன மாறி ஆகும்

$e_i$  கணிக்க முடியாத சீரற்ற உறுப்பு (பொதுவாக எஞ்சிய அல்லது பிழை சொல் என அழைக்கப்படுகிறது)

- (i)  $a$  பிரதிபலிக்கிறது  $Y$  -இன் டர்செப்ட் (இன்டெரெசெப்ட் என்பது சார்பு மாறியின் மதிப்பைக் குறிப்பிடுகிறது, சுதந்திர மாறி பூஜ்ஜியத்தின் மதிப்பைக் கொண்டிருக்கும் போது. ஆனால் சுயாதீன மாறிக்கான பூஜ்ஜிய மதிப்பு சாத்தியமாக இருந்தால் மட்டுமே இந்த வார்த்தைக்கு நடைமுறை அர்த்தம் உள்ளது).
- (ii) ' $b$ ' என்பது பின்னடைவுக் கோட்டின் சாய்வைக் குறிக்கும் நிலையானது (கோட்டின் சரிவு என்பது சார்பு மாறியின் மதிப்பில் ஏற்படும் மாற்றத்தின் அளவைக் குறிக்கிறது).

இரண்டு மாறிலிகள் என்றால் (அதாவது,  $a$  மற்றும்  $b$ ) அறியப்படுகிறது, எங்கள் கணிப்பின் துல்லியம்  $Y$  (ஆல் குறிக்கப்பட்டு, என வாசிக்கவும்  $Y$  மதிப்புகளின் அளவைப் பொறுத்தது  $e_i$  என்றால்  $e_i$  மாதிரியில் உள்ளவை மிகப் பெரிய மதிப்புகளைக் கொண்டிருக்கின்றன, பின்னர் எங்கள் மதிப்பீடுகள் நன்றாக இருக்காது ஆனால் அவற்றின் மதிப்புகள் ஒப்பீட்டளவில் சிறியதாக இருந்தால், கணிக்கப்பட்ட மதிப்புகள் உண்மையான மதிப்புகளுக்கு நெருக்கமாக இருக்கும் ( $Y_i$ )).

### 3.3 சாதாரண குறைந்த சதுரங்களின் முறை மூலம் மாதிரியின் மதிப்பீடு

பின்வரும் சமன்பாட்டைப் பார்ப்போம்:

$$Y = \alpha + \beta X + U$$

## குறிப்பு

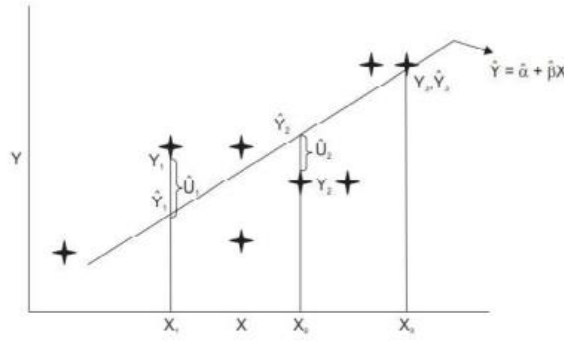
இங்கே:

$U$  = சீரற்ற பிழை சொல்

$\alpha, \beta$  = மதிப்பிடப்பட வேண்டிய அளவுருக்கள்

மேலே உள்ள சமன்பாடு ஒரு எளிய நேரியல் பின்னடைவு சமன்பாடு என்று அழைக்கப்படுகிறது. ஒரு சார்பு மாறி மற்றும் ஒரு சுயாதீன மாறி இருப்பதால் இது அவ்வாறு உள்ளது. பல பின்னடைவுகளில், குறைந்தது இரண்டு சுயாதீன மாறிகள் உள்ளன. சமன்பாடு சாதாரண குறைந்தபட்ச சதுரங்கள் (OLS) மதிப்பீட்டு முறையைப் பயன்படுத்தி மதிப்பிடப்படுகிறது. OLS மதிப்பீட்டின் முறையானது சதுரங்களின் பிழைத் தொகையைக் குறைக்கும் வகையில் பின்னடைவுக் கோடு வரையப்பட வேண்டும் என்று கூறுகிறது. குறைந்தபட்ச சதுரத்தின் முறை பின்வருமாறு விளக்கப்பட்டுள்ளது:

$X$  மற்றும்  $Y$  மாறியின் மீது புள்ளிகளின் சிதறலைத் திட்டமிட்டால், படம் 3.1 இல் காட்டப்பட்டுள்ளபடி சிதறல் இருக்கும்.



படம் 3.1 சாதாரண குறைந்த சதுரங்களின் முறை மதிப்பீடு

என்று வைத்துக்கொள்வோம்  $\hat{Y}$  மற்றும்  $\hat{U}$ . இன் OLS மதிப்பீடுகள்

$$(\hat{Y} = \hat{\alpha} + \hat{\beta}X)$$

மற்றும் முறையே. பின்னர், மதிப்பிடப்பட்ட பின்னடைவு வரி  $\hat{Y}$  படத்தில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளபடி இருக்கும். 3.1 இப்போது  $X_1$  உடன் தொடர்புடையது, கவனிக்கப்பட்ட  $Y_1$  உள்ளது மற்றும் மதிப்பிடப்பட்ட

மதிப்பு  $\hat{Y}_1$ . எனவே, பிழை வழங்கப்படுகிறது.  $\hat{U}_1 = Y_1 - \hat{Y}_1$  நேர்மறையானது.

போன்ற  $X_2$  உடன் தொடர்புடையது  $Y_2$  ஐ நாங்கள் கவனித்தோம் மற்றும் மதிப்பிடப்பட்டது  $\hat{Y}_2$  மற்றும் பிழை கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. மூலம்

$$\hat{U}_1 = Y_1 - \hat{Y}_1$$

எதிர்மறையானது. இப்போது, கொடுக்கப்பட்ட  $X_3$  இன் மதிப்புக்கு,  $Y_3$  இன் மதிப்புகள் மற்றும்  $\hat{Y}_3$  இந்த புள்ளிகள் மதிப்பிடப்பட்ட பின்னடைவுக் கோட்டில் இருப்பதால் சமமாக இருக்கும். எனவே, பிழை பூஜ்ஜியமாகும். இப்போது சதுரங்களின் பிழைத் தொகை பின்வருமாறு வழங்கப்படும்:

$$\sum_{i=1}^n \hat{U}_i^2 = \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2 = \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{\alpha} - \hat{\beta}X_i)^2$$

முன்பு குறிப்பிட்டபடி, OLS முறையானது சதுரத்தின் பிழைத் தொகையைக் குறைப்பதை நோக்கமாகக் கொண்டுள்ளது. எனவே, மேற்கூறிய வெளிப்பாட்டின் பகுதி வழித்தோன்றலைப் பொறுத்து  $\hat{\alpha}$  மற்றும்  $\hat{\beta}$  இதன்

விளைவாக வெளிப்பாட்டை பூஜ்ஜியமாக அமைத்தால், பின்வருவனவற்றைப் பெறுகிறோம்:

$$\sum Y = n\hat{\alpha} + \hat{\beta}\sum X \quad (3.3)$$

$$\sum XY = \hat{\alpha}\sum X + \hat{\beta}\sum X^2 \quad (3.4)$$

(வழித்தோன்றல்களைப் புறக்கணித்துள்ளோம், மேலும் குறைக்கப்படுவதற்கான இரண்டாவது வரிசை நிபந்தனைகள் திருப்திகரமாக இருப்பதாகக் கருதுகிறோம்.)

மேலே உள்ள இரண்டு சமன்பாடுகள் (3.3 மற்றும் 3.4) சாதாரண சமன்பாடுகள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன மற்றும் இயற்கணித கையாளுதல்களைப் பயன்படுத்தி • இன் OLS மதிப்பீடுகளைக் காட்டலாம் மற்றும் • இவ்வாறு வழங்கப்படுகின்றன:

$$\hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} \quad (3.5)$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^n X_i Y_i - n\bar{X}\bar{Y}}{\sum_{i=1}^n X_i^2 - n\bar{X}^2} \quad (3.6)$$

ஒருமுறை  $\hat{\beta}$  மதிப்பிடப்பட்டுள்ளது, இன் மதிப்பு என கணக்கிடலாம்,

$$\hat{\alpha} = \bar{Y} - \hat{\beta}\bar{X} \quad (3.7)$$

பின்னடைவு சமன்பாட்டை மதிப்பிட்ட பிறகு, பிழையின் மதிப்பீடு

(எஞ்சிய) சொல் என பெறப்படுகிறது  $\hat{U} = Y - \hat{Y}$  எங்கே  $\hat{U}$  மதிப்பிடப்பட்ட மதிப்புக்கு சமம் பிழையின்,  $Y$  என்பது சார்பு மாறியின் கவனிக்கப்பட்ட மதிப்பு மற்றும்  $\hat{Y}$  என்பது  $Y$  சார்பு மாறியின் மதிப்பிடப்பட்ட மதிப்பு. பிழைச் சொல்லின் மாறுபாட்டின் மதிப்பீடு பின்வருமாறு:

$$V(\hat{U}) = \hat{\sigma}_U^2 = \frac{\sum_{i=1}^n \hat{U}_i^2}{n - k} \quad (3.8)$$

அதன் வர்க்கமூலம் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள பின்னடைவு சமன்பாட்டின் மதிப்பீட்டின் நிலையான பிழையை அளிக்கிறது:  
மதிப்பீட்டின் நிலையான பிழை =

$$\hat{\sigma}_U = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \hat{U}_i^2}{n - k}} \quad (3.9)$$

மேலே உள்ள வெளிப்பாட்டில்,  $n$  மற்றும்  $k$  என்பது மாதிரி அளவு மற்றும் கொடுக்கப்பட்ட பின்னடைவில் மதிப்பிடப்பட வேண்டிய அளவுருக்களின் எண்ணிக்கையைக் குறிக்கிறது. மதிப்பீடுகளின் நிலையான பிழையானது புள்ளிகளின் சிதறல் பின்னடைவுக் கோட்டிற்கு எவ்வளவு நெருக்கமாக உள்ளது என்பதைக் குறிக்கிறது. இருப்பினும், இந்த அளவீடு

## குறிப்பு

குறைபாட்டால் பாதிக்கப்படுகிறது, இது அளவீட்டு அலகுகளைப் பொறுத்தது, எனவே, இரண்டு பின்னடைவு சமன்பாடுகளின் பொருத்தத்தை வெவ்வேறு நிலையான மதிப்பீடுகளின் பிழைகளுடன் ஒப்பிட முடியாது.

## குறிப்பு

**எடுத்துக்காட்டு 3.1:** 20 ஜோடி அவதானிப்புகளின் பின்வரும் தரவுகளிலிருந்து வழக்கமான பின்னடைவு முடிவுகளைப் பெறவும்  $x$  அன்று  $y$ .  
 $\sum x_i = 228$   $\sum y = 3121$   $\sum x_i y_i = 38977$   $\sum x_i^2 = 3204$   $\sum x_i y_i = 3347.60$   $\sum x_i^2 = 604.8$   
 $\sum y_i^2 = 19837$

நாம் இடையே ஒரு நேரியல் உறவைப் பொருத்த வேண்டும்  $y$  (சார்ந்தவர்)  $x$ (விளக்கமளிக்கும்)

$$\sum x_i = 228 \quad n = 20 \quad \bar{x} = 11.4$$

$$\sum y_i = 3121 \quad n = 20 \quad \bar{y} = 156.05$$

மதிப்பீடு  $a$  மற்றும்  $\cdot$

சமன்பாடு 3.5

$$\beta = \frac{\sum x_i y_i}{\sum x_i^2} = \frac{3347.6}{604.8} = 5.54$$

$$\hat{a} = \bar{y} - \beta \bar{x}$$

$$a = 156.05 - 5.54(11.4)$$

$$a = 156.05 - 63.156$$

$$a = 92.894$$

மதிப்பிடப்பட்ட பின்னடைவு கோடு உள்ளது

$$y = a + \beta x$$

$$y = 92.894 + 5.54x$$

(Equation 3.7)

மதிப்பீட்டின் நிலையான பிழை

$$\delta_u^2$$

SE of  $\hat{a}$

$$\text{Var } \hat{a} = \delta_u^2 \left( \frac{\sum x_i^2}{n \sum x_i} \right)$$

$$\delta_u^2 = \frac{\sum x_i^2}{n-2} = \frac{\sum y_i^2 - \beta^2 \sum x_i^2}{n-2} = \frac{19837 - (5.54)^2 (604.8)}{20-2} = 70.32$$

$$\text{Var } \hat{a} = \delta_u^2 \left( \frac{\sum x_i^2}{n \sum x_i} \right) = 70.82 \left( \frac{3204}{20(604.8)} \right) = 18.75$$

$$\text{SE} = \sqrt{\text{Var } \hat{a}} = \sqrt{18.75} = 4.33$$

$$\text{Var } \beta = \frac{\delta_u^2}{\sum x_i^2} = \frac{70.82}{604.8} = .117$$

$$\text{SE} = \sqrt{\text{Var } \beta} = \sqrt{.117} = 0.34$$

**எடுத்துக்காட்டு 3.2:** பின்வரும் அட்டவணை மொத்த தேசிய உற்பத்தியைக் கொடுக்கவும் ( $x$ ) மற்றும் தேவை

உணவு (ஓய்) உணவு செயல்பாடு மற்றும் நிலையான பிழை பின்னடைவை மதிப்பிடவும்  $y = a + \beta_x + u$

பொருளாதார அளவை முறைகள்

குறிப்பு

$n$	$y_i$	$x_i$	$x_i^2$	$x_i y_i$	$y_i$	$x_i$	$(y - \bar{y})(x_i - \bar{x})$	$(x_i^2)$	$\hat{y}_i$	$e_i$	$e_i^2$
					$y_i - \bar{y}$	$x_i - \bar{x}$	$x_i y_i$	$(x_i - \bar{x})^2$	$a + \beta x_i$	$y_i - \hat{y}_i$	
1	6	50	2500	300	-2.8	-9.6	26.88	92.16	6.84	-0.85	.72
2	7	52	2704	364	-1.8	-7.6	13.68	57.76	7.25	-0.25	.06
3	8	55	3025	440	-0.8	-4.6	3.68	21.16	7.86	0.13	.02
4	10	59	3481	590	1.2	-0.6	-0.72	0.36	8.67	1.32	1.74
5	8	57	3249	456	-0.8	-2.6	2.08	6.76	8.27	-0.27	0.07
6	9	58	3364	522	0.2	-1.6	-0.32	2.56	8.47	0.53	0.28
7	10	62	3844	620	1.2	2.4	2.88	5.76	9.28	0.71	0.50
8	9	65	4225	585	0.2	5.4	1.08	29.16	9.87	0.90	0.81
9	11	68	4624	748	2.2	8.4	18.48	70.56	10.51	0.49	0.24
10	10	70	4900	700	1.2	10.4	12.48	108.16	10.91	-0.91	.83
$n = 10$	88	596	35916	5325			80.22	394.4			5.27
$\bar{y} = \frac{88}{10} = 8.8$ $\bar{x} = \frac{596}{10} = 59.6$											

$$\sum x_i = 596 \quad \sum y_i = 88 \quad \sum x_i y_i = 5325 \quad \sum x_i^2 = 35916 \quad \sum x_i y_i = 80.22 \quad \sum x_i^2 = 394.4$$

எனவே

$$\beta = \frac{\sum x_i y_i}{\sum x_i^2} = \frac{80.22}{394.4} = .2033$$

$$\hat{a} = \bar{y} - \beta \bar{x} = 8.8 - (.2033)(59.6)$$

$$\hat{a} = 8.8 - 12.12$$

$$\hat{a} = -3.316 \text{ or } -3.32$$

$$\hat{y}_i = a + \beta + u$$

$$= -3.32 + .2033 x_i$$

$$\delta_u^2 \frac{Ec_i^2}{n-2} = \frac{5.27}{10-2} = \frac{5.27}{8} = .6587$$

$$\text{Var}(\hat{a}) = \delta_u \left( \frac{\sum x_i^2}{n \sum x_i^2} \right) .6587 \left( \frac{35916}{10(3094.4)} \right)$$

$$.6587 \left( \frac{35916}{3944} \right) = .6587(9.106)$$

$$= 5.999$$

$$\text{SE} = \sqrt{\text{Var} \hat{a}} = \sqrt{5.999} = 2.449 \text{ or } 2.45$$

$$\text{Var} \beta \frac{\delta_u^2}{\sum x_i^2} = \frac{.6587}{394.4} = .00167$$

$$\text{SE} \sqrt{\text{Var} \beta} = \sqrt{.00167} = 0.41$$

$$\sum y_i = \sum y_i^2 - n \bar{y}^2$$

Self-Instructional Material

## குறிப்பு

$$R^2 = \frac{\beta^2 (\sum x_i^2)}{\sum y_i^2} = \frac{.2033^2 (394.4)}{21.60} = .756$$

$$R = \sqrt{R^2}$$

### OLS இன் நன்மைகள்

ஆர்டினரி லீஸ்ட் ஸ்கொயர்ஸ் (OLS) பின்னடைவு என்பது ஒன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட சுயாதீன மாறிகள் மற்றும் சார்பு மாறிகளுக்கு இடையிலான உறவை மதிப்பிடும் ஒரு புள்ளிவிவர பகுப்பாய்வு முறை என்பதை முந்தைய பகுதியில் அறிந்தோம். ஒரு நேர் கோட்டாக கட்டமைக்கப்பட்ட சார்பு மாறியின் கவனிக்கப்பட்ட மற்றும் கணிக்கப்பட்ட மதிப்புகளுக்கு இடையிலான வேறுபாட்டின் சதுரங்களின் கூட்டுத்தொகையைக் குறைப்பதன் மூலம் இந்த முறை உறவை மதிப்பிடுகிறது. அதன் நன்மைகளைப் பற்றிப் பார்ப்போம்.

- பின்னடைவு மாதிரிக்கு தீர்வுகள் நன்றாக வேலை செய்கின்றன.
- சாதாரண குறைந்தபட்ச சதுர மதிப்பீட்டாளரைக் கணக்கிடுவது விரைவானது.
- அனுமானங்கள் பூர்த்தி செய்யப்பட்டால், அது மற்ற பின்னடைவு முறைகளை விட அதிக சக்தி வாய்ந்ததாக இருக்கும்.
- இது பெரும்பாலான பொருளாதார நிபுணர்களுக்கு நன்கு தெரிந்ததே.
- அதிகபட்ச சாத்தியக்கூறு மதிப்பீட்டாளருடன் ஒப்பிடுகையில் அளவுரு வடிவம் ஒப்பீட்டளவில் எளிதாக விளக்குகிறது.
- OLS மதிப்பீட்டாளர்  $Y_i$  இன் உண்மையான மதிப்புகள் மற்றும் மதிப்பிடப்பட்ட வரியின் அடிப்படையில் கணிப்பு ('கணிக்கப்பட்ட மதிப்பு') ஆகியவற்றுக்கு இடையேயான சராசரி வர்க்க வேறுபாட்டைக் குறைக்கிறது.

#### 3.3.1 OLS இன் புள்ளியியல் பண்புகள்

OLS இன் புள்ளிவிவர பண்புகளைப் பார்ப்போம்.

##### பண்பு 1: நேரியல்

லீனியர் சொத்து என்பது மதிப்பிடப்படும் அசல் சமன்பாட்டைக் காட்டிலும் மதிப்பீட்டாளருடன் அதிக அக்கறை கொண்டுள்ளது. பின்னடைவு பகுப்பாய்வு கவனம், நேரியல் பின்னடைவு 'அளவுருவில் நேரியல்' இருக்க வேண்டும் என்று கருதப்படுகிறது. இருப்பினும், தி நேரியல் OLS மதிப்பீட்டாளரின் சொத்து என்பது OLS மதிப்பீட்டாளர்களின் வகுப்பைச் சேர்ந்தது, அவை  $Y$  இல் நேரியல், சார்பு மாறி. OLS மதிப்பீட்டாளர்கள் சார்பு மாறியைப் பொறுத்தமட்டில் மட்டுமே நேர்கோட்டில் இருக்கும் மற்றும் சுயாதீன மாறிகளைப் பொறுத்தவரை அவசியமில்லை என்பதை நினைவில் கொள்ளவும்.

##### பண்பு 2: சார்பற்ற தன்மை

ஒரு பின்னடைவு சமன்பாட்டில், ஒரு பிழைச் சொல் மதிப்பிடப்பட்ட பின்னடைவு சமன்பாட்டுடன் தொடர்புடையது. இது சார்பு மாறியையும் சீரற்றதாக ஆக்குகிறது. ஒரு மதிப்பீட்டாளர் சார்பு மாறியைப் பயன்படுத்தினால், அந்த மதிப்பீட்டாளரும் ஒரு சீரற்ற எண்ணாக இருக்கும். எனவே, சார்பற்ற தன்மை என்றால் என்ன என்பதை விவரிக்கும் முன், சார்பற்ற சொத்து என்பது மதிப்பீட்டாளரின் சொத்து மற்றும் எந்த மாதிரியின் சொத்து அல்ல என்பதைக் குறிப்பிடுவது முக்கியம்.



## குறிப்பு

எந்த மதிப்பீட்டாளரின் மிகவும் விரும்பத்தக்க பண்புகளில் ஒன்று சார்பற்ற தன்மை. மதிப்பீட்டாளர் சரியான அளவுரு/மக்கள் தொகை மதிப்புகளின் நடுநிலை மதிப்பீட்டாளராக இருக்க வேண்டும்.

ஒரு எளிய உதாரணத்தைக் கவனியுங்கள்: மக்கள்தொகை அளவு 1000 என்று வைத்துக்கொள்வோம், மக்கள்தொகை அளவுருக்களை மதிப்பிடுவதற்கு இந்த மக்கள்தொகையிலிருந்து 50 மாதிரி எடுக்கப்பட்டது. ஒவ்வொரு முறையும் ஒரு மாதிரி எடுக்கப்படும் போது, அது வெவ்வேறு 50 அவதானிப்புகளைக் கொண்டிருக்கும், எனவே, இது  $\beta$  இன் வெவ்வேறு மதிப்புகளை மதிப்பிடுகிறது.  $\beta_0$  மற்றும்  $\beta_1$ .

OLS முறையின் சார்பற்ற தன்மை கூறுகிறது, 50 மாதிரியை மீண்டும் மீண்டும் எடுக்கும்போது, மீண்டும் மீண்டும் சில முயற்சிகளுக்குப் பிறகு, அனைத்து  $\beta$  இன் சராசரி  $\beta_0$  மற்றும்  $\beta_1$  மாதிரிகளிலிருந்து  $\beta$  இன் உண்மையான (அல்லது மக்கள்தொகை) மதிப்புகளுக்கு சமமாக இருக்கும்  $\beta_0$  மற்றும்  $\beta_1$ .

கணித ரீதியாக,

$$E(b_0) = \beta_0$$

$$E(b_1) = \beta_1$$

இங்கே, 'E' என்பது எதிர்பார்ப்பு ஆபரேட்டர்.

எகனோமெட்ரிக்ஸில் OLS இன் சார்பற்ற தன்மை என்பது எந்தவொரு மதிப்பீட்டாளராலும் திருப்திப்படுத்தப்பட வேண்டிய அடிப்படை குறைந்தபட்சத் தேவையாகும். இருப்பினும், நிஜ வாழ்க்கைப் பயன்பாடுகளில் பெரும்பாலான நேரங்களில் இது போதுமானதாக இல்லை, ஏனெனில் இதே மாதிரியான மாதிரிகள் மீண்டும் மீண்டும் கிடைக்காது.

### பண்பு 3: சிறந்த குறைந்தபட்ச மாறுபாடு

எந்த மதிப்பீட்டாளரின் திறமையான சொத்து மதிப்பீட்டாளர் என்று கூறுகிறது குறைந்தபட்ச மாறுபாடு பாரபட்சமற்றது மதிப்பீட்டாளர். எனவே, அனைத்து பக்கச்சார்பற்ற மதிப்பீட்டாளர்களும் அறியப்படாத மக்கள்தொகை அளவுருவில் எடுக்கப்பட்டால், மதிப்பீட்டாளர் குறைந்தபட்ச மாறுபாட்டைக் கொண்டிருப்பார். குறைவான மாறுபாட்டைக் கொண்ட மதிப்பீட்டாளர் சராசரிக்கு நெருக்கமான தனிப்பட்ட தரவுப் புள்ளிகளைக் கொண்டிருக்கும். இதன் விளைவாக, அதிக மாறுபாடுகளைக் கொண்ட மற்ற மதிப்பீட்டாளர்களைக் காட்டிலும் சிறந்த மற்றும் துல்லியமான முடிவுகளை வழங்குவதற்கான வாய்ப்புகள் அதிகம். சுருக்கமாக:

1. மதிப்பீட்டாளர் பக்கச்சார்பற்றவராக இருந்தாலும், குறைந்தபட்ச மாறுபாடு இல்லாமல் இருந்தால் - அது சிறந்ததல்ல!
2. மதிப்பீட்டாளர் குறைந்தபட்ச மாறுபாட்டைக் கொண்டிருந்தாலும், ஒரு சார்புடையவராக இருந்தால் - அது மீண்டும் சிறந்ததல்ல!
3. மதிப்பீட்டாளர் பக்கச்சார்பற்றவராகவும், குறைந்த மாறுபாடு கொண்டவராகவும் இருந்தால் - அது சிறந்த மதிப்பீட்டாளர். இப்போது, OLS பற்றி பேசுகையில், OLS மதிப்பீட்டாளர்கள் உள்ளனர் குறைந்தபட்ச மாறுபாடு அனைத்து வர்க்கத்தின் மத்தியில் நேரியல் சார்பற்ற மதிப்பீட்டாளர்கள். எனவே, OLS பின்னடைவின் இந்த சொத்து செயல்திறன் சொத்தை விட குறைவான கண்டிப்பானது. செயல்திறன் பண்பு அனைத்து பக்கச்சார்பற்ற மதிப்பீட்டாளர்களிடையே குறைந்த மாறுபாட்டைக் கூறுகிறது, மேலும் OLS மதிப்பீட்டாளர்கள் அனைத்து நேரியல் மற்றும் பக்கச்சார்பற்ற மதிப்பீட்டாளர்களிடையே குறைந்த மாறுபாட்டைக் கொண்டுள்ளனர்.

## குறிப்பு

### பண்பு 4: அறிகுறியற்ற சார்பற்ற தன்மை

OLS இன் இந்த பண்பு, மாதிரி அளவு அதிகரிக்கும் போது, OLS மதிப்பீட்டாளர்களின் சார்புத்தன்மை மறைந்துவிடும் என்று கூறுகிறது.

### பண்பு 5: நிலைத்தன்மை

மாதிரி அளவு அதிகரிக்கும் போது அதன் மதிப்பு உண்மையான, உண்மையான அளவுரு (மக்கள் தொகை) மதிப்பை நெருங்கினால், மதிப்பீட்டாளர் சீரானதாகக் கூறப்படுகிறது. ஒரு மதிப்பீட்டாளர் இரண்டு நிபந்தனைகளை பூர்த்தி செய்தால் அது சீரானது:

- இது அறிகுறியற்ற பக்கச்சார்பற்றது
- மாதிரி அளவு அதிகரிக்கும் போது அதன் மாறுபாடு 0 ஆக மாறுகிறது. இவை இரண்டும் OLS மதிப்பீட்டாளர்களுக்கு உண்மையாக இருக்கின்றன, எனவே, அவை நிலையான மதிப்பீட்டாளர்களாகும். மதிப்பீட்டாளர் பயனுள்ளதாக இருக்க, நிலைத்தன்மை என்பது குறைந்தபட்ச அடிப்படைத் தேவை. ஒருவேளை மதிப்பீட்டாளர்கள் இருப்பதால், அறிகுறியற்ற செயல்திறனும் கருதப்படுகிறது. அறிகுறியற்ற செயல்திறன் என்பது OLS மதிப்பீட்டாளர்களை சிறந்த மதிப்பீட்டாளர்களாக மாற்றும் போதுமான நிபந்தனையாகும்.

### 3.3.2 OLS இன் எண்ணியல் பண்புகள்

இப்போது புள்ளியியல் பண்புகளைப் பார்த்தோம், OLS இன் எண் பண்புகளைப் படிப்போம்.

- OLS மதிப்பீட்டாளர்கள் அவதானிக்கக்கூடிய (ஈசாம்பிள்கள்) அளவுகளின் அடிப்படையில் மட்டுமே வெளிப்படுத்தப்படுகின்றன, எனவே அவற்றை எளிதாகக் கணக்கிட முடியும்.
- OLS மதிப்பீட்டாளர்கள் புள்ளி மதிப்பீட்டாளர்கள், அதாவது ஒரு மாதிரியில் ஒவ்வொரு மதிப்பீட்டாளரும் தொடர்புடைய மக்கள் தொகை அளவுருவிற்கு ஒரு மதிப்பை மட்டுமே வழங்கும்.
- மாதிரித் தரவிலிருந்து OLS மதிப்பீட்டாளரைப் பெற்றவுடன், மாதிரி பின்னடைவு வரிகளை எளிதாகப் பெறலாம். பின்னடைவு வரி பின்வரும் எண் பண்புகளைக் கொண்டிருக்கும்:
  - பின்னடைவு கோடு  $Y$  மற்றும்  $X$  இன் மாதிரி சராசரி வழியாக செல்கிறது
  - மதிப்பிடப்பட்ட  $Y = y$  இன் சராசரி மதிப்பு உண்மையான  $Y$  இன் சராசரி மதிப்புக்கு சமம்
  - எச்சங்களின் சராசரி மதிப்பு  $U_i$  பூஜ்யம் ஆகும்
  - எச்சங்கள்  $U_i$  கணிக்கப்பட்ட  $Y_i$  உடன் தொடர்பில்லாதவை.
  - எச்சங்கள்  $U_i$   $X_i$  உடன் தொடர்பற்றது, அதாவது  $\sum U_i X_i = 0$

#### உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சரிபார்க்கவும்

- பின்னடைவு என்றால் என்ன?
- எளிய நேரியல் பின்னடைவை விரிவாகக் கூறுங்கள்.
- சார்பு மற்றும் சுயாதீன மாறி என்றால் என்ன, ஏன் அவ்வாறு அழைக்கப்படுகிறது?
- OLS வழக்கில் நேரியல் சொத்து பற்றி விளக்கவும்.

### 3.4 பொருத்தத்தின் நன்மை

அனுசரிக்கப்படும் அதிர்வெண்களுக்கும் அதனுடன் தொடர்புடைய எதிர்பார்க்கப்படும் அதிர்வெண்களுக்கும் இடையில் பொருத்தம் எவ்வளவு நன்றாக இருக்கிறது என்பதைத் தீர்மானிக்க நல்ல பொருத்தத்தின் சோதனைகள் நமக்கு உதவுகின்றன. அதேசமயம் முந்தையவை அளவின் மாதிரியைக் கவனிப்பதன் அடிப்படையில் எடுக்கப்பட்ட முடிவுகள்  $n$ , பிந்தையது மாதிரி எடுக்கப்பட்ட அனுமான மக்கள்தொகையிலிருந்து பெறப்பட்டது.

கொடுக்கப்பட்ட மக்கள்தொகையானது ஒரு குறிப்பிட்ட நிகழ்தகவுப் பரவலுக்குக் கீழ்ப்படிவதை எப்போதும் நியாயமாக எதிர்பார்க்கலாம் என்பது பாராட்டத்தக்கது. ஒரு குறிப்பிட்ட கோட்பாட்டு நிகழ்தகவு விநியோகம் மூலம் போதுமான அளவு விளக்கப்பட முடியுமா என்பதை மாதிரித் தகவலின் அடிப்படையில் சரிபார்ப்பதில் நாங்கள் ஆர்வமாக இருக்கலாம்.

எடுத்துக்காட்டாக, உருவாக்கப்பட்ட சோதனைகளில் பெரும்பாலானவை மக்கள்தொகை சாதாரணமாக இருக்கும் என்ற அனுமானத்தை அடிப்படையாகக் கொண்டவை. இந்த அனுமானத்தில் சந்தேகம் இருந்தால், கொடுக்கப்பட்ட மக்கள்தொகை உண்மையில் சாதாரண நிகழ்தகவு மாதிரியால் விவரிக்கப்பட்டுள்ளதா என்பதை சரிபார்க்க பொருத்தமான சோதனை செயல்முறை தேவைப்படுகிறது. அத்தகைய சரிபார்ப்புக்கு பயன்படுத்தப்படும் சோதனை முறையானது பொருத்தத்தின் நன்மைக்கான சோதனை என்று அழைக்கப்படுகிறது. எனவே, ஒரு குறிப்பிட்ட கோட்பாட்டு நிகழ்தகவு பரவலை மக்கள்தொகை கொண்டிருக்கிறதா என்பதைத் தீர்மானிப்பதே இந்த சோதனையின் அடிப்படை செயல்பாடு ஆகும்.

பொருத்தத்தின் நன்மைக்கான சோதனையை அமைப்பதற்கு பின்வரும் இரண்டு படிகளை எடுக்க வேண்டும்:

- முதலாவதாக, கொடுக்கப்பட்ட மக்கள்தொகை ஒரு குறிப்பிட்ட நிகழ்தகவு விநியோகத்திற்கு (சீருடை, பைனோமியல், பாய்சன் அல்லது இயல்பானது போன்றவை) கீழ்ப்படிகிறது என்று பூஜ்ய கருதுகோளை உருவாக்குவது சோதனைக்கு தேவைப்படுகிறது. அளவின் சீரற்ற மாதிரி  $n$  பின்னர் மக்கள்தொகையில் இருந்து தேர்ந்தெடுக்கப்பட்டது மற்றும் பல்வேறு வகுப்புகளில் விழும் கவனிக்கப்பட்ட அதிர்வெண்கள் பதிவு செய்யப்படுகின்றன. இதன் விளைவாக விநியோகம் அறியப்படுகிறது அனுபவ அதிர்வெண் விநியோகம் மாதிரிக்கு.
- இரண்டாவது இடத்தில், பூஜ்ய கருதுகோளின் அடிப்படையிலான தத்துவார்த்த விநியோகம் அடையாளம் காணப்பட்டது மற்றும் பல்வேறு வகுப்புகளுக்கான நிகழ்தகவு மதிப்புகள் கண்டறியப்பட்டது. இந்த நிகழ்தகவுகள், மாதிரி அளவால் பெருக்கப்படும்போது, தொடர்புடைய எதிர்பார்க்கப்படும் வகுப்பு அதிர்வெண்களை அளிக்கிறது. கோட்பாட்டு அதிர்வெண் விநியோகம் மாதிரிக்கு.

முடிவில், பொருத்தத்தின் நன்மைக்கான சோதனையானது அனுபவ அதிர்வெண் விநியோகத்தை கோட்பாட்டு அதிர்வெண் விநியோகத்துடன் கணக்கிடுவதன் மூலம் ஒப்பிடுகிறது.  $X^2$  மதிப்பு, ஏற்றுக்கொள்ள அல்லது

### குறிப்பு

## குறிப்பு

நிராகரிப்பதற்கான முடிவு H0 விவாதிக்கப்பட்ட முடிவு விதியைப் பயன்படுத்துவதன் மூலம் எடுக்கப்படுகிறது

முந்தைய பகுதியில் இங்கே காட்டப்பட்டுள்ள அதே வழியில். பிளோமியல், பாய்சன் மற்றும் நார்மல் போன்ற பல்வேறு மக்கள்தொகைப் பரவல்களுக்குப் பொருத்தம் பற்றிய சோதனைகள் எவ்வாறு பயன்படுத்தப்படுகின்றன என்பதைப் பார்ப்போம். கொடுக்கப்பட்ட மக்கள்தொகை ஒரு குறிப்பிட்ட விநியோகத்தைப் பின்பற்றுகிறதா என்பதை அதிலிருந்து எடுக்கப்பட்ட மாதிரியின் அடிப்படையில் சரிபார்க்க இந்தச் சோதனைகள் நமக்கு உதவுகின்றன என்பதை நாம் தொடரும்போது கண்டறியப்படும்.

**பைனோமியல் விநியோகத்தின் பொருத்தத்தின் நன்மையை சோதித்தல்**

5 காசுகளை 100 முறை தூக்கி எறியலாம். ஒவ்வொரு சோதனையிலும் வரும் தலைகளின் எண்ணிக்கை குறிப்பிடப்பட்டுள்ளது. அட்டவணைப்படுத்தப்படும் போது, கவனிக்கப்பட்ட முடிவுகள் அட்டவணை 3.1 இன் நெடுவரிசை (2) இல் விநியோகிக்கப்படுகின்றன, அவை கவனிக்கப்பட்ட அதிர்வெண்களாகும்.  $O_i$  கள். இது பைனோமியல் பரிசோதனையின் விஷயம் என்பதால், தலைகளின் எண்ணிக்கையின் பரவல் உள்ளதா என்பதை அறிய இது நமக்கு ஆர்வமாக உள்ளது  $n = 100$  சோதனைகள் ஈருறுப்புப் பரவலைப் பின்பற்றுகின்றன. எனவே, பூஜ்ய கருதுகோள் H0 மாதிரி விநியோகம் கருதுகோள் (இருபக்க) விநியோகத்துடன் ஒத்துப்போகிறது.

**அட்டவணை 3.1** பைனோமியல் விதியைப் பயன்படுத்தி எதிர்பார்க்கப்படும் அதிர்வெண்களின் கணக்கீடு

No. of Heads	$O_i$		$b(X; 5, 1/2)$	$e_i = 100 b(X; 5, 1/2)$	$(O_i - e_i)^2/e_i$
(1)	(2)		(3)	(4)	(5)
0	2		0.0312	3.12	
		8			18.74
1	6		0.1562	15.62	
2	25		0.3125	31.25	1.25
3	40		0.3125	31.25	1.922
4	20		0.1562	15.62	
		27			18.74
5	7		0.0312	3.12	
$\chi^2 = 12.97$					

எதிர்பார்க்கப்படும் அதிர்வெண்களைத் தீர்மானிக்க, மாதிரித் தரவில் ஒரு பைனோமியல் விநியோகம் பொருத்தப்பட்டுள்ளது. ஐந்து நாணயங்களும் நியாயமானவை என்று அனுமானம், நிகழ்தகவு p இன் ஒரு நாணயத்தின்

டாஸில் தலை பெறுவது  $p = 1/2$ . எனவே, பயன்படுத்தப்பட வேண்டிய இருவகைப் பரவல் ஆகும்

$$b\left(X; 5, \frac{1}{2}\right) = \frac{5!}{X!(5-X)!} \left(\frac{1}{2}\right)^X \left(\frac{1}{2}\right)^{5-X}$$

இதில் X தலைகளின் எண்ணிக்கையைக் குறிக்கும் பைனோமியல் ரேண்டம் மாறி. வெவ்வேறு மதிப்புகள் தீர்க்கப்படும் போது X 0 முதல் 5 வரை, ஒவ்வொரு மதிப்புக்கும் பைனோமியல் நிகழ்தகவுகளைப் பெறுகிறோம் X நெடுவரிசை (3) இல் உள்ளபடி. இந்த நிகழ்தகவுகளை பெருக்கும்போது  $n = 100$  எதிர்பார்க்கப்படும் அதிர்வெண்களைக் கொடுக்கும் e நெடுவரிசை (4) இல் பதிவு செய்யப்பட்டுள்ளது. X 2 மதிப்பு உள்ளது

பின்னர் முடிவெடுப்பதற்காக நெடுவரிசை (5) இல் உள்ளதைப் போல கணக்கிடப்பட்டது  $H_0 \text{ at } \pm = 0.051$  முக்கியத்துவம் நிலை. மறுதொகுப்பதில் இரண்டு வகுப்புகள் இழக்கப்படுகின்றன என்பதை கவனத்தில் கொள்ளலாம்  $e_i$  முதல் மற்றும் கடைசி வகுப்பிற்கு 5 க்கும் குறைவானது. இருந்து  $k = (6 - 2) = 4$ ,  $df = v = k - 1 = 4 - 1 = 3$ ,  $\alpha = 0.05$  மற்றும்  $v = 3$ ,  $\chi^2_{0.05} = 7.81$ . கணக்கிடப்பட்டது  $X^2$  மதிப்பு  $\chi^2 = 12.97$  அதிகமாக உள்ளது  $H_0$  முக்கியத்துவம் 0.05 அளவில் நிராகரிக்கப்பட்டது. இதன் பொருள் மாதிரி விநியோகம் இருபக்கப் பகிர்வுடன் உடன்படவில்லை.

### ஒரு பாய்சன் விநியோகத்தின் பொருத்தத்தின் நன்மையை சோதித்தல்

எடுத்துக்காட்டாக, விகாஸ் பப்ளிஷிங் ஹவுஸ் என்ற வெளியீட்டு நிறுவனத்தை எடுத்துக் கொள்ளுங்கள், அவர்கள் 500 பக்க புத்தகத்தை அச்சிடுவதற்குப் பெற்றுள்ளனர். இறுதி அச்சிடுவதற்கு முன், வரைவு கையெழுத்துப் பிரதி ஆதார வாசிப்புக்கு அனுப்பப்படும். ப்ரூஃப் ரீடர் மாறுபட்ட எண்ணிக்கையிலான தவறான அச்சிடல்களைக் கண்டறிகிறார் X ஒரு பக்கத்திற்கு. அட்டவணைப்படுத்தப்படும் போது, இவை Cols இல் விநியோகிக்கப்படுகின்றன. (1) மற்றும் (2), முறையே, அட்டவணை 3.2.

பிரச்சனையானது பாய்சன் பரிசோதனையை உள்ளடக்கியதால், ஒரு பக்கத்திற்கு எத்தனை தவறுகள் பாய்சன் விநியோகத்தைப் பின்பற்றுகின்றன என்பதை அறிவதில் எங்கள் ஆர்வம் இருக்கலாம். முன்பு போலவே, பூஜ்ய கருதுகோள்  $H_0$  மாதிரி விநியோகம் அனுமானிக்கப்பட்ட பாய்ஸனுடன் ஒத்துப்போகிறது

**அட்டவணை 3.2** பாய்சன் விநியோகத்தைப் பயன்படுத்தி எதிர்பார்க்கப்படும் அதிர்வெண்ணைக் கணக்கிடுதல்

### குறிப்பு

## குறிப்பு

Misprints per Page, $X$	$O_i$	$X_i O_i$	$P(X; 0.9)$	$e_i = (500) P(X; 0.9)$	$(O_i - e_i)^2 / e_i$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
0	221	0	0.406	203	1.60
1	167	167	0.366	183	1.40
2	70	140	0.164	82	1.76
3	30	90	0.050	25	1.00
4	7	28	0.011	5	
	12				7
5	5	25	0.003	2	
		450			$\chi^2 = 9.33$

சோதனை  $H_0$  தொடர்புடையதைப் பெறுவதன் மூலம் மாதிரித் தரவுகளுக்கு ஒரு பாய்சன் விநியோகத்தைப் பொருத்த வேண்டும்  $e_i$  கள். வெவ்வேறு மதிப்புகளுக்கான நிகழ்தகவுகள்  $X$  பின்னர் பாய்சன் விநியோகத்தைப் பயன்படுத்தி கண்டுபிடிக்கலாம்

$$P(X; \mu) = \frac{e^{-\mu} \mu^X}{X!},$$

இதில்  $X = 1, 2, 3,$

தவறான அச்சிடுதல்களின் சராசரி எண்ணிக்கை  $\mu$  என்பதால் குறிப்பிடப்படவில்லை, இது மாதிரி கவனிக்கப்பட்ட அதிர்வெண்களிலிருந்து மதிப்பிடப்படலாம்

$$\mu = \frac{\sum X_i O_i}{\sum O_i},$$

இது, நெடுவரிசை (3) படி,  $\mu = 450/500 = 0.9$  வருகிறது  $\mu = 0.9$  க்கான, வெவ்வேறு மதிப்புகளுக்கான நிகழ்தகவுகள்  $X$  ஒட்டுமொத்த நச்சு நிகழ்தகவு அட்டவணையைப் பயன்படுத்துவதன் மூலம் பெறப்பட்டது நெடுவரிசை (4), மற்றும் தொடர்புடையது  $e_i$  அட்டவணை 3.2 இன் நெடுவரிசை (5) இல் உள்ளது.

ஒரு வகுப்பு குழுவில் தொலைந்ததால், வகுப்புகளின் எண்ணிக்கை  $k = 5$  மற்றும்  $m = 1$ , அதனால்

$v = k = m = 1 = 3$ . க்கு  $\pm = 0.05$  மற்றும்

$v = 3$ , கணக்கிடப்பட்டதிலிருந்து  $\chi^2$  மதிப்பு  $\chi^2 = 9.33$  அதிகமாகும்  $H$  நிராகரிக்கப்படுகிறது. ஒரு பக்கத்திற்கு தவறான அச்சிடப்பட்ட மாதிரி விநியோகம் பாய்சன் விநியோகத்துடன் உடன்படவில்லை என்று முடிவு செய்யலாம்.

## ஒரு இயல்பான விநியோகத்தின் பொருத்தத்தின் நன்மையை சோதித்தல்

அட்டவணை 3.3 இல் கொடுக்கப்பட்டுள்ளபடி, நூற்பு ஆலைகளில் பணிபுரியும் 200 தொழிலாளர்களின் மாதிரியின் அனுமான அதிர்வெண் விநியோகத்தைக் கவனியுங்கள். இந்தத் தரவுகள், மாதிரியைச் சேர்ந்த மக்கள்தொகையானது, ஒரு சாதாரண விநியோகத்தைப் பின்பற்றுகிறது என்ற கருதுகோளைச் சோதிக்கப் பயன்படுகிறது. எனவே, பூஜ்ய கருதுகோள்  $H_0$  மாதிரி விநியோகம் சாதாரண விநியோகத்துடன் ஒத்துப்போகிறது. சோதனை  $H_0$  தொடர்புடையதைத் தீர்மானிக்க, மாதிரித் தரவுகளுக்கு ஒரு சாதாரண விநியோகத்தைப் பொருத்த வேண்டும்  $e_i$ 's.

## குறிப்பு

மக்கள் தொகை என்றால்  $\cdot$  மற்றும் நிலையான விலகல்  $\cdot$  குறிப்பிடப்படவில்லை, இவை புள்ளி மதிப்பீடுகளின்படி தொடர்புடைய மாதிரி மதிப்புகளால் மதிப்பிடப்படுகின்றன. மாதிரி சராசரி மற்றும் மாதிரி நிலையான விலகலுடன்  $S = 4.18$ , ஒவ்வொரு வகுப்பிற்கான சாத்தியக்கூறுகள் கீழே விவரிக்கப்பட்டுள்ள முறையில் சாதாரண பகுதி அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி பெறப்படுகின்றன. வகுப்பு நிகழ்தகவுகள் மாதிரி அளவு மூலம் பெருக்கப்படும் போது  $n$ , விளைவு-எனும்பு அதிர்வெண்கள் தேவை  $e_i$ 's.

எந்தவொரு வகுப்பிற்கும் நிகழ்தகவுகளைத் தீர்மானிக்க  $Z$  மதிப்புகளின் கணக்கீடு தேவைப்படுகிறது. அந்த வகுப்பின் எல்லைகளுடன் தொடர்புடையது. உதாரணத்திற்கு,  $Z$  இரண்டாம் வகுப்பிற்கான மதிப்புகள்

$$z_1 = \frac{24 - 33.4}{4.18} = -2.249 \quad \text{and} \quad z_2 = \frac{28 - 33.4}{4.18} = -1.292.$$

**அட்டவணை 3.3** 200 தொழிலாளர்களின் தினசரி வருவாய்க்கு ஏற்ப விநியோகம்

Daily Earnings (₹), $X$	No. of Workers, $O_i$
(1)	(2)
20-24	8
24-28	15
28-32	40
32-36	90
36-40	35
40-44	9
44-48	3
	200

$$\begin{aligned} P(24 < X < 28) &= P(-2.249 < Z < -1.292) \\ &= P(Z < -1.29) - P(Z < -2.25) \\ &= 0.0985 - 0.0122 = 0.0863, \end{aligned}$$

மற்றும் எதிர்பார்க்கப்படும் அதிர்வெண்  $e_i = 200 (0.0863) = 17.26$ . முதல் மற்றும் கடைசி வகுப்பைத் தவிர, அனைத்து வகுப்புகளிலும் நாங்கள் அதே வழியில் செல்கிறோம்.

முதல் மற்றும் கடைசி வகுப்பிற்கான நிகழ்தகவுகளைப் பெறுவதற்கு இதே முறையைப் பயன்படுத்துவது, சாதாரண வளைவின் கீழ் உள்ள தீவிர டெயில்-எண்ட் பகுதிகளைப் புறக்கணிக்கிறது. சாதாரண வளைவின் இரண்டு வால் முனைகளால் ஒதுக்கப்பட்ட நிகழ்தகவுகளைக் கவனிக்க, முதல் வகுப்பை முதல்- வரை 24 வரையிலும், கடைசி வகுப்பை படிவம் 44 முதல் +". அதன்படி, முதல் வகுப்பின் நிகழ்தகவு  $P(X < 24)$  மற்றும் கடைசி வகுப்பினுடையது  $P(X > 44)$  கணக்கிடுதல்  $Z$  க்கான மதிப்புகள்  $X = 24$  மற்றும்  $X = 44$ , இரண்டு நிகழ்தகவுகள் பின்னர் வழக்கம் போல் பெறப்படும்.

இவ்வாறு, அட்டவணை 3.4 இன் நெடுவரிசை (3) இல் கொடுக்கப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு வகுப்பிற்கான நிகழ்தகவுகள், எதிர்பார்க்கப்படும் அதிர்வெண்கள்  $e_i$  நெடுவரிசை (4) இல் உள்ளதைப் போல பெறப்படுகின்றன. தொடர்புடைய கவனிக்கப்பட்ட அதிர்வெண்களுடன்  $O$  நெடுவரிசை (2) இல் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது  $\zeta_2$  நெடுவரிசை (5) இல் உள்ளபடி மதிப்பு கணக்கிடப்படுகிறது.



## குறிப்பு

Daily Earnings (₹)	No. of Workers ( $O_i$ )	$n(X; 33.4, 4.18)$	$e_i = 200 \times$ $n(X; 33.4, 4.18)$	$(O_i - e_i)^2 / e_i$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
20-24	8	0.0116	2.32	
	23			19.70
24-28	15	0.0863	17.26	4.30
28-32	40	0.2722	55.44	4.31
32-36	90	0.3617	72.34	1.20
36-40	35	0.2106	42.12	
40-44	9	0.0515	10.30	
	12			11.40
44-48	3	0.0055	1.10	0.03
	200		200	$\chi^2 = 10.44$

இரண்டு வகுப்புகள், முதல் மற்றும் கடைசி, குழுவில் இழக்கப்படுகின்றன, அதனால் இப்போது  $k = 5$ . உடன்  $m = 2$ ,  $v = k = m = 1 = 2$ . க்கு  $v = 2$  மற்றும்  $\alpha = 0.05$ , அட்டவணைப்படுத்தப்பட்டது  $X^2$  மதிப்பு இருந்து கணக்கிடப்பட்டது  $X^2$  மதிப்பு  $\alpha_2 = 10.44$  ஐ விட அதிகமாக உள்ளது  $H$  நிராகரிக்கப்படுகிறது. இதன் பொருள் மாதிரி தரவு சாதாரண மக்களிடமிருந்து வரவில்லை. வேறு வார்த்தைகளில் கூறுவதானால், மாதிரித் தகவல்கள் மக்கள் தொகை சாதாரணமாக இருப்பதற்கான போதுமான ஆதாரங்களை வழங்கவில்லை.

## 3.5 கருதுகோள்களுக்கான சோதனை

எளிய நேரியல் பின்னடைவின் பின்னடைவு குணகங்கள் மீதான கருதுகோள் சோதனைகளைப் பார்ப்போம். சீரற்ற பிழைச் சொல்,  $\cdot$ , பூஜ்ஜியம் மற்றும்  $\cdot 2$  இன் மாறுபாடு என சராசரியாகவும், சுயாதீனமாகவும் விநியோகிக்கப்படுகிறது என்று ஒருவர் ஊகிக்கக்கூடிய சோதனைகளை மேற்கொள்ள முடியும். இந்த சோதனைகளை விரிவாகப் பார்ப்போம்.

நாங்கள் பணியமர்த்துகிறோம்  $t$ -பின்னடைவு குணகங்களுக்கான கருதுகோளைச் சோதிப்பதற்கான சோதனைகள் எளிய நேரியல் பின்னடைவிலிருந்து பெறப்பட்டன. என்பதை அடிப்படையாகக் கொண்ட புள்ளிவிவரம்  $t$  உண்மையான சாய்வு,  $\cdot 1$  என்ற இருபக்க கருதுகோளைச் சோதிப்பதற்காக விநியோகம் பயன்படுத்தப்படுகிறது., சமமாக உள்ளது

$$H_0 : \beta_1 = \beta_{1,0}$$

$$H_1 : \beta_1 \neq \beta_{1,0}$$

இந்த சோதனையின் சோதனை புள்ளிவிவரம்:

$$T_0 = \frac{\hat{\beta}_1 - \beta_{1,0}}{se(\hat{\beta}_1)}$$

மேலே உள்ளவற்றில்:



$\hat{\beta}$  குறைந்தபட்ச சதுர மதிப்பீட்டை சித்தரிக்கிறது  
 $\hat{\beta}$  உடன் சே அதன் தரத்தை சித்தரிக்கிறது

மதிப்பை எவ்வாறு கணக்கிடுவது என்பது இங்கே  $se(\hat{\beta}_1)$ :

$$se(\hat{\beta}_1) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{n-2} \cdot \frac{1}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}}$$

சோதனை புள்ளிவிவரம்,  $T_0$ , பின்தொடர்கிறது ( $n - 2$ ) சுதந்திரத்தின் அளவுகளுடன் விநியோகம். அதில் உள்ளது,  $n$  மொத்த அவதானிப்புகளின் எண்ணிக்கையை சித்தரிக்கிறது. பூஜ்ய கருதுகோளை ஏற்றுக்கொள்வது இருக்கும்,  $H_0$ , சோதனைப் புள்ளிவிவரத்தின் கணக்கிடப்பட்ட மதிப்பு இப்படி இருக்கும்போது:

$$-t_{\alpha/2, n-2} < T_0 < t_{\alpha/2, n-2}$$

இதில்:

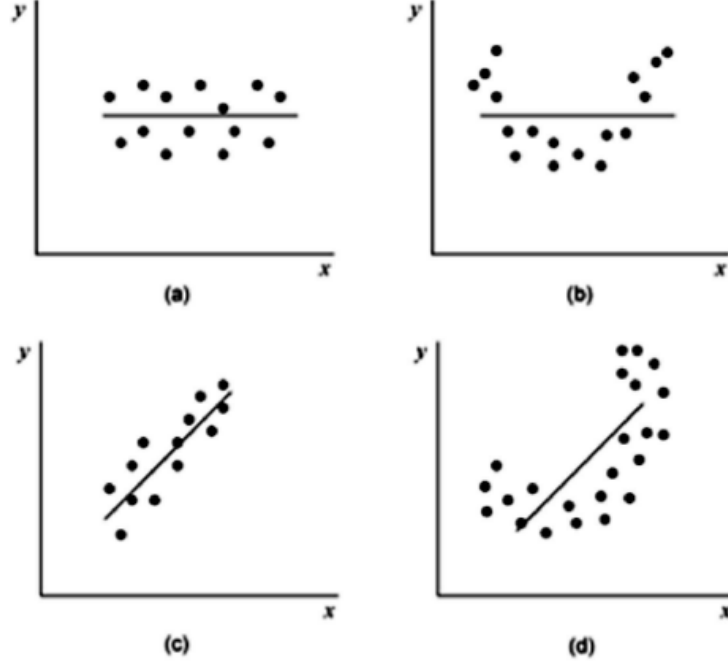
$t_{\alpha/2, n-2}$  மற்றும்  $-t_{\alpha/2, n-2}$  இரண்டு பக்க கருதுகோள்களின் முக்கியமான மதிப்புகள். மேலும்,  $t_{\alpha/2, n-2}$  இன் சதவீதத்தை குறிக்கிறது உடன்  $(1 - \alpha/2)$  என்ற ஒட்டுமொத்த நிகழ்தகவுடன் தொடர்புடைய விநியோகம் முக்கியத்துவம் நிலை இருப்பது.

பூஜ்ஜியம் என்றால்  $\beta_{1,0}$ , ன் பயன்படுத்தப்பட்ட மதிப்பு, கருதுகோள் முக்கியத்துவத்தை சோதிக்கும் பின்னடைவு. அதாவது, பொருத்தப்பட்ட பின்னடைவு மாதிரி மதிப்பு உள்ளதா என்பதை சோதனை காட்டுகிறது. அவதானிப்புகளில் உள்ள மாறுபாடுகளை விளக்குவது அல்லது ஒரு பின்னடைவு மாதிரி ஒரு உண்மையான உறவு இல்லாத நிலையில்

திணிக்கப்படுகிறதா  $x$  மற்றும்  $Y$ . ஒரு வேளை  $H_0: \beta_1 = 0$  ஐ நிராகரிக்க முடியாது, அதாவது இடையே எந்த நேரியல் உறவும் இல்லை  $x$  மற்றும்  $Y$ . கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளபடி (a) மற்றும் (b) சிதறல் அடுக்குகள் கொடுக்கப்பட்டால் அத்தகைய முடிவைப் பெற முடியும். (a) என்று லேபிளிடப்பட்ட படம், கவனிக்கப்பட்ட தரவுகளுக்கு மாதிரி இல்லாத ஒரு வழக்கின் பிரதிநிதியாகும், எனவே இங்கு ஒரு பின்னடைவு மாதிரியைப் பொருத்த முயற்சித்தால், அது உண்மையில் சீரற்ற மாறுபாடு அல்லது சத்தத்துடன் தொடர்புடையதாக இருக்கும். (b) என்று பெயரிடப்பட்ட படம் உண்மையான உறவை சித்தரிக்கிறது. இடையே  $x$  மற்றும்  $Y$  நேரியல் அல்ல. புள்ளிவிவரங்கள் (c) மற்றும் (d) எந்த வழக்கை விளக்குகின்றன நிராகரிக்கப்பட்டது, இடையில் எந்த மாதிரியும் இல்லை என்பதைக் காட்டுகிறது. எக்ஸ் மற்றும்  $Y$ . படம் (c) நேரியல் மாதிரி போதுமானதாக இருக்கும் ஒரு வழக்கைக் காட்டுகிறது. (d) என்று பெயரிடப்பட்ட படம், உயர் வரிசை மாதிரி தேவைப்படக்கூடிய ஒரு வழக்கை விளக்குகிறது.

குறிப்பு

## குறிப்பு



இடைமறிப்பதில் கருதுகோளைச் சோதிக்கும் நோக்கத்திற்காக இதேபோன்ற நடைமுறையைப் பயன்படுத்துவது சாத்தியமாகும். அத்தகைய சூழ்நிலையில், சோதனை புள்ளிவிவரம் பயன்படுத்தப்படும்:

$$T_0 = \frac{\hat{\beta}_0 - \beta_{0,0}}{se(\hat{\beta}_0)}$$

மேலே உள்ளவற்றில்:

$\beta_0$  குறைந்தபட்ச சதுர மதிப்பீடு ஆகும்  $\beta_0$ , மற்றும்  $se(\hat{\beta}_0)$  அதன் நிலையான பிழையானது கணக்கிடப்படுகிறது:

$$se(\hat{\beta}_0) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{n-2} \left[ \frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \right]}$$

### 3.6 அளவிடுதல் மற்றும் அளவீட்டு அலகுகள்

பொதுவாக, எல்லாத் தரவுகளும், தரமானதாகவோ அல்லது அளவு சார்ந்ததாகவோ இருந்தாலும், ஏதேனும் ஒரு வடிவத்தில் அளவிடப்படுகிறது. கணக்கிடப்படும் தனித்துவமான அளவு தரவு கூட சில வகையான அளவீடுகளுக்கு பொருந்தும். நான்கு பரவலாக ஏற்றுக்கொள்ளப்பட்ட அளவீட்டு நிலைகள் உள்ளன. இந்த நிலைகள், ஒரு தீவிரத்தின் பலவீனத்திலிருந்து மறுபுறம் வலிமையானவை வரை: பெயரளவு அளவு, சாதாரண அளவு, இடைவெளி அளவு மற்றும் விகித அளவு. இந்த பல்வேறு அளவீட்டு நிலைகளைப் பற்றி விவாதிப்பதற்கு முன், இந்த அளவுகள் கொண்டிருக்கும் சில பண்புகளைப் பார்ப்போம்.

## குறிப்பு

- (a) **அளவு:** இது ஒரு பண்புக்கூறு அல்லது குணாதிசயத்திற்கு இருக்கும் அல்லது ஒதுக்கப்படும் அளவு மதிப்பாகும், அத்தகைய மதிப்புகள் ஒப்பிடும் போது, ஒரு வழக்கில் கொடுக்கப்பட்ட பண்புக்கூறின் மதிப்பு அதே பண்புக்கூறின் மதிப்பை விட அதிகமாகவோ, சமமாகவோ அல்லது குறைவாகவோ உள்ளதா என்பதை தீர்மானிக்கும். மற்றொரு வழக்கு. உதாரணமாக, மாணவர் என்றால் X படிப்பிலும் மாணவர்களிலும் இறுதித் தேர்வில் 100 சதவீத மதிப்பெண்களைப் பெறுகிறார் Y அதே தேர்வில் cnet ஒன்றுக்கு 40 பெறுகிறார், பிறகு மாணவர் X மாணவர்களை விட அந்த பகுதியில் அதிக அறிவாளியாக கருதப்படலாம் Y.
- (b) **சம இடைவெளிகள்:** சில அளவீட்டு அளவீடுகள், அளவுகோலில் உள்ள எந்த இரண்டு புள்ளிகளுக்கும் இடையே உள்ள இடைவெளியின் அளவு, அதே அளவுகோலில் உள்ள மற்ற இரண்டு புள்ளிகளின் அதே இடைவெளியில் அதே மதிப்பு அல்லது அதே அளவு இருக்கும் வகையில் கட்டமைக்கப்படுகின்றன. உதாரணமாக, 60 அங்குலங்கள் மற்றும் 63 அங்குலங்களுக்கு இடையில் உள்ள மாணவர்களின் உயரத்தில் உள்ள வேறுபாடு 70 அங்குலங்கள் மற்றும் 73 அங்குலங்களுக்கு இடையே உள்ள வித்தியாசத்தின் அளவிலேயே உள்ளது. இதன் பொருள், அத்தகைய இடைவெளியை எங்கு அளவிடினாலும், அளவின் மதிப்பு 3 அங்குலங்கள் ஆகும். அளவில் இந்த விதிக்கு சில விதிவிலக்குகள் இருக்கலாம். எடுத்துக்காட்டாக, 180 மற்றும் 190 இன் IQ க்கு இடையிலான வேறுபாட்டின் மதிப்பு 80 மற்றும் 90 இன் IQ இன் வேறுபாட்டின் மதிப்பை விட வித்தியாசமாக இருக்கலாம், இருப்பினும், எண்ணியல் ரீதியாக இந்த இரண்டு வேறுபாடுகளும் ஒரே மதிப்பைக் கொண்டுள்ளன.
- (c) **முழுமையான பூஜ்ஜிய புள்ளி:** அளவீட்டு அளவின் மூன்றாவது பண்பு பூஜ்ஜிய புள்ளியின் இருப்பு அல்லது இல்லாமை ஆகும், அங்கு பண்புக்கு எந்த மதிப்பும் இல்லை. உதாரணமாக, ஒரு நபரின் உயரத்தின் சிறப்பியல்பு முழுமையான பூஜ்ஜிய புள்ளியைக் கொண்டிருக்கவில்லை, ஏனெனில் பண்புக்கூறின் நேர்மறை அளவு மதிப்பு எப்போதும் இருக்கும், எந்த நபரின் வயதாக இருந்தாலும் சரி. மறுபுறம், குடும்பத்தில் டிவி செட் இல்லை என்றால், குடும்பத்தில் உள்ள டிவி பெட்டிகளின் எண்ணிக்கை முழுமையான பூஜ்ஜிய மதிப்பைக் கொண்டிருக்கும். சில தனிப்பட்ட சந்தர்ப்பங்களில், அத்தகைய பண்புக்கூறின் மதிப்பு நேர்மறை அளவு எண்ணாக இருந்தாலும், தரமான ஒப்பீட்டு நோக்கங்களுக்காக ஒரு பண்புக்கூறுக்கு பூஜ்ஜிய மதிப்பை ஒதுக்கலாம். எடுத்துக்காட்டாக, முழுமையான பூஜ்ஜியத்தைக் குறிக்காவிட்டாலும், ஒரு அறிவற்ற நபருக்கு பூஜ்ஜிய நுண்ணறிவு இருப்பதாக நாம் கூறலாம். இந்த மூன்று பண்புக்கூறுகளின் வெளிச்சத்தில், இப்போது நான்கு அளவீட்டு அளவுகளைக் கருத்தில் கொண்டு விவாதிப்போம்.
- (i) **பெயரளவு அளவு:** தரமான தரவுகளுக்கு மட்டுமே பயன்படுத்தப்படுகிறது, இது வகைப்படுத்தப்பட்ட அளவுகோல் என்றும் அழைக்கப்படுகிறது, அங்கு பொருள்கள் அல்லது உருப்படிகள் பல்வேறு தனித்துவமான மற்றும் தனித்துவமான குழுக்கள் அல்லது வகைகளாக வகைப்படுத்தப்படுகின்றன,

## குறிப்பு

அத்தகைய வகைப்படுத்தப்பட்ட தரவுகளுடன் தொடர்புடைய எந்த தரவரிசை அல்லது வரிசையும் இல்லாமல். இது முன்னர் விவாதிக்கப்பட்ட மூன்று பண்புக்கூறுகளில் எதையும் கொண்டிருக்கவில்லை: அளவு, சம இடைவெளிகள் மற்றும் முழுமையான பூஜ்ஜிய புள்ளி. இது அளவீட்டின் பலவீனமான வடிவமாகும், எனவே சில புள்ளியியல் வல்லுநர்கள் இதை ஒரு அளவுகோலாகக் கருதவில்லை. பெயரளவிலான அளவீடுகளின் எடுத்துக்காட்டுகள், கிறிஸ்தவர், முஸ்லீம், இந்து மற்றும் பல, அல்லது ஜனநாயகக் கட்சி, குடியரசுக் கட்சி அல்லது சோசலிஸ்ட் போன்ற அவர்களின் அரசியல் சார்பின்படி மக்களை வகைப்படுத்துவதாகும். பெயரளவிலான மற்ற வகைகளில் புகைபிடித்தல் மற்றும் புகைபிடிக்காதது, வீட்டின் உரிமை மற்றும் வீட்டின் உரிமை இல்லை, மற்றும் பல.

- (ii) **சாதாரண அளவுகோல்:** தரவரிசை அளவுகோல் என்றும் அழைக்கப்படுகிறது, இது அளவு பண்புகளை மட்டுமே கொண்டுள்ளது. இதன் பொருள், இந்த வகைகளுக்கு ஒதுக்கப்பட்ட தரவரிசையில் மட்டுமே பல்வேறு வகையான பொருட்களை ஒன்றோடொன்று ஒப்பிட முடியும். இருப்பினும், இந்த தரவரிசைகள் எந்த வகை பெரியது அல்லது சிறந்தது என்பதை மட்டுமே குறிக்கின்றன, ஆனால் இந்த வகைகளுக்கு இடையிலான வேறுபாட்டின் அளவைக் குறிக்கவில்லை. உதாரணமாக, ஒரு வகுப்பில் உள்ள மாணவர்கள் அவர்களின் தரங்களின்படி வகைப்படுத்தப்படலாம் A, B, C, D மற்றும் F என்கே A அதனைவிட மேல் B, மற்றும் பல, மற்றும் வகைப்பாடு மிக உயர்ந்த தரத்திலிருந்து குறைந்த தரம் வரை. ஆர்டினல் ஸ்கேலிங்கின் மற்றொரு உதாரணம், கல்லூரிகளில் கற்பித்தல் ஆசிரியப் பதவிகளை முழுப் பேராசிரியர்கள், இணைப் பேராசிரியர்கள், உதவிப் பேராசிரியர்கள் மற்றும் பயிற்றுனர்கள் என வகைப்படுத்துவதாகும்.
- (iii) **இடைவெளி அளவு:** இடைவெளி அளவுகோல் அளவு சீரற்ற மாறிகளின் மதிப்புகளை அளவிடுகிறது மற்றும் எந்த வகை பெரியது அல்லது சிறந்தது என்பதை மட்டும் அடையாளப்படுத்துகிறது. இது ஒரு வலுவான அளவீட்டு வடிவமாகும் மற்றும் அளவு மற்றும் சம இடைவெளிகளான இரண்டு பண்புக்கூறுகளைக் கொண்டுள்ளது. இருப்பினும், இது முழுமையான பூஜ்ஜிய புள்ளியைக் கொண்டிருக்கவில்லை. உயரம், எடை மற்றும் நேரம் ஆகியவற்றின் அளவீடுகள் அனைத்தும் இடைவெளி அளவுக்கான எடுத்துக்காட்டுகள்.
- (iv) **விகித அளவு:** விகித அளவுகோல் அளவு சீரற்ற மாறிகளை அளவிடுவதற்கும் பயன்படுத்தப்படுகிறது, ஆனால் அது உண்மையான பூஜ்ஜிய புள்ளியைக் கொண்டிருப்பதால் இடைவெளி அளவிலிருந்து வேறுபடுகிறது, அதாவது அத்தகைய மாறிகளின் மதிப்புகள் பூஜ்ஜியமாக இருக்கலாம். இது வகுத்தல் மற்றும் பெருக்கல் போன்ற கணித கையாளுதல்களை எளிதாக்குகிறது. விகித அளவின் எடுத்துக்காட்டுகள் வெப்பநிலை, பல்வேறு வகுப்புகளில் பதிவுசெய்யப்பட்ட மாணவர்களின் எண்ணிக்கை மற்றும் பலவற்றை உள்ளடக்கிய உடல் அளவீடுகள் ஆகும்.

வெப்பநிலை பூஜ்ஜியமாக இருக்கலாம், அதாவது மொத்த வெப்பம் இல்லாதது மற்றும் கொடுக்கப்பட்ட வகுப்பிற்கு பூஜ்ஜிய மாணவர்கள் பதிவு செய்யப்படுவதும் சாத்தியமாகும். இதேபோல், உயரங்கள் மற்றும் எடைகள், இடைவெளி அளவில் கருதப்பட்டாலும், அனுமான பூஜ்ஜிய மதிப்புகளைக் கொண்டிருக்கலாம்.

இந்த அளவீட்டு அளவீடுகள் தொடர்புடைய தரவுகளை சேகரிக்கும் நோக்கத்திற்காக கணக்கெடுப்பு முறைகளை வடிவமைப்பதில் உதவுகின்றன.

#### உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சரிபார்க்கவும்

5. உடற்தகுதி சோதனையின் நன்மையின் அடிப்படை செயல்பாட்டைக் குறிப்பிடவும்.
6. பின்னடைவு பகுப்பாய்வு சார்ந்து கருதுகோள்களின் சோதனை என்ன?
7. பெயர்களுக்கு நான்கு நிலை அளவீடுகளைக் கொடுங்கள்.
8. ஆர்டினல் அளவைப் பற்றி விளக்கவும்.
9. இடைவெளி அளவு என்றால் என்ன?

### 3.7 உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சரிபார்க்கும் கேள்விகளின் பதில்கள்

1. 'பின்னடைவு' என்ற சொல் முதன்முதலில் 1877 ஆம் ஆண்டில் சர் பிரான்சிஸ் கால்டன் என்பவரால் பயன்படுத்தப்பட்டது, அவர் உயரமான பெற்றோருக்கு பிறக்கும் குழந்தைகளின் உயரம் மக்கள்தொகையின் சராசரி உயரத்தை நோக்கி பின்வாங்க அல்லது 'பின்வாங்க' செய்யும் என்று ஒரு ஆய்வை மேற்கொண்டார். ஒரு மாறியை மற்றொரு மாறியிலிருந்து கணிக்கும் செயல்முறையின் பெயராக அவர் பின்னடைவு என்ற வார்த்தையை நியமித்தார். பல மாறிகள் மற்றொன்றைக் கணிக்கப் பயன்படுத்தப்படும் செயல்முறையை விவரிக்க பல பின்னடைவு என்ற சொல் வந்தது. இவ்வாறு, மாறிகளுக்கு இடையே நன்கு நிறுவப்பட்ட உறவு இருக்கும்போது, இந்த உறவை உருவாக்குவதில் பயன்படுத்த முடியும். ஒரு மாறியின் (தெரியாத அல்லது சார்பு மாறி) மற்ற மாறி/கள் (தெரிந்த அல்லது சுயாதீன மாறி/கள்) அடிப்படையில் மதிப்பீடுகள் மற்றும் கணிப்புகள்.
2. எளிய நேரியல் பின்னடைவு பகுப்பாய்வில், நேரியல் உறவின் அனுமானத்தின் மீது மற்றொரு மாறியைக் கணிக்க ஒற்றை மாறி பயன்படுத்தப்படுகிறது (அதாவது, வரையறுக்கப்பட்ட வகை உறவு  $Y = a + bX$ ) கொடுக்கப்பட்ட மாறிகளுக்கு இடையில்.
3. கணிக்கப்படும் மாறியானது சார்பு மாறி என்றும், கணிப்பு அடிப்படையாக இருக்கும் மாறியானது சார்பற்ற மாறி என்றும் அழைக்கப்படுகிறது.
4. லீனியர் சொத்து என்பது மதிப்பிடப்படும் அசல் சமன்பாட்டைக் காட்டிலும் மதிப்பீட்டாளரிடம் அதிக அக்கறை கொண்டுள்ளது. பின்னடைவு பகுப்பாய்வு கவனம், நேரியல் பின்னடைவு 'அளவுருவில்

## குறிப்பு

- நேரியல்' இருக்க வேண்டும் என்று கருதப்படுகிறது. இருப்பினும், நேரியல் OLS மதிப்பீட்டாளரின் சொத்து என்பது OLS மதிப்பீட்டாளர்களின் வகுப்பைச் சேர்ந்தது, அவை Y இல் நேரியல், சார்பு மாறி.
- அனுசரிக்கப்படும் அதிர்வெண்களுக்கும் அதனுடன் தொடர்புடைய எதிர்பார்க்கப்படும் அதிர்வெண்களுக்கும் இடையில் பொருத்தம் எவ்வளவு நன்றாக இருக்கிறது என்பதைத் தீர்மானிக்க நல்ல பொருத்தத்தின் சோதனைகள் நமக்கு உதவுகின்றன. அதேசமயம் முந்தையவை அளவின் மாதிரியைக் கவனிப்பதன் அடிப்படையில் எடுக்கப்பட்ட முடிவுகள் n, பிந்தையது மாதிரி எடுக்கப்பட்ட அனுமான மக்கள்தொகையிலிருந்து பெறப்பட்டது.
  - எளிய நேரியல் பின்னடைவின் பின்னடைவு குணகங்கள் மீதான கருதுகோள் சோதனைகள். சீரற்ற பிழைச் சொல்,  $\cdot$ , பூஜ்ஜியம் மற்றும்  $\cdot 2$  இன் மாறுபாடு என சராசரியாகவும், சுயாதீனமாகவும் விநியோகிக்கப்படுகிறது என்று ஒருவர் ஊகிக்கக்கூடிய சோதனைகளை மேற்கொள்ள முடியும்.
  - நான்கு பரவலாக ஏற்றுக்கொள்ளப்பட்ட அளவீட்டு நிலைகள் உள்ளன. இந்த நிலைகள், ஒரு தீவிரத்தின் பலவீனத்திலிருந்து மறுபுறம் வலிமையானவை வரை: பெயரளவு அளவு, சாதாரண அளவு, இடைவெளி அளவு மற்றும் விகித அளவு.
  - ஆர்டினல் அளவுகோல்: தரவரிசை அளவுகோல் என்றும் அழைக்கப்படுகிறது, இது அளவின் பண்புகளை மட்டுமே கொண்டுள்ளது. இதன் பொருள், இந்த வகைகளுக்கு ஒதுக்கப்பட்ட தரவரிசையில் மட்டுமே பல்வேறு வகையான பொருட்களை ஒன்றோடொன்று ஒப்பிட முடியும்.
  - இடைவெளி அளவுகோல்: இடைவெளி அளவுகோல் அளவு சீரற்ற மாறிகளின் மதிப்புகளை அளவிடுகிறது மற்றும் எந்த வகை பெரியது அல்லது சிறந்தது என்பதை மட்டும் அடையாளப்படுத்துகிறது. இது ஒரு வலுவான அளவீட்டு வடிவமாகும் மற்றும் அளவு மற்றும் சம இடைவெளிகளான இரண்டு பண்புகளையும் கொண்டுள்ளது.

### 3.8 தொகுப்பு

- ஒரு மருத்துவமனை கண்காணிப்பாளர் மொத்த மக்கள்தொகையின் அடிப்படையில் அவருக்கு படுக்கைகள் தேவை என்று கணிக்க முடியும். பின்னடைவு பகுப்பாய்வு மூலம் இத்தகைய கணிப்புகள் செய்யப்படலாம். ஒரு புலனாய்வாளர் பின்னடைவு பகுப்பாய்வைப் பயன்படுத்தி, காரணம் மற்றும் விளைவு உறவைக் கொண்ட தனது கோட்பாட்டைச் சோதிக்கலாம்.
- பின்னடைவு பகுப்பாய்வின் நுட்பம் இரண்டு (அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட) மாறிகளுக்கு இடையிலான புள்ளிவிவர உறவைத் தீர்மானிக்கவும், மற்றொன்றின் அடிப்படையில் ஒரு மாறியின் கணிப்பைச் செய்யவும் பயன்படுத்தப்படுகிறது.
- சார்பு மாறிகளின் மதிப்புகள் சீரற்றவை ஆனால் சுயாதீன மாறிகளின் மதிப்புகள் பிழையின்றி நிலையான அளவுகள் மற்றும் பரிசோதனையாளரால் தேர்ந்தெடுக்கப்படுகின்றன;
- எளிய நேரியல் பின்னடைவு பகுப்பாய்வில், நேரியல் உறவின் அனுமானத்தின் மீது மற்றொரு மாறியைக் கணிக்க ஒற்றை மாறி

## குறிப்பு

பயன்படுத்தப்படுகிறது (அதாவது, வரையறுக்கப்பட்ட வகை உறவு  $Y = a + bX$ ) கொடுக்கப்பட்ட மாறிகளுக்கு இடையில்.

- கணிக்கப்படும் மாறியானது சார்பு மாறி என்றும், கணிப்பு அடிப்படையாக இருக்கும் மாறியானது சார்பற்ற மாறி என்றும் அழைக்கப்படுகிறது.
- பல பின்னடைவுகளில், குறைந்தது இரண்டு சுயாதீன மாறிகள் உள்ளன. சமன்பாடு சாதாரண குறைந்தபட்ச சதுரங்கள் (OLS) மதிப்பீட்டு முறையைப் பயன்படுத்தி மதிப்பிடப்படுகிறது. OLS மதிப்பீட்டின் முறையானது சதுரங்களின் பிழைத் தொகையைக் குறைக்கும் வகையில் பின்னடைவுக் கோடு வரையப்பட வேண்டும் என்று கூறுகிறது.
- ஆர்டினரி லீஸ்ட் ஸ்கொயர்ஸ் (ஒஎல்எஸ்) பின்னடைவு என்பது ஒன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட சுயாதீன மாறிகள் மற்றும் சார்பு மாறிகளுக்கு இடையிலான உறவை மதிப்பிடும் ஒரு புள்ளிவிவர பகுப்பாய்வு முறையாகும். ஒரு நேர் கோட்டாக கட்டமைக்கப்பட்ட சார்பு மாறியின் கவனிக்கப்பட்ட மற்றும் கணிக்கப்பட்ட மதிப்புகளுக்கு இடையிலான வேறுபாட்டில் உள்ள சதுரங்களின் கூட்டுத்தொகையைக் குறைப்பதன் மூலம் இந்த முறை உறவை மதிப்பிடுகிறது.
- OLS மதிப்பீட்டாளர்  $Y_i$  இன் உண்மையான மதிப்புகள் மற்றும் மதிப்பிடப்பட்ட வரியின் அடிப்படையில் கணிப்பு ('கணிக்கப்பட்ட மதிப்பு') ஆகியவற்றுக்கு இடையேயான சராசரி வர்க்க வேறுபாட்டைக் குறைக்கிறது.
- ஒரு பின்னடைவு சமன்பாட்டில், ஒரு பிழைச் சொல் மதிப்பிடப்பட்ட பின்னடைவு சமன்பாட்டுடன் தொடர்புடையது. இது சார்பு மாறியையும் சீரற்றதாக ஆக்குகிறது. ஒரு மதிப்பீட்டாளர் சார்பு மாறியைப் பயன்படுத்தினால், அந்த மதிப்பீட்டாளரும் ஒரு சீரற்ற எண்ணாக இருக்கும்.
- எகனோமெட்ரிக்ஸில் OLS இன் சார்பற்ற தன்மை என்பது எந்தவொரு மதிப்பீட்டாளராலும் திருப்திப்படுத்தப்பட வேண்டிய அடிப்படை குறைந்தபட்சத் தேவையாகும். இருப்பினும், நிஜ வாழ்க்கைப் பயன்பாடுகளில் பெரும்பாலான நேரங்களில் இது போதுமானதாக இல்லை, ஏனெனில் இதே மாதிரியான மாதிரிகள் மீண்டும் மீண்டும் கிடைக்காது.
- எந்த மதிப்பீட்டாளரின் திறமையான சொத்து மதிப்பீட்டாளர் என்று கூறுகிறது குறைந்தபட்ச மாறுபாடு பாரபட்சமற்றது மதிப்பீட்டாளர். எனவே, அனைத்து பக்கச்சார்பற்ற மதிப்பீட்டாளர்களும் அறியப்படாத மக்கள்தொகை அளவுருவில் எடுக்கப்பட்டால், மதிப்பீட்டாளர் குறைந்தபட்ச மாறுபாட்டைக் கொண்டிருப்பார்.
- குறைவான மாறுபாட்டைக் கொண்ட மதிப்பீட்டாளர் சராசரிக்கு நெருக்கமான தனிப்பட்ட தரவுப் புள்ளிகளைக் கொண்டிருக்கும். இதன் விளைவாக, அதிக மாறுபாடுகளைக் கொண்ட மற்ற மதிப்பீட்டாளர்களைக் காட்டிலும் சிறந்த மற்றும் துல்லியமான முடிவுகளை வழங்குவதற்கான வாய்ப்புகள் அதிகம்.
- மாதிரி அளவு அதிகரிக்கும் போது அதன் மதிப்பு உண்மையான, உண்மையான அளவுரு (மக்கள் தொகை) மதிப்பை நெருங்கினால், மதிப்பீட்டாளர் சீரானதாகக் கூறப்படுகிறது.

## குறிப்பு

- OLS மதிப்பீட்டாளர்கள் புள்ளி மதிப்பீட்டாளர்கள், அதாவது ஒரு மாதிரியில் ஒவ்வொரு மதிப்பீட்டாளரும் தொடர்புடைய மக்கள் தொகை அளவுருவிற்கு ஒரு மதிப்பை மட்டுமே வழங்கும்.
- அனுசரிக்கப்படும் அதிர்வெண்களுக்கும் அதனுடன் தொடர்புடைய எதிர்பார்க்கப்படும் அதிர்வெண்களுக்கும் இடையில் பொருத்தம் எவ்வளவு நன்றாக இருக்கிறது என்பதைத் தீர்மானிக்க நல்ல பொருத்தத்தின் சோதனைகள் நமக்கு உதவுகின்றன. அதேசமயம் முந்தையவை அளவின் மாதிரியைக் கவனிப்பதன் அடிப்படையில் எடுக்கப்பட்ட முடிவுகள்  $n$ , பிந்தையது மாதிரி எடுக்கப்பட்ட அனுமான மக்கள்தொகையிலிருந்து பெறப்பட்டது.
- பொருத்தத்தின் நன்மைக்கான சோதனை அனுபவ அதிர்வெண் விநியோகத்தை கோட்பாட்டு அதிர்வெண் விநியோகத்துடன் கணக்கிடுவதன் மூலம் ஒப்பிடுகிறது.  $X^2$  மதிப்பு. ஏற்றுக்கொள்ள அல்லது நிராகரிப்பதற்கான முடிவு  $H_0$  விவாதிக்கப்பட்ட முடிவு விதியைப் பயன்படுத்துவதன் மூலம் எடுக்கப்படுகிறது.
- முந்தைய பகுதியில் இங்கே காட்டப்பட்டுள்ள அதே வழியில்.
- எளிய நேரியல் பின்னடைவின் பின்னடைவு குணகங்கள் மீதான கருதுகோள் சோதனைகள். சீரற்ற பிழைச் சொல்,  $\cdot$ , பூஜ்ஜியம் மற்றும்  $\cdot 2$  இன் மாறுபாடு என சராசரியாகவும், சுயாதீனமாகவும் விநியோகிக்கப்படுகிறது என்று ஒருவர் ஊகிக்கக்கூடிய சோதனைகளை மேற்கொள்ள முடியும்.
- பூஜ்ஜியம் என்றால்  $\cdot$  ன், பயன்படுத்தப்பட்ட மதிப்பு, கருதுகோள் முக்கியத்துவத்தை சோதிக்கும் பின்னடைவு. அதாவது, பொருத்தப்பட்ட பின்னடைவு மாதிரி உள்ளதா என்பதை சோதனை காட்டுகிறது.
- அவதானிப்புகளில் உள்ள மாறுபாடுகளை விளக்குவதில் உள்ள மதிப்பு அல்லது ஒரு பின்னடைவு மாதிரி ஒரு உண்மையான உறவு இல்லாத நிலையில் திணிக்கப்படுகிறதா  $x$  மற்றும்  $y$ .
- நான்கு பரவலாக ஏற்றுக்கொள்ளப்பட்ட அளவீட்டு நிலைகள் உள்ளன. இந்த நிலைகள், ஒரு தீவிரத்தின் பலவீனத்திலிருந்து மறுபுறம் வலிமையானவை வரை: பெயரளவு அளவு, சாதாரண அளவு, இடைவெளி அளவு மற்றும் விகித அளவு.
- முழுமையான பூஜ்ஜியப் புள்ளி: அளவீட்டு அளவின் மூன்றாவது பண்புக்கூறு பூஜ்ஜியப் புள்ளியின் இருப்பு அல்லது இல்லாமை ஆகும், அங்கு பண்புக்கு எந்த மதிப்பும் இல்லை.
- தரமான தரவுகளுக்கு மட்டுமே பயன்படுத்தப்படும், இது வகைப்படுத்தப்பட்ட அளவுகோல் என்றும் அழைக்கப்படுகிறது, அங்கு பொருள்கள் அல்லது உருப்படிகள் பல்வேறு தனித்துவமான மற்றும் தனித்துவமான குழுக்கள் அல்லது வகைகளாக வகைப்படுத்தப்படுகின்றன, அத்தகைய வகைப்படுத்தப்பட்ட தரவுகளுடன் தொடர்புடைய தரவரிசை அல்லது வரிசையின்றி.
- ஆர்டினல் அளவுகோல்: தரவரிசை அளவுகோல் என்றும் அழைக்கப்படுகிறது, இது அளவின் பண்புகளை மட்டுமே கொண்டுள்ளது. இதன் பொருள், இந்த வகைகளுக்கு ஒதுக்கப்பட்ட தரவரிசையில் மட்டுமே பல்வேறு வகையான பொருட்களை ஒன்றோடொன்று ஒப்பிட முடியும்.
- இடைவெளி அளவுகோல்: இடைவெளி அளவுகோல் அளவு சீரற்ற மாறிகளின் மதிப்புகளை அளவிடுகிறது மற்றும் எந்த வகை பெரியது அல்லது சிறந்தது என்பதை மட்டும் அடையாளப்படுத்துகிறது. இது



ஒரு வலுவான அளவீட்டு வடிவமாகும் மற்றும் அளவு மற்றும் சம இடைவெளிகளான இரண்டு பண்புக்கூறுகளைக் கொண்டுள்ளது.

**பொருளாதார அளவை முறைகள்**

### 3.9 முக்கிய வார்த்தைகள்

- **நல்ல தகுதிக்கான சோதனைகள்:** கவனிக்கப்பட்ட அதிர்வெண்களுக்கும் அதனுடன் தொடர்புடைய எதிர்பார்க்கப்படும் அதிர்வெண்களுக்கும் இடையில் எவ்வளவு பொருத்தம் என்பதை தீர்மானிக்க இது உதவுகிறது.
- **கருதுகோள்களின் சோதனை:** எளிய நேரியல் பின்னடைவின் பின்னடைவு குணகங்கள் மீதான கருதுகோள் சோதனைகள். சீரற்ற பிழைச் சொல்,  $\cdot$ , பூஜ்ஜியம் மற்றும்  $\cdot 2$  இன் மாறுபாடு என சராசரியாகவும், சுயாதீனமாகவும் விநியோகிக்கப்படும் என்று ஒருவர் ஊகிக்கக்கூடிய சோதனைகளை மேற்கொள்ள முடியும்.
- **அளவு:** இது ஒரு பண்புக்கூறு அல்லது குணாதிசயத்திற்கு இருக்கும் அல்லது ஒதுக்கப்படும் அளவு மதிப்பாகும், அத்தகைய மதிப்புகள் ஒப்பிடும் போது, ஒரு வழக்கில் கொடுக்கப்பட்ட பண்புக்கூறின் மதிப்பு அதே பண்புக்கூறின் மதிப்பை விட அதிகமாகவோ, சமமாகவோ அல்லது குறைவாகவோ உள்ளதா என்பதை தீர்மானிக்கும். மற்றொரு வழக்கு.
- **முழுமையான பூஜ்ஜிய புள்ளி:** முழுமையான பூஜ்ஜியப் புள்ளி என்பது அளவீட்டு அளவின் மூன்றாவது பண்புக்கூறு ஆகும், இது பூஜ்ஜியப் புள்ளியின் இருப்பு அல்லது இல்லாமை ஆகும்.
- **பெயரளவு அளவு:** பெயரளவு அளவுகோல் என்பது தரமான தரவுகளுக்கு மட்டுமே பயன்படுத்தப்படுகிறது, இது வகைப்படுத்தப்பட்ட அளவுகோல் என்றும் அழைக்கப்படுகிறது, அங்கு பொருள்கள் அல்லது உருப்படிகள் பல்வேறு தனித்துவமான மற்றும் தனித்துவமான குழுக்கள் அல்லது வகைகளாக வகைப்படுத்தப்படுகின்றன, அத்தகைய வகைப்படுத்தப்பட்ட தரவுகளுடன் தொடர்புடைய தரவரிசை அல்லது வரிசையின்றி.

### 3.10 சுய மதிப்பீட்டு கேள்விகள் மற்றும் பயிற்சிகள்

#### குறுகிய பதில் கேள்விகள்

1. பின்னடைவு என்ற சொல்லை வரையறுக்கவும்.
2. பின்னடைவு பகுப்பாய்வில் அனுமானங்களைக் கொடுங்கள்.
3. எளிய நேரியல் பின்னடைவு மாதிரி என்றால் என்ன?
4. சாதாரண குறைந்தபட்ச சதுரங்களை விவரிக்கவும்.
5. OLS இன் நன்மைகளைக் கொடுங்கள்.
6. OLS இன் எண்ணியல் பண்புகள் பற்றி விளக்கவும்.
7. பொருத்தத்தின் நன்மையால் நீங்கள் என்ன புரிந்துகொள்கிறீர்கள்?
8. பைனாமியல் விநியோகத்தின் நன்மை பொருத்தத்தின் சோதனையை விளக்கவும்.
9. ஒரு நச்சு விநியோகத்தின் பொருத்தத்தின் நன்மையை சோதிப்பதை விளக்குங்கள்.
10. கருதுகோள்களுக்கான சோதனையை விரிவாகக் கூறுங்கள்.

**குறிப்பு**

*Self-Instructional Material*

## குறிப்பு

11. சம இடைவெளி என்றால் என்ன?
12. முழுமையான பூஜ்ஜிய புள்ளி பற்றி விளக்குங்கள்.
13. பெயரளவு அளவை வரையறுக்கவும்.
14. விகித அளவை விளக்கவும்.

### நீண்ட பதில் கேள்விகள்

1. எளிய நேரியல் பின்னடைவு அனுமானத்தை பொருத்தமான எடுத்துக்காட்டுகளுடன் சுருக்கமாக விளக்கவும்.
2. சாதாரண குறைந்த சதுரங்களின் மாதிரியின் மதிப்பீட்டை, நன்மைகளை விவரிக்கவும்.
3. எடுத்துக்காட்டுகளின் உதவியுடன் OLS இன் புள்ளிவிவர மற்றும் எண் பண்புகளைப் பற்றி விரிவாக விளக்குங்கள்.
4. பொருத்தத்தின் நன்மை என்ன? பல்வேறு உதாரணங்களுடன் விளக்கவும்.
5. இயல்பான, இருசொற்கள் மற்றும் நச்சுப் பரவல் ஆகியவற்றின் பொருத்தத்தின் நற்குணத்தை சோதனையில் பகுப்பாய்வு செய்யவும்.
6. கருதுகோள்களுக்கான சோதனையை அதன் குணாதிசயங்களுடன் விரிவாக விளக்குங்கள்.
7. பொருத்தமான எடுத்துக்காட்டுகளுடன் அளவீட்டு நிலைகளைப் பற்றி விரிவாக விவாதிக்கவும்.
8. பல்வேறு வகையான அளவீட்டு அளவீடுகளை விவரிக்கவும்.

### 3.11 மேலும் படிக்க

Johnston, J. and John DiNARDO. 1997. Econometric Methods, Fourth Edition. New Delhi: Tata McGraw-Hill.

Koutsoyiannis, A. 1977. Theory of Econometrics, Second Edition. London: The Macmillan Press Ltd.

Özdemir, Durmuş. 2016. Applied Statistics for Economics and Business, Second Edition. Izmir (Turkey): Springer.

Maddala, G. S. 1992. Introduction to Econometrics, Second Edition. New York: Macmillan Publishing Company.

Pindyck, R. S and D. L. Rubinfeld. 1998. Econometric Models and Economic Forecasts, Fourth Edition. New York: McGraw Hill.

Goldberger, A. S. 1998. Introductory Econometrics. Cambridge: Harvard University Press.

Levine, David M., Timothy C. Krehbiei, Mark L. Berenson and P. K. Viswanathan. 2009. Business Statistics, Fifth Edition. New Delhi: Pearson Education.

Webster, Allen L. 1998. Applied Statistics for Business and Economics, Third Edition. New Delhi: Tata McGraw-Hill.

## அலகு 4

### மல்டிபிள் லைனர் பின்னடைவு மாதிரி

குறிப்பு

#### கட்டமைப்பு

- 4.0 முன்னுரை
- 4.1 நோக்கங்கள்
- 4.2 மல்டிபிள் லைனர் ரிக்ரஷன் மாடலுக்கான அறிமுகம்
- 4.3 அளவுருக்களின் மதிப்பீடு
  - 4.3.1 எளிய நேரியல் பின்னடைவு - குறைந்த சதுர முறை மாதிரி
  - 4.3.2 பல நேரியல் பின்னடைவு - குறைந்த சதுர முறை
  - 4.3.3 நேரியல் அல்லாத மாதிரி - காஸ்-நியூட்டனின் முறை - குறைந்த சதுர முறை
  - 4.3.4 வளர்ச்சி அளவுருக்களின் மதிப்பீடு
- 4.4 OLS மதிப்பீட்டாளர்களின் பண்புகள்
- 4.5 பொருத்தத்தின் நன்மை
- 4.6 R2 மற்றும் சரிசெய்யப்பட்ட R2
  - 4.6.1 R2 மற்றும் OLS மதிப்பீட்டாளர்களின் முக்கியத்துவம்
  - 4.6.2 சரிசெய்யப்பட்ட R சதுக்கம்
- 4.7 உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சரிபார்க்கும் கேள்விகளின் பதில்கள்
- 4.8 சுருக்கத் தொகுப்பு
- 4.9 முக்கிய வார்த்தைகள்
- 4.10 சுய மதிப்பீட்டு கேள்விகள் மற்றும் பயிற்சிகள்
- 4.11 மேலும் படிக்க

#### 4.0 அறிமுகம்

மல்டிபிள் லீனியர் ரிக்ரஷன் மாடல் என்பது ஒரு லீனியர் மாடலாகும், இது எப்படி என்பதை விவரிக்கிறது  $y$ -மாறி இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்டவற்றுடன் தொடர்புடையது  $x$ -மாறிகள் (அல்லது மாற்றங்கள்  $x$ -மாறிகள்). இந்த அலகில், பல பயனுள்ள சமன்பாடுகளின் உதவியுடன் மாதிரி விளக்கப்பட்டுள்ளது. நேரியல் பின்னடைவு மூலம் நாம் உருவாக்கும் மதிப்பீடுகள் மாறிகளுக்கு இடையேயான உறவை நமக்குத் தருகின்றன. எவ்வாறாயினும், மாறிகளுக்கு இடையேயான நம்பகமான உறவை தானாகக் கொடுக்கிறது. நம்பகமான உறவுகளை உருவாக்க, மதிப்பீட்டாளர்களின் பண்புகளை நாம் அறிந்திருக்க வேண்டும் மற்றும் தரவு பற்றிய சில அடிப்படை அனுமானங்கள் உண்மை என்பதைக் காட்ட வேண்டும். மதிப்பீட்டாளர்கள் தரவுகளின் தொகுப்பிற்கான மதிப்பீட்டு விதிகளை அமைக்க உதவுகிறார்கள். சாதாரண குறைந்த சதுரங்கள் (OLS) முறையில் பயன்படுத்தப்படும் மிகவும் எளிமையான மதிப்பீட்டில் ஒன்று. இந்த பிரிவில், OLS முறையின் மூலம் மக்கள்தொகை பின்னடைவு செயல்பாடு (PRF)

Self-Instructional  
Material

## குறிப்பு

மதிப்பீட்டை மேற்கொள்வோம். கிளாசிக்கல் லீனியர் ரிக்ரஷன் மாதிரியின் அனுமானங்களுடன் OLS இன் நன்மைகள், எண் மற்றும் புள்ளியியல் பண்புகள் ஆகியவற்றைப் படிப்போம்.

அளவுரு மதிப்பீடுகள் (குணக்கீடுகள் என்றும் அழைக்கப்படுகின்றன) கணிப்பாளரின் ஒரு-அலகு மாற்றத்துடன் தொடர்புடைய பதிலின் உருமாற்ற வடிவமாகும், மற்ற அனைத்து முன்னறிவிப்பாளர்களும் நிலையானதாக இருக்கும். அறியப்படாத மாதிரி அளவுருக்கள் குறைந்தபட்ச சதுர மதிப்பீட்டைப் பயன்படுத்தி மதிப்பிடப்படுகின்றன.

ஒரு நல்ல பொருத்தம் சோதனை, பொதுவாக, கவனிக்கப்பட்ட தரவு பொருத்தப்பட்ட (ஊகிக்கப்பட்ட) மாதிரியுடன் எவ்வளவு நன்றாக ஒத்துப்போகிறது என்பதை அளவிடுவது தொடர்பானது. ஒரு நேரியல் பின்னடைவைப் போல, சாராம்சத்தில், நன்மை-பொருத்தம் சோதனையானது கவனிக்கப்பட்ட மதிப்புகளை எதிர்பார்த்த (பொருத்தப்பட்ட அல்லது கணிக்கப்பட்ட) மதிப்புகளுடன் ஒப்பிடுகிறது.

R-சதுரம் உங்கள் சார்ந்த மாறியில் உள்ள மாறுபாட்டின் விகிதத்தை அளவிடுகிறது. (Y) உங்கள் இன்டிபென்டன்ட் மாறிகள்(X) ஒரு நேரியல் பின்னடைவு மாதிரி சரிசெய்யப்பட்ட R-சதுரம் ஆனது இலக்கு மாறியை கணிக்கப் பயன்படுத்தப்படும் சுயாதீன மாறிகளின் எண்ணிக்கையை கணக்கில் எடுத்துக்கொள்கிறது. அவ்வாறு செய்வதன் மூலம், மாடலில் புதிய மாறிகளைச் சேர்ப்பது உண்மையில் மாடல் பொருத்தத்தை அதிகரிக்கிறதா என்பதை நாங்கள் தீர்மானிக்கிறோம்.

இந்த யூனிட்டில், பல நேரியல் பின்னடைவு மாதிரியின் அறிமுகம், அளவுருக்களின் மதிப்பீடு, OLS மதிப்பீட்டாளர்களின் பண்புகள், பொருத்தத்தின் நன்மை, R2 ஆகியவற்றைப் பற்றி நீங்கள் படிப்பீர்கள். மற்றும் சரிசெய்யப்பட்ட R2.

### 4.1 நோக்கங்கள்

இந்த அலகுக்குச் சென்ற பிறகு, உங்களால் முடியும்:

- பல பின்னடைவு மாதிரி பற்றி விளக்குங்கள்
- அளவுருவின் மதிப்பீட்டைப் பற்றி விவாதிக்கவும்
- OLS மதிப்பீட்டாளர்களின் பண்புகளை விளக்கவும்
- பொருத்தத்தின் நன்மையைப் புரிந்து கொள்ளுங்கள்
- R ஐ பகுப்பாய்வு செய்யுங்கள் 2 மற்றும் சரிசெய்யப்பட்ட R2

### 4.2 மல்டிபிள் லைனார் ரெக்ரேஷன் மாடலுக்கான அறிமுகம்

மல்டிபிள் ரிக்ரஷன் மாடலில், எளிய (இரண்டு-மாறி) பின்னடைவு மாதிரியின் நீட்டிப்பு உள்ளது, இது சார்பு மாறியை முறையாகப் பாதிக்கும் கூடுதல் விளக்கக் காரணிகளின் சாத்தியத்தை மேலும் கணக்கில் எடுத்துக்கொள்ளும். கீழே காட்டப்பட்டுள்ளபடி கூடுதல் இரண்டாம் நிலை மாறியைப் பயன்படுத்தும் மூன்று-மாறி மாதிரி என குறிப்பிடப்படும் மாதிரியைப் பயன்படுத்துவதன் மூலம் அவற்றை நீட்டிக்கக்கூடிய மிக எளிய வழி.

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + u$$

(4.1)

மேலே உள்ள, சாய்வு குணகங்கள் ஒவ்வொன்றும் பகுதி வழித்தோன்றல்கள் ஆகும்  $y$  மாறியைப் பொறுத்தவரை  $x$ , அது அவர்களால் பெருக்கப்படுகிறது. அப்படியென்றால்  $x_2$  சரி செய்யப்பட்டது:

$$\beta_1 = \partial y / \partial x_1$$

நீட்டிப்பு பல்லுறுப்புக்கோவை போன்ற நேரியல் அல்லாத உறவுகளைக் கருத்தில் கொள்ள உதவுகிறது  $z$  என்கே

$x_1 = z$  மற்றும்  $x_2 = z^2$ . இங்கே பின்னடைவு நேர்கோட்டில் இருக்கும்  $x_1$  மற்றும்  $x_2$  மற்றும் நேரியல் அல்லாத உள்ளே  $z$ .

$$\partial y / \partial z = \beta_1 + 2\beta_2 z$$

இந்த மாதிரியில், முதன்மை அனுமானம் பிழை செயல்முறையின் சுதந்திரத்தை உள்ளடக்கியது  $u$  மற்றும் ரெக்ரஸர்கள்/விளக்க மாறிகள் இரண்டும்:

$$E(u | x_1, x_2) = 0.$$

(4.2)

பிழை செயல்முறைக்கான பூஜ்ஜிய நிபந்தனை சராசரியை அனுமானிப்பது அதைக் குறிக்கிறது உடன் முறையாக மாறுபடவில்லை அல்லது ஏதேனும் நேரியல் கலவை.

புள்ளியியல் வழியில்,  $u$  விநியோகத்தில் இருந்து சுயாதீனமாக உள்ளது.

$k$  ரிக்ரஸர்களின் சூழலில் இந்த மாதிரியைப் பார்ப்போம். இது பின்வருமாறு இருக்கும்:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k + u$$

(4.3)

$\beta$  இன் விளக்கத்துடன் குணகங்கள் ஒவ்வொன்றிலும் ஒரே மாதிரியாக இருக்கும் ஒரு பகுதி வழித்தோன்றலாக இருப்பது ஓய் மரியாதையுடன்  $x$ ; மற்ற அனைத்தையும் வைத்திருக்கும் நிலையான (செட்டரிஸ் பாரிபஸ்). இங்கே  $u$  கால ஆகும்  $y$  நேரியல் தொடர்பில் இல்லாத முறையற்றது ஏதேனும் கொண்டு. சார்பு மாறி  $y$  உடன் நேரியல் தொடர்புடையதாகக் கருதப்படுகிறது மற்றும் பின்னடைவுகளுக்கு இடையே சரியான நேர்கோட்டு சார்புகள் இல்லாத வரை ஒருவருக்கொருவர் எந்த உறவையும் கொண்டிருக்க முடியும்.

எனவே, சுதந்திர அனுமானம் இருக்கும்:

$$E(u | x_1, x_2, \dots, x_k) = 0.$$

(4.4)

### OLS: இயக்கவியல் மற்றும் விளக்கம்

முன்பு சமன்பாட்டில் (4.1) குறிப்பிடப்பட்ட மூன்று-மாறி மாதிரியுடன் ஆரம்பிக்கலாம்.

மதிப்பிடப்பட்ட OLS சமன்பாடு ஆர்வத்தின் அளவுருக்களைக் கொண்டுள்ளது:

$$\hat{y} = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2$$

4.5

இங்கே, கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள வெளிப்பாட்டைப் பயன்படுத்தி கணக்கிடப்பட்ட OLS எச்சங்களின் அடிப்படையில் சாதாரண குறைந்தபட்ச சதுரங்களின் அளவுகோலை ஒருவர் வரையறுக்கலாம்:

$$\min S = \sum_{i=1}^n (y_i - b_0 - b_1 x_{i1} - b_2 x_{i2})^2$$

(4.6)

## குறிப்பு

## குறிப்பு

இந்த வெளிப்பாட்டின் சிறுமைப்படுத்தல் மூன்று அளவுருக்கள் ஒவ்வொன்றிலும் செய்யப்படுகிறது,  $\{b_0, b_1, b_2\}$ . இருக்கும் போது  $k$  பின்னடைவுகள், இந்த வெளிப்பாடுகள்  $b$  இல் சொற்களைக் கொண்டிருக்கும்  $k(k+1)$  அளவுருக்கள்  $\{b_0, b_1, b_2, b_k\}$  அதனால் இது சாத்தியமாகிறது, மாதிரியிலிருந்து மதிப்பிடப்பட வேண்டிய அளவுருக்களின் எண்ணிக்கையை விட மாதிரி பெரியதாக இருக்க வேண்டும் ( $n > (k+1)$ ).

ஸ்கேலார்  $S$  ஐ அனைத்திற்கும் வேறுபடுத்துவதன் மூலம் நாம் குறைக்கிறோம் புத்திசாலித்தனமாக மாறி, முதல் வரிசை நிபந்தனையை பூஜ்ஜியமாக மாற்றுகிறது. எனவே நாம் பெறுகிறோம்,  $(k+1)$  ஒரே நேரத்தில் சமன்பாடுகள்  $(k+1)$  தெரியாதவை, குறைந்த சதுரங்கள் சாதாரண சமன்பாடுகள் எனப்படும்.

மூன்று-மாறி பின்னடைவு மாதிரியில், சாதாரண சமன்பாடுகளை பின்வருமாறு எழுதலாம்:

$$\begin{aligned}\sum y &= nb_0 + b_1 \sum x_1 + b_2 \sum x_2 \\ \sum x_1 y &= b_0 \sum x_1 + b_1 \sum x_1^2 + b_2 \sum x_1 x_2 \\ \sum x_2 y &= b_0 \sum x_2 + b_1 \sum x_1 x_2 + b_2 \sum x_2^2\end{aligned}$$

4.7

பின்னடைவு மேற்பரப்பு (3-இடைவெளியில்), வழிமுறைகளின் பன்முகத்தன்மையின் வழியாக செல்கிறது என்பதைக் குறிப்பிடுவது போல் முதல் சாதாரண சமன்பாட்டை விளக்குவது சாத்தியமாகும்.

$$\{\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{y}\}.$$

மதிப்பிடப்பட்ட குறைந்தபட்ச சதுர அளவுருக்களுக்கு, சாதாரண இயற்கணித நுட்பங்கள்/நேரியல் இயற்கணிதம் பயன்படுத்தி மேலே உள்ள மூன்று சமன்பாடுகளையும் தனித்தனியாக தீர்க்க முடியும்.

இதுவும் நீடிக்கும்  $k$  பின்னடைவுகள் மற்றும்  $(k+1)$  பின்னடைவு அளவுருக்கள்.

**பொருத்தப்பட்ட மதிப்புகள், எச்சங்கள் மற்றும் அவற்றின் பண்புகள்**

பொருத்தப்பட்ட மதிப்புகள்/கணிக்கப்பட்ட மதிப்புகளைக் கணக்கிட வேண்டும், பிறகு பல பின்னடைவைக் கணக்கிட வேண்டும்.

கவனிப்பு விஷயத்தில்  $i$ , பொருத்தப்பட்ட மதிப்பு இருக்கும்:

$$\hat{y}_i = b_0 + b_1 x_{i1} + b_2 x_{i2} + \dots + b_k x_{ik} \quad (4.8)$$

எஞ்சியிருப்பது வேறுபாடு  $y$  இன் உண்மையான மதிப்பு மற்றும் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள பொருத்தப்பட்ட மதிப்பு:

$$e_i = y_i - \hat{y}_i \quad (4.9)$$

எச்சங்களின் கூட்டுத்தொகை பூஜ்ஜியம். கட்டுமானத்தின் மூலம், அவை ஒவ்வொரு  $x$  மாறிகளுடனும் பூஜ்ஜிய இணைத்தன்மையைக் கொண்டிருக்கின்றன, எனவே பூஜ்ஜிய கோவேரியன்ஸ். சராசரி எச்சம் பூஜ்ஜியமாக இருப்பதால், பின்னடைவு மேற்பரப்பு பலவகையான வழிமுறைகளின் வழியாக செல்லும்:

$$\{\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_k, \bar{y}\}.$$

## குறிப்பு

எளிமையான பின்னடைவு இரண்டு நிகழ்வுகள் உள்ளன  $y$  அன்று  $x_1$  பல பின்னடைவு போன்ற அதே குணகத்தை வழங்குகிறது  $y$  அன்று  $x_1$  மற்றும் அன்று  $x_2$ , மரியாதையுடன்  $x_1$ .

பொதுவாக, எளிய பின்னடைவு குணகம் மற்றும் பல பின்னடைவு குணகம் ஆகியவற்றின் விளைவு சமமாக இருக்காது  $x_2$  எளிய பின்னடைவு மூலம் புறக்கணிக்கப்படுகிறது.

குணகங்கள் சமமாக இருக்கும் போது இரண்டு புள்ளிகளைப் பார்ப்போம்.

- குணகம் போது  $x$  உண்மையில் பூஜ்ஜியம்/மாதிரியில் இல்லை.
- மாதிரிக்குள் இருக்கும் போது  $x$  மற்றும்  $x$  தொடர்பு இல்லை.

சதுரங்களின் அதே மூன்று தொகைகளை (SST, SSE மற்றும் SSR) வரையறுக்க முடியும். பல பின்னடைவில் கூட.  $R_2$  விளக்கப்பட்ட சதுரங்களின் (SSE) மொத்த சதுரங்களின் (SST) விகிதமாகும்.  $y$  க்கும் இடையே உள்ள தொடர்பாகும் ஒரு சதுர எளிய தொடர்பு குணகத்தின் விளக்கத்தை இப்போதும் பெற்றிருந்தாலும், தொடர்பு இப்போது எளிதானது அல்ல.

ஒருபோதும் குறையாது  $R_2$ . பின்னடைவில் ஒரு விளக்க மாறி கூடுதலாக இருந்தால் அது குறையாது. எனவே, அது தன்னிச்சையாக பின்னடைவை அதிகரிக்க வாய்ப்புள்ளது  $R_2$  மாறிகளைச் சேர்ப்பதன் மூலம், முக்கியமில்லாத அத்தகைய மாறிகள் கூட.

ஒரு மாதிரியை தோற்றம் மூலம் பொருத்தலாம், நிலையான சொல்லை அடக்கலாம். ஆனால் அத்தகைய வழக்கில், குறிப்பிடப்பட்ட பல சொத்துக்கள் இருக்காது. எடுத்துக்காட்டாக, குறைந்தபட்ச சதுர எச்சங்களுக்கு பூஜ்ஜிய மாதிரி சராசரி இல்லை (eis) மற்றும் எதிர்மறை சாத்தியம் உள்ளது  $R_2$  இந்த வகை சமன்பாட்டிலிருந்து.

மக்கள் குறுக்கீடு  $\beta_0$  என்பது பூஜ்ஜியத்திற்கு சமமானதல்ல, சார்பு இருக்கும். தோற்றத்தின் மூலம் பின்னடைவு மூலம் கணக்கிடப்படும் சாய்வு குணகங்களில். எனவே, அடிக்கடி, ஒரு இடைமறிப்பு சேர்க்கப்பட்டுள்ளது, மேலும் அது பூஜ்ஜியமாக இருக்க வேண்டுமா என்பதைத் தீர்மானிக்க தரவு அனுமதிக்கப்படுகிறது.

### OLS மதிப்பீட்டாளர்களின் எதிர்பார்க்கப்படும் மதிப்பு

மக்கள்தொகை பின்னடைவு செயல்பாட்டின் பல்வேறு அளவுருக்களுடன் தொடர்புடைய OLS மதிப்பீட்டாளர்களின் புள்ளிவிவர பண்புகளைப் பார்ப்போம். (4.3) இல் மக்கள்தொகை மாதிரி காட்டப்பட்டுள்ளது.

மாதிரியின் மாறிகளின் அடிப்படையில் அளவு  $n$  இன் சீரற்ற மாதிரி இருப்பதைக் கவனியுங்கள். பிழை செயல்முறை தொடர்பான அனுமானத்திற்கான பன்முக அனலாக்:

$$E(u | x_1, x_2, \dots, x_k) = 0 \quad (4.10)$$

விநியோகங்களில் இருந்து சுயாதீனமாக பிழை செயல்முறையை எடுத்துக்கொள்கிறது. மாதிரியின் தவறான விவரக்குறிப்பு இருந்தால், அத்தகைய அனுமானம் செல்லுபடியாகாது.

மாதிரியுடன் இணைக்கப்பட வேண்டிய முக்கியமான தனி காரணி இருந்தால் ஒரு சார்பு இருக்கும். அந்த காரணி சேர்க்கப்பட்ட பின்னடைவுகளுடன் தொடர்புடையதாக இருந்தால், அவற்றின் குணகங்களில் ஒரு சார்பு இருக்கும்.

அவற்றின் அளவிடப்பட்ட மதிப்புகளைப் பொறுத்து, பல சுயாதீன மாறிகளைக் கொண்ட பல பின்னடைவுக்கான கூடுதல் அனுமானத்தை

## குறிப்பு

உருவாக்க வேண்டிய அவசியம் உள்ளது. இந்தச் சூழலில் இரண்டு முன்மொழிவுகளைப் பார்ப்போம்.

### முதல் முன்மொழிவு

மாதிரியைப் பொறுத்தவரை, எந்த ஒரு சார்பற்ற  $x$  மாறியும் மற்றவற்றின் (1s இன் திசையன் உட்பட) சரியான நேரியல் உறவாக வெளிப்படுத்தப்படக்கூடாது.

நிலையான காலத்தைக் கொண்ட ஒவ்வொரு பல பின்னடைவும் ஒரு மாறி கொண்டதாக எடுத்துக்கொள்ளப்படும் இந்த முன்மொழிவின் படி, மற்ற அனைத்து விளக்க மாறிகளும் பூஜ்ஜியமற்ற மாதிரி மாறுபாட்டைக் கொண்டிருக்க வேண்டும். முன்மொழிவு மேலும் குறிப்பிடுகிறது. மாதிரிக்குள் எந்த ஒரு முழுமையான கோலினியரிட்டி அல்லது பலகோலினியரிட்டி இல்லை. ஒரு  $x$  மற்ற  $x$  மாறிகளின் நேரியல் கலவையாக வெளிப்படுத்தப்பட்டால், இந்த அனுமானத்தின் மீறல் இருக்கும். ரிக்ரஸ்ர் மேட்ரிக்ஸில் சரியான இணைத்தன்மை இருந்தால், OLS மதிப்பீடுகளை கணக்கிட முடியாது; கணித ரீதியாக, அவை இல்லை.

மல்டிபிள் ரிக்ரேஷனில் சேர்க்கப்படும் ஒவ்வொரு ரிக்ரஸரும் விளிம்பில் தகவல் இருக்க வேண்டும். இது பற்றி முன்னர் அறியப்படாத சில தகவல்களை வழங்க வேண்டும்  $y$ .

இந்தக் குறிப்பிட்ட முன்மொழிவு மக்கள்தொகை மாதிரியைப் பற்றிய அனுமானம் அல்ல, மாறாக மாதிரித் தரவு பயன்படுத்தப்படுவதன் உட்குறிப்பு என்பதைப் புரிந்துகொள்வது அவசியம். மேலும், இது விளக்க மாறிகள் இடையே நேரியல் உறவுகளின் விஷயத்தில் மட்டுமே செல்லுபடியாகும்.

நான்கு அனுமானங்களின் அடிப்படையில் (சரியான தொடர்பு இல்லாதது,  $u$  செயல்முறையின் பூஜ்ஜிய நிபந்தனை சராசரி, சீரற்ற மாதிரி மற்றும் மக்கள்தொகை மாதிரி), மக்கள் தொகை அளவுருக்களின் OLS மதிப்பீட்டில் எந்த சார்பும் இல்லை என்பதைக் காட்ட முடியும்.

$$E b_j = \beta_j, j = 0, \dots, k \quad (4.11)$$

பொருத்தமற்ற விளக்க மாறிகளைச் சேர்த்து மாதிரி தவறாகக் குறிப்பிடப்பட்டாலும் அது மதிப்பீடுகளுக்கு தீங்கு விளைவிக்காது. அனைத்து குணகங்களுக்கும், மக்கள்தொகையில் பூஜ்ஜியமாக இருக்கும் மாறிகளின் குணகங்களுக்கும் பின்னடைவு மூலம் பக்கச்சார்பற்ற மதிப்பீடுகள் கிடைக்கும். இத்தகைய மாறிகளை அகற்றுவதன் மூலம் மேலும் முன்னேற்றத்தை அடைய முடியும், ஏனெனில் பின்னடைவில் அவற்றைச் சேர்ப்பது சுதந்திரத்தின் அளவைப் பயன்படுத்துகிறது.

சில தொடர்புடைய விளக்க மாறிகள் விலக்கப்பட்டதன் காரணமாக மாதிரி குறைவாக குறிப்பிடப்பட்டால், ஒரு சிக்கல் ஏற்படும். அது எவ்வளவு தீவிரமானது என்று பார்ப்போம்.

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள மக்கள்தொகை மாதிரியைக் கவனியுங்கள்:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + u \quad (4.12)$$

இதில் முக்கியத்துவத்தை நாம் கவனிக்கவில்லை  $x_2$ , மற்றும் உறவைப் பாருங்கள்

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + u \quad (4.13)$$

பின்வருவனவற்றின் விளைவுகள் என்னவாக இருக்கும் என்பதைக் காட்டுகிறது:



$$Eb_1 = \beta_1 + \beta_2 \frac{\sum_{i=1}^n (x_{i1} - \bar{x}_1) x_{i2}}{\sum_{i=1}^n (x_{i1} - \bar{x}_1)^2} \quad (4.14)$$

இது OLS குணகம்  $b_1$  ஐ ஏற்படுத்தும் 1 இரண்டாவது போது ஒரு சார்பு ஆக காலம் உள்ளது. எப்பொழுது  $\cdot 2$  பூஜ்ஜியமற்றது (அனுமானத்தின்படி) மற்றும் பின்னம் பூஜ்ஜியமற்றது, காலமும் பூஜ்ஜியமற்றதாக இருக்கும். பின்னமானது துணை பின்னடைவில் ஒரு எளிய பின்னடைவு குணகத்தை விட அதிகமாக இல்லை  $x_2$  அன்று  $x_1$ . பின்னடைவுகள் ஒன்றோடொன்று தொடர்புபடுத்தப்பட்டால், அதன் பின்னடைவு குணகம் பூஜ்ஜியமாகாது, அதன் அளவு தொடர்புகளின் வலிமையுடன் (மற்றும் மாறிகளின் அலகுகள்) தொடர்புடையது.

துணை பின்னடைவை பின்வருமாறு கருதுங்கள்:

$$x_1 = d_0 + d_1 x_2 + u \quad (4.15)$$

எங்கே  $\sigma^2 > 0$ ; இது செய்கிறது  $x_1$  மற்றும்  $x_2$  கண்டிப்பாக தொடர்புடையது. பின்னர் சார்பு பின்வருமாறு சித்தரிக்கப்படலாம்:

$$Eb_1 - \beta_1 = \beta_2 d_1 \quad (4.16)$$

அதன் அளவு மற்றும் அடையாளம் ஆகியவற்றுக்கு இடையேயான உறவைச் சார்ந்தது  $y$  மற்றும்  $x_2$  அத்துடன் விளக்க மாறிகள் இடையே உள்ள தொடர்பு. அத்தகைய உறவு இல்லை என்றால், ஒரு பாரபட்சமற்ற உறவு இருக்கும்  $b_1$ . இருப்பினும், மற்ற எல்லா நிகழ்வுகளிலும், குறைவாகக் குறிப்பிடப்பட்ட மாதிரியின் மதிப்பீட்டில் சார்பு இருக்கும். சமன்பாட்டில் (4.16), இடது பக்கம் நேர்மறையாக இருந்தால்,  $b_1$  ஒரு மேல்நோக்கிய சார்பு கொண்டதாக எடுத்துக் கொள்ளப்படும் மற்றும் மிகப் பெரிய OLS இருக்கும். இடது பக்கம் எதிர்மறையாக இருந்தால், கீழ்நோக்கிய சார்பு இருக்கும். மக்கள்தொகை குணகத்தை விட OLS குணகம் பூஜ்ஜியத்திற்கு அருகில் இருந்தால், அது குறைவடைந்ததாக அல்லது 'பூஜ்ஜியத்தை நோக்கிய சார்புடையதாக' கருதப்படும்.

சாத்தியமான சார்பு பல பின்னடைவுடன் மதிப்பிடுவது கடினம், இதில் மக்கள்தொகை உறவு அடங்கும் கே குறிப்பிட்டவை மட்டுமே சேர்க்கப்பட்டுள்ள மாறிகள், போன்றவை  $k-1$ .

பொதுவாக, குறிப்பிடப்படாத மாதிரியின் ஒவ்வொரு OLS குணகமும் அத்தகைய சூழ்நிலையில் சார்புநிலையைக் காண்பிக்கும், தவிர்க்கப்பட்ட மாறியானது சேர்க்கப்பட்ட ஒவ்வொரு பின்னடைவோடு தொடர்பற்றது. பொதுவாக, ஒரு விதியாக, விவரக்குறிப்புப் பிழையின் சமச்சீரற்ற தன்மை நீக்கப்படலாம்.

### OLS மதிப்பீட்டாளர்களின் மாறுபாடு

ஹோமோஸ்கெடாஸ்டிசிட்டியின் அனுமானம் இங்கே உள்ளது  $k$ -மாறி பின்னடைவு மாதிரி:

$$Var(u | x_1, x_2, \dots, x_k) = \sigma^2 \quad (4.17)$$

அனுமானம் திருப்திகரமாக இருந்தால், விளக்க மாறிகளின் ஒவ்வொரு கலவையிலும் பிழை மாறுபாடு சரியாக இருக்கும். அது திருப்தியடையவில்லை என்றால் (மீறப்பட்டால்), பிழைகள் பன்முகத்தன்மை கொண்டவை என்று கருதப்படுகிறது. OLS மதிப்பீடுகள் இன்னும்

### குறிப்பு

## குறிப்பு

பக்கச்சார்பற்றதாக இருக்கும் போது, அவற்றின் மாறுபாடுகளின் மதிப்பீடுகள் இருக்காது. முந்தைய நான்கு அனுமானங்கள் மற்றும் இந்தக் குறிப்பிட்ட ஒன்றின் வெளிச்சத்தில், OLS சாய்வு மதிப்பீட்டாளர்களின் மாதிரி மாறுபாடுகள்/துல்லியத்தைப் பெறுவது சாத்தியம்:

$$Var(b_j) = \frac{\sigma^2}{SST_j(1 - R_j^2)}, j = 1, \dots, k \quad (4.18)$$

இல் (4.18), SST மொத்த மாறுபாடு ஆகும் x அதன் சராசரி பற்றி, என்பது R<sup>2</sup> பின்னடைவில் இருந்து ஒரு துணை பின்னடைவில் இருந்து x<sub>j</sub> மற்ற அனைத்து x மாறிகளிலும், உட்பட நிலையான கால. இது எளிய பின்னடைவுக்குப் பொருந்தும் சூத்திரம். ஒரு குறிப்பிட்ட OLS சாய்வு மதிப்பீடு மிகவும் துல்லியமாக இருக்க, தொடர்புடைய x மாறியின் மாறுபாட்டில் அதிகரிப்பு இருக்க வேண்டும், அது பெரியதாக இருக்கும்.

சரியான ஒற்றுமை இருக்கும்போது, மாதிரி மாறுபாடு முடிவிலிக்கு செல்கிறது. ஒரு வேளை மிகவும் சிறியது, சமன்பாட்டை நோக்கி இந்த மாறி மூலம் பெரிய விளிம்பு பங்களிப்புகள் செய்யப்படுகின்றன, மேலும் இது ஒப்பீட்டளவில் அதிகமாக கணக்கிட உதவும்.

அதன் குணகத்தின் துல்லியமான மதிப்பீடு. ஒரு வேளை மாறாக பெரியது, குணகத்தின் துல்லியம் குறைவாகவே இருக்கும், ஏனெனில் மாறியின் விளைவைப் பகுதியளவு வெளியேற்றுவது எளிதல்ல j அன்று y மற்ற விளக்க மாறிகளின் விளைவுகளிலிருந்து. ஆனாலும் அதை அனுமானித்துக் கொள்ள வேண்டும்

சரியான கோலினியரிட்டி இல்லை என்று தடுக்கவில்லை ஒற்றுமைக்கு நெருக்கமாக இருந்து. இது ஒற்றுமையை விட குறைவானது என்று குறிப்பிடுகிறது. (18) செயல்பட, அறியப்படாத மக்கள் தொகை அளவுரு • 2 நிலையான மதிப்பீட்டில் மாற்றப்பட வேண்டும்:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{(n - (k + 1))} = \frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{(n - k - 1)} \quad (4.19)$$

மேற்கூறியவற்றில், எண் வெறும் SSR, மற்றும் வகுத்தல் என்பது மாதிரி அளவு, மதிப்பிடப்பட்ட அளவுருக்களின் எண்ணிக்கை குறைவாக உள்ளது: மாறிலி மற்றும் கே சரிவுகள்.

கூடுதல் சாய்வு அளவுருக்கள் கணக்கில் எடுத்துக்கொள்ளப்பட வேண்டும். இது கணிக்க இயலாது என்பதைக் குறிக்கிறது k- குறைந்தபட்ச அளவு மாதிரி இல்லாத மாறி பின்னடைவு மாதிரி (k+1). பல பின்னடைவுக்கு, சுதந்திரத்தின் அளவுகள் k சரிவுகள் மற்றும் ஒரு இடைமறிப்புடன் நேர்மறையாக இருக்கும், n > (K + 1).

நேர்மறை வர்க்கமூலம் S<sub>2</sub> பின்னடைவின் நிலையான பிழை (SER) என்று அழைக்கப்படுகிறது. SER இன் அலகுகள் சார்பு மாறியைப் போலவே இருக்கும். இது OLS குணகங்களின் மதிப்பிடப்பட்ட நிலையான பிழைகளின் எண்ணிக்கையாகும். பெரும்பாலும், SER இன் அளவு, தரவை விளக்குவதற்கான பின்னடைவின் திறனைத் தீர்மானிக்க சார்பு மாறியின் சராசரியுடன் ஒப்பிடப்படுகிறது.

ஹீட்டோரோஸ்கெடாஸ்டிசிட்டி இருக்கும் போது, மதிப்பீடு S<sub>2</sub> மேலே காட்டப்பட்டுள்ளபடி, பாரபட்சமாக உள்ளது. இதேபோல், குணகங்களின் நிலையான பிழைகளின் மதிப்பீடுகளில் ஒரு சார்பு இருக்கும், ஏனெனில் அவை சார்ந்து இருக்கும் S<sub>2</sub>.

எடுத்துக்காட்டு 4.1: மாதிரியில் பின்வரும் தகவல்கள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன:  
 $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + u_i$

Total

$x_i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	55
$y_i$	3.50	1.22	5.86	5.20	10.10	2.38	1.77	11.16	2.71	4.20	48.1

உறவை மதிப்பிடுவதற்கான தரவுகளுக்கு OLS ஐப் பயன்படுத்துவதன் முடிவைப் படிக்கவும்.

**Solution:**

$x$	$y_i$	$\Sigma x_i^2$	$\Sigma y_i^2$	$x_i - \bar{x}$ $x_i$	$x_i^2$ $(x_i - \bar{x})^2$	$y_i$ $y_i - \bar{y}$	$y_i^2$	$x y_i$
1	3.50	1	12.25	-4.5	20.25	-1.31	1.716	+5.895
2	1.22	4	1.49	-3.5	12.25	-3.59	12.898	+12.565
3	5.86	9	34.34	-2.5	6.25	+1.05	1.103	-2.625
4	5.20	16	27.04	-1.5	2.25	+0.39	0.152	-0.585
5	10.10	25	102.01	-0.5	0.25	5.29	27.984	-2.645
6	2.38	36	5.664	-1.5	0.25	-2.43	5.905	-1.215
7	1.77	49	3.133	1.5	2.25	-3.04	9.242	-4.56
8	11.16	64	124.546	2.5	6.25	6.35	40.323	+15.875
9	2.71	81	7.344	3.5	12.25	-2.1	4.41	-7.35
10	4.20	100	17.64	4.5	20.25	-0.61	0.372	-2.745
55	48.1	385	335.4		82.50		104.095	+34.335
							<u>-21.725</u>	
								+12.61

$$\bar{x} = \frac{55}{10} \quad \bar{y} = \frac{48.1}{10} \quad \Sigma x_i = 385 \quad \Sigma x_i y_i = 12.62 \quad \Sigma y_i^2 = 104.095$$

$$\bar{x} = 5.5 \quad \bar{y} = 4.81 \quad \Sigma y_i = 335.455 \quad \Sigma x_i^2 = 82.50$$

$$\beta_1 = \frac{\Sigma x_i y_i}{\Sigma x_i^2} = \frac{12.62}{82.5} = 0.1529 \text{ or } .153$$

$$\begin{aligned} \beta_0 &= \bar{y} - \beta_1 \bar{x} \\ &= 4.81 - (.153)(5.5) \\ &= 4.81 - .8415 \\ &= 3.9685 \text{ or } 3.969 \end{aligned}$$

Therefore  $y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + y$

எடுத்துக்காட்டு 4.2: பின்வரும் அட்டவணையில் ஆடைகளுக்கான செலவுகள் பற்றிய அவதானிப்புகள் உள்ளன. (y) மொத்த செலவு ( $x_2$ ) மற்றும் ஆடை விலை ( $x_3$ ) நாங்கள் அங்குள்ள அவதானிப்புகளுக்கு ஒரு நேரியல் பின்னடைவை பொருத்துகிறோம் மற்றும் பொருத்தத்தின் ஒட்டுமொத்த நன்மையை சோதிக்கிறோம். ( $R_2$ ) அத்துடன் புள்ளிவிவரம் மதிப்பீடுகளின் நம்பகத்தன்மை  $\beta_2$  மற்றும்  $\beta_3$ .

குறிப்பு

குறிப்பு

அட்டவணை 4.1

$n$	$y$ Expon Clothing	Total Expenditure $x_2$	Price of Clothing $x_3$
1	3.5	15	16.0
2	4.3	20	13.0
3	5.0	30	10.0
4	6.0	42	7.0
5	7.0	50	7.0
6	9.0	54	5.0
7	8.0	65	4.0
8	10.0	72	3.0
9	12.0	85	3.5
10	14.0	90	2.0
Total	78.8	523	70.5

**Solution:**

$$y_i = \beta + \beta_2 x_{2i} + \beta_3 x_{3i} + u_i$$

$$\beta_1 = \bar{y} - \beta_2 \bar{x}_2 + \beta_3 \bar{x}_3$$

$$\beta_2 = \frac{\sum x_3 y \cdot \sum x_3^2 - \sum x_2 x_3 \cdot \sum x_3 y}{\sum x_2^2 \sum x_3^2 - (\sum x_2 x_3)^2}$$

$$\beta_3 = \frac{\sum x_3 y \cdot \sum x_2^2 - \sum x_2 x_3 \cdot \sum x_2 y}{\sum x_2^2 \sum x_3^2 - (\sum x_2 x_3)^2}$$

$n$	$y_i$	$x_2$	$x_3$	$y_i - \bar{y}$	$y_i^2$ $(y_i - \bar{y})^2$	$x_{2i}$ $(x_2 - \bar{x}_2)$	$x_2^2$	$x_3$ $(x_3 - \bar{x}_3)$	$x_3^2$	$y_i x_2$	$y_i x_3$	$x_2 x_3$
1	3.5	15	16.0	-4.38	19.18	-37.3	1391.29	8.95	80.10	163.37	-39.20	-333.83
2	4.3	20	13.0	-3.58	12.81	-32.3	1043.29	5.95	35.40	115.63	-21.30	-192.18
3	5.0	30	10.0	-2.88	8.29	-22.3	497.29	2.95	8.70	64.22	-8.49	-65.78
4	6.0	42	7.0	-1.88	3.53	-10.3	106.09	-0.05	0	19.36	0.09	0.51
5	7.0	50	7.0	-0.88	0.77	-2.3	5.29	-0.05	0	2.02	0.04	0.11
6	9.0	54	5.0	+1.12	1.25	1.7	2.89	-2.05	4.20	1.90	-2.29	-3.48
7	8.0	65	4.0	0.12	.01	12.7	161.29	-3.05	9.30	1.52	-0.36	-38.73
8	10.0	72	3.0	2.12	4.49	19.7	388.09	-4.05	16.40	41.76	-8.58	-79.78
9	12.0	85	3.5	4.12	16.97	32.7	1069.29	-3.55	12.60	134.72	-14.62	-116.08
10	14.0	90	2.0	6.12	37.45	37.7	1421.29	-5.05	25.50	230.72	-30.90	-190.38
78.8 523 70.5 0 104.75 0 6086.10 0 192.00 775.22(-)125.60(-)1019.62												
				$\sum y_i^2$	$\sum x_2$	$\sum x_{2i}^2$	$\sum x_{3i}$	$\sum x_{3i}^2$	$\sum y_i x_{2i}$	$\sum y_i x_{3i}$	$\sum y_{2i} x_{3i}$	

$$\bar{y} = 78.8/10 \quad \bar{x}_2 = 523/10 \quad \bar{x}_3 = 70.5/10 \quad \Sigma y_i^2 = 104.75 \quad \Sigma x_{2i}^2 = 6085.10$$

$$\bar{y} = 7.88 \quad \bar{x}_2 = 52.3 \quad 7.05 \quad \Sigma y_i x_2 = 775.22 \quad \Sigma y_i x_3 = -125.6$$

$$\Sigma x_{3i}^2 = 192.20$$

$$\Sigma x_2 x_3 = -1019.62$$

$$\beta_2 = \frac{\Sigma x_2 y \cdot \Sigma x_3^2 - \Sigma x_2 x_3 \cdot \Sigma x_3 y}{\Sigma x_2^2 \Sigma x_3^2 - (\Sigma x_2 x_3)^2}$$

$$= \frac{(775.22)(192.2) - (-1019.62)(-125.60)}{(6086.1)(192.2) - (-1019.62)^2}$$

$$= \frac{148997.284 - (+128064.272)}{1169748.42 - 1039624.94}$$

$$= \frac{20933.012}{130123.48} = .1608$$

$$\beta_3 = \frac{\Sigma x_3 y_i \cdot \Sigma x_2^2 - \Sigma x_2 x_3 \cdot \Sigma x_2 y}{\Sigma x_2^2 \Sigma x_3^2 - (\Sigma x_2 x_3)^2}$$

$$= \frac{(-125.6)(6086.1) - (-1019.62)(775.22)}{(6036.1)(192.2) - (-1019.62)^2}$$

$$= \frac{-764414.6 - (-790429.816)}{1169748.42 - 1039624.94}$$

$$= \frac{26015.6564}{130123.48} = 0.1999$$

$$\beta_1 = y - \beta_2 \bar{x}_2 - \beta_3 \bar{x}_3$$

$$\beta_1 = 7.88 - (.1608)(52.3) - (.200)(7.05)$$

$$= 7.88 - 8.4098 - 1.41$$

$$= -1.9398 \text{ or } -1.94$$

$$R^2 = \frac{\beta_2 \Sigma x_i y_i + \beta_3 \Sigma x_3 y_i}{\Sigma y_i}$$

$$= \frac{(.1608)(775.22) + (.200)(-125.60)}{104.75}$$

$$= \frac{124.655 + (-25.12)}{104.75}$$

$$= \frac{99.535}{104.75} = .95$$

$$R^2 = .95 \text{ or}$$

$$R^2 = \frac{Ess}{Tss} = 1 - \frac{\Sigma e_i^2}{\Sigma y_i^2}$$

(iii)  $\beta_2$  இன் நிலையான பிழையை மதிப்பிடுவதற்கு  $\sigma^2$

குறிப்பு

குறிப்பு

$$\sigma_u^2 = \frac{\sum e_i^2}{n-2}$$

$$\sum e_i^2 = \sum y_i^2 (1 - R^2)$$

$$\begin{aligned}\sum e_i^2 &= 104.75 (1 - .95) \\ &= 104.75(.05) \\ &= 5.23\end{aligned}$$

Therefore

$$\sigma_u^2 = \frac{\sum e_i^2}{n-2} = \frac{5.23}{10-3} = \frac{5.23}{7} = .74$$

$$\begin{aligned}\text{Var}(\beta_2) &= \frac{\delta_u^2 \sum x_3^2}{\sum x_2^2 \sum x_3^2 - (\sum x_2 x_3)^2} = \frac{(.74)(192.2)}{(6068.1)(192.2) - (-1019.62)^2} \\ &= \frac{142.228}{130123.48} = .0011\end{aligned}$$

$$V \text{ SE}(\beta_2) \sqrt{\text{Var}\beta_2} = \sqrt{.0011} = .03306 \text{ or } 0.331$$

$$\begin{aligned}\text{Var} \beta_3 &= \frac{\delta_u^2 \sum x_2^2}{\sum x_2^2 \sum x_3^2 - (\sum x_2 x_3)^2} = \frac{(.74)6086.1}{(6068.1)(192.2) - (-1019.62)^2} \\ &= \frac{4503.714}{130123.48} = .0346\end{aligned}$$

$$\text{SE}(\beta_3) = \sqrt{\text{Var}\beta_3} = \sqrt{.0346} = .186$$

#### 4.3 அளவுருக்களின் மதிப்பீடு

பொருளாதார, சமூக மற்றும் அறிவியல் மாறிகள் பெரும்பாலும் நேரியல் தொடர்புகளால் இணைக்கப்பட்டிருக்கும், மாதிரியானது அளவுருக்களில் நேரியல் என்று அனுமானிக்கப்படுகிறது. பொருளாதார அளவியல் மற்றும் புள்ளியியல் மாதலிங் துறையில், பின்னடைவு பகுப்பாய்வு என்பது மாறிகள் இடையே இருக்கும் செயல்பாட்டு உறவைக் கண்டறிவதற்கான ஒரு கருத்தியல் செயல்முறையாகும்.

பங்கு மதிப்பீட்டில் பயன்படுத்தப்படும் பல மாதிரிகள் பகுப்பாய்வு செய்யப்பட்டன, அந்தந்த அளவுருக்கள் வரையறுக்கப்பட்டுள்ளன. தொடர்புடைய பயிற்சிகளில், அளவுருக்களின் மதிப்புகளை மதிப்பிட வேண்டிய அவசியமில்லை, ஏனெனில் அவை வழங்கப்பட்டன. இந்த பிரிவில், அளவுருக்களை மதிப்பிடுவதற்கான பல முறைகள் பகுப்பாய்வு செய்யப்படும். அளவுருக்களை மதிப்பிடுவதற்கு, மாதிரிக் கோட்பாடு மற்றும் புள்ளிவிவர அனுமானத்தை அறிந்து கொள்வது அவசியம்.

இந்த கையேடு அளவுருக்களின் மதிப்பீட்டில் பொதுவாகப் பயன்படுத்தப்படும் பொதுவான முறைகளில் ஒன்றைப் பயன்படுத்தும் - குறைந்தபட்ச சதுர முறை. பல சந்தர்ப்பங்களில், இந்த முறை மீண்டும் செயல்படும் செயல்முறைகளைப் பயன்படுத்துகிறது, இது ஆரம்ப மதிப்புகளை ஏற்றுக்கொள்ள வேண்டும். எனவே, குறிப்பிட்ட முறைகளும்

## குறிப்பு

வழங்கப்படும், இது அளவுருக்களின் உண்மையான மதிப்புகளுக்கு நெருக்கமான மதிப்பீடுகளைப் பெறுகிறது. பல சூழ்நிலைகளில், இந்த ஆரம்ப மதிப்பீடுகள் நடைமுறை ஆர்வத்தையும் கொண்டுள்ளன. இந்த முறைகள் வளர்ச்சி அளவுருக்கள் மற்றும் SR பங்கு-ஆட்சேர்ப்பு உறவுகளின் மதிப்பீட்டின் மூலம் விளக்கப்படும்.

குறைந்தபட்ச சதுரங்கள் முறை எளிய நேரியல் பின்னடைவு, பல நேரியல் மாதிரி மற்றும் நேரியல் அல்லாத மாதிரிகள் (காஸ்- நியூட்டனின் முறை) வடிவங்களின் கீழ் வழங்கப்படுகிறது.

### 4.3.1 எளிய நேரியல் பின்னடைவு - குறைந்த சதுர முறை மாதிரி

பின்வரும் மாறிகள் மற்றும் அளவுருக்களைக் கவனியுங்கள்:

பதில் அல்லது சார்பு மாறி = Y

துணை அல்லது சுயாதீன மாறி = X

அளவுருக்கள் = A, B

பதில் மாறி  $Y = A + BX$  அளவுருக்களுடன் நேரியல் உள்ளது

#### நோக்கம்

SLR இன் கீழ் LSM முறையின் நோக்கம், கவனிக்கப்பட்ட ஜோடி மதிப்புகள் மற்றும் ஒரு குறிப்பிட்ட அளவுகோல் செயல்பாட்டைப் பயன்படுத்துவதன் அடிப்படையில் மாதிரியின் அளவுருக்களை மதிப்பிடுவதாகும். பதில் மாறியின், அதாவது:

கவனிக்கப்பட்ட மதிப்புகள்-  $x_i$  மற்றும்  $y_i$  ஒவ்வொரு ஜோடிக்கும்  $i$ ,  $i=1,2,..., i...$  என்

மதிப்பிடப்பட வேண்டிய மதிப்புகள் A மற்றும் B மற்றும்  $(Y_1, Y_2, Y_i, Y_n)$  அதற்காக n கவனிக்கப்பட்ட ஜோடி மதிப்புகள் பொருள் செயல்பாடு (அல்லது அளவுகோல் செயல்பாடு)

Estimates values:  $\hat{A}$  and  $\hat{B}$  (or  $a$  and  $b$ ) and  $(\hat{Y}_1, \hat{Y}_2, ..., \hat{Y}_i, ..., \hat{Y}_n)$

Object function (or criterium function)

$$\Phi = \sum_{i=1}^n (y_i - Y_i)^2$$

#### மதிப்பீட்டு முறை

குறைந்த சதுரங்கள் முறையில் மதிப்பீட்டாளர்கள் என்பது பொருளின் செயல்பாட்டைக் குறைக்கும் A மற்றும் B இன் மதிப்புகள் ஆகும். எனவே, ஒருவர்  $\Phi/A$  e  $\Phi/B$ , ஆகிய வழித்தோன்றல்களைக் கணக்கிட்டு, அவற்றை பூஜ்ஜியத்திற்கு சமன் செய்து, A மற்றும் B இல் உள்ள சமன்பாடுகளின் அமைப்பைத் தீர்க்க வேண்டும்.

அமைப்பின் தீர்வை பின்வருமாறு வழங்கலாம்:

$$\begin{aligned} \bar{x} &= (1/n) \cdot \sum x & \bar{y} &= (1/n) \cdot \sum y \\ S_{xx} &= \sum (x - \bar{x})(x - \bar{x}) & S_{xy} &= \sum (x - \bar{x})(y - \bar{y}) \\ b &= S_{xy}/S_{xx} & a &= \bar{y} - b \cdot \bar{x} \end{aligned}$$

கவனிக்கப்பட்ட மதிப்புகள்  $y$ , X இன் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட மதிப்புகளின் அதே தொகுப்பிற்கு, சேகரிக்கப்பட்ட மாதிரியைப் பொறுத்தது.



## குறிப்பு

இந்த காரணத்திற்காக, எளிய நேரியல் பின்னடைவின் சிக்கல் பொதுவாக வடிவத்தில் வழங்கப்படுகிறது:

$$y = A + BX + \epsilon$$

$\epsilon$  என்பது ஒரு சீரற்ற மாறி எதிர்பார்க்கப்படும் மதிப்பு பூஜ்ஜியத்திற்கு சமம் மற்றும் மாறுபாடு  $\sigma$ க்கு சமம்.

எனவே,  $y$  இன் எதிர்பார்க்கப்படும் மதிப்பு  $\hat{y}$  அல்லது  $A + BX$  ஆக இருக்கும் மற்றும்  $y$  இன் மாறுபாடு  $\epsilon$  இன் மாறுபாட்டிற்கு சமமாக இருக்கும்.

விலகல் மற்றும் எச்சம் என்ற சொற்கள் பின்வரும் வழிகளில் பயன்படுத்தப்படும்:

விலகல் என்பது  $y$  இடையே உள்ள வேறுபாடு கவனிக்கப்பட்டது

மற்றும் ஓய் அர்த்தம் ( $\bar{y}$ ), அதாவது விலகல்

$$= (y - \bar{y})$$

எச்சம் என்பது  $y$  இடையே உள்ள வித்தியாசம் கவனிக்கப்பட்டது

மற்றும் ஓய் மதிப்பிடப்பட்டது ( $\hat{y}$ ), அதாவது, எஞ்சியவை

$$= y - \hat{y}$$

கவனிக்கப்பட்ட தரவுகளுடன் மாதிரியின் சரிசெய்தலை பகுப்பாய்வு செய்ய, பின்வரும் பண்புகளை கருத்தில் கொள்வது அவசியம்:

### எச்சங்களின் சதுரங்களின் கூட்டுத்தொகை

$$SQ_{\text{residual}} = \sum (y - \hat{y})^2$$

இந்த அளவு மாதிரியின் மறுமொழி மாறியின் மதிப்பிடப்பட்ட மதிப்புகள் தொடர்பாக கவனிக்கப்பட்ட மதிப்புகளின் எஞ்சிய மாறுபாட்டைக் குறிக்கிறது, இது மாதிரியால் விளக்கப்படாத கவனிக்கப்பட்ட மதிப்புகளின் மாறுபாடாகக் கருதப்படலாம்.

மாதிரியின் பதில் மாறியின் மதிப்பிடப்பட்ட மதிப்புகளின் விலகல்களின் சதுரங்களின் கூட்டுத்தொகை

$$SQ_{\text{model}} = \sum (\hat{y} - \bar{y})^2$$

இந்த அளவு, மாதிரியின் மறுமொழி மாறியின் மதிப்பிடப்பட்ட மதிப்புகளின் மாறுபாட்டைக் குறிக்கிறது. மாறுபாடு மாதிரியால் விளக்கப்பட்ட பதில் மாறியின்.

கவனிக்கப்பட்ட மதிப்புகளின் விலகல்களின் சதுரங்களின் மொத்தத் தொகைக்கு சமம்

$$SQ_{\text{residual}} = \sum (y - \bar{y})^2$$

இந்த அளவு சராசரியுடன் தொடர்புடைய கவனிக்கப்பட்ட மதிப்புகளின் மொத்த மாறுபாட்டைக் குறிக்கிறது

பின்வரும் தொடர்பைச் சரிபார்ப்பது எளிது:

$$SQ_{\text{மொத்தம்}} = SQ_{\text{மாதிரி}} + SQ_{\text{எஞ்சியவை அல்லது}}$$

அல்லது



$$SQ_{Total} = SQ_{Model} + SQ_{Residual}$$

Or

$$1 = \frac{SQ_{model}}{SQ_{total}} + \frac{SQ_{residual}}{SQ_{total}}$$

Or

$$1 = r^2 + (1 - r^2)$$

அதேசமயம்:  $r^2$  (தீர்மானத்தின் குணகம்) என்பது மாதிரியால் விளக்கப்பட்ட மொத்த மாறுபாட்டின் சதவீதம் மற்றும்

$1-r^2$  மாதிரியால் விளக்கப்படாத மொத்த மாறுபாட்டின் சதவீதம்.

#### 4.3.2 பல நேரியல் பின்னடைவு - குறைந்த சதுர முறை மாதிரி

பின்வரும் மாறிகள் மற்றும் அளவுருக்களைக் கவனியுங்கள்: பதில் அல்லது சார்பு மாறி = Y

துணை அல்லது சுயாதீன மாறிகள் = X 1, X2, Xj, Xk

அளவுருக்கள் = B1, B2 ..., Bj ..., Bk

பதில் மாறியானது அளவுருக்களுடன் நேரியல் ஆகும்

$$Y = B_1 X_1 + B_2 X_2 + \dots + B_k X_k = \sum B_j X_j$$

##### நோக்கம்

MLR இன் கீழ் லீட் ஸ்கொயர்ஸ் முறையின் நோக்கம் மாதிரியின் அளவுருக்களை மதிப்பிடுவதாகும், கவனிக்கப்பட்டதன் அடிப்படையில் n மதிப்புகளின் தொகுப்புகள் மற்றும் ஒரு குறிப்பிட்ட அளவுகோல் செயல்பாட்டைப் பயன்படுத்துவதன் மூலம் (கண்காணிக்கப்பட்ட மதிப்புகளின் தொகுப்புகள் துணை மாறியின் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட மதிப்புகள் மற்றும் பதில் மாறியின் தொடர்புடைய கவனிக்கப்பட்ட மதிப்புகள் மூலம் அமைக்கப்படுகின்றன), அதாவது:

கவனிக்கப்பட்ட மதிப்புகள்  $x_1, x_2, \dots, x_j, \dots, x_k$ ,  $i$  மற்றும்  $y_i$  ஒவ்வொரு தொகுப்பிற்கும்  $i, i=1, 2, \dots, n$

மதிப்பிடப்பட வேண்டிய மதிப்புகள் B1, B2 ..., Bj ..., Bk மற்றும் (Y1, Y2 ..., Yi ..., Yn)

மதிப்பிடப்பட்ட மதிப்புகளை இவ்வாறு குறிப்பிடலாம்:

(Ou b1, b2 ..., bj ..., bk) மற்றும்

$$\hat{B}_1, \hat{B}_2, \dots, \hat{B}_j, \dots, \hat{B}_k \text{ (ou } b_1, b_2, \dots, b_j, \dots, b_k) \text{ et } \hat{Y}_1, \hat{Y}_2, \dots, \hat{Y}_i, \dots, \hat{Y}_n$$

பொருள் செயல்பாடு (அல்லது அளவுகோல் செயல்பாடு)

$$\Phi = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{Y}_i)^2$$

##### மதிப்பீட்டு முறை

இல் குறைந்த சதுர முறை மதிப்பீட்டாளர்கள் Bj இன் மதிப்புகள் இது பொருள் செயல்பாட்டைக் குறைக்கிறது.

எளிமையான நேரியல் மாதிரியைப் போலவே, சிறிதாக்குதல் செயல்முறையானது  $\Phi$  இன் பகுதி வழித்தோன்றல்களை பூஜ்ஜியமாக ஒவ்வொரு அளவுருவிற்கும் சமன்படுத்த வேண்டும், Bj , எங்கே  $j=1, 2, \dots, k$ . இந்த அமைப்பு மேட்ரிக்ஸ் கால்குலஸைப் பயன்படுத்தி தீர்க்கப்படுவது சிறந்தது.

மேட்ரிக்ஸ் பதிப்பு

குறிப்பு

## குறிப்பு

மேட்ரிக்ஸ்  $X(n,k) = k$  துணை மாறிகள் ஒவ்வொன்றின்  $n$  கவனிக்கப்பட்ட மதிப்புகளின் அணி

திசையன்  $y(n,1) =$  வெக்டர் பதில் மாறியின்  $n$  கவனிக்கப்பட்ட மதிப்புகளின் திசையன்  $Y(n,1) =$  மாதிரியால் கொடுக்கப்பட்ட மறுமொழி மாறியின் மதிப்புகளின் திசையன் (அறியப்படாத)

திசையன்  $B(k,1) =$  அளவுருக்களின் திசையன்

திசையன் அல்லது  $B(k,1) =$  அளவுருக்களின் மதிப்பீட்டாளர்களின் திசையன் மாதிரி

$$Y_{(n,1)} = X_{(n,k)} \cdot B_{(k,1)} \text{ ou } Y = X \cdot B + \epsilon$$

பொருள் செயல்பாடு

$$\Phi_{(1,1)} = (y - Y)^T \cdot (y - Y) \text{ ou } \Phi_{(1,1)} = (y - X \cdot B)^T \cdot (y - X \cdot B)$$

குறைந்தபட்ச சதுர மதிப்பீட்டாளர்களைக் கணக்கிட,  $\Phi$  இன் வழித்தோன்றல்  $d\Phi/dB$  ஐ வெக்டார்  $B$  க்கு, பூஜ்ஜியத்திற்குச் சமமாக வைப்பது போதுமானது.  $d\Phi/dB$  என்பது கூறுகளைக் கொண்ட ஒரு திசையன்  $\partial\Phi/\partial B_1, \partial\Phi/\partial B_2, \dots, \partial\Phi/\partial B_k$ . இதனால்:

$$d\Phi/dB_{(k,1)} = -2 \cdot X^T \cdot (y - X \cdot B) = 0$$

$$X^T y - (X^T \cdot X) \cdot B = 0$$

அல்லது

$$b = \hat{B} = (X^T \cdot X)^{-1} \cdot X^T y$$

மற்றும்

முடிவுகளை இவ்வாறு எழுதலாம்:

$$b_{(k,1)} = (X^T \cdot X)^{-1} \cdot X^T y$$

$$\hat{Y}_{(n,1)} = Xb \text{ அல்லது } \hat{Y}_{(n,1)} = X (X^T \cdot X)^{-1} \cdot X^T y$$

எச்சங்கள்  $(n,1) = (y - \hat{Y})$

கருத்துக்கள்

புள்ளியியல் பகுப்பாய்வில், மதிப்பீட்டாளர்களையும் சதுரங்களின் கூட்டுத்தொகையையும் ஐடிம்போடென்ட் மெட்ரிக்குகளைப் பயன்படுத்தி எழுதுவது வசதியானது. பின்னர் பலவீனமான மெட்ரிக்குகள்  $L$ ,  $(I - L)$  மற்றும்  $(I - M)$  உடன்  $L \setminus n = X (X^T \cdot X)^{-1} \cdot X^T$ ,  $I =$  ஒற்றுமை அணி மற்றும்  $M \setminus n =$  சராசரி  $(n,1)$  அணி  $1/n$  [1] இதில் [1] என்பது ஒரு அணி ஆகும், அதன் அனைத்து உறுப்புகளும் ஒன்றுக்கு சமமாக இருக்கும்.

மாறிகள்  $\epsilon_i$  எனக் கருதி மதிப்பீட்டாளர்களின் மாதிரி விநியோகங்களைக் கருத்தில் கொள்வதும் முக்கியம். அவை சுயாதீனமானவை மற்றும் சாதாரண விநியோகத்தைக் கொண்டுள்ளன.

எதிர்பார்க்கப்படும் மதிப்பு மற்றும் மதிப்பீட்டாளர்களின் மாறுபாட்டின் முக்கிய பண்புகளின் சுருக்கம் வழங்கப்படுகிறது:

குறிப்பு

	$E[c_1+c_2.u] = c_1+c_2.E[u]$	$V[c_1+c_2.u] = c_2.V[u].c_2^T$
1 -	Random variable, $\varepsilon$	$\varepsilon_n$ (independent)
	Expected value of $\varepsilon$	$E[\varepsilon] = 0.$
	Variance of $\varepsilon$	$V[\varepsilon]_{(n,n)} = E[\varepsilon.\varepsilon^T] = I. \sigma^2$
2 -	Observed response variable $y$	$y = Y + \varepsilon$
	Expected value of $y$	$E[y] = Y = X.B.$
	Variance of $y$	$V[y]_{(n,n)} = V[\varepsilon]_{(n,n)} = I. \sigma^2$
3 -	Estimator of $B$	$\hat{B} = (X^T.X)^{-1}.X^T.y$
	Expected value of $\hat{B}$	$E[\hat{B}] = B$
	Variance of $\hat{B}$	$V[\hat{B}]_{(k,k)} = (X^T.X)^{-1}. \sigma^2$
4 -	Estimator of $Y$ of the model	$\hat{Y} = X. \hat{B} = L.y$
	Expected value of $\hat{Y}$	$E[\hat{Y}] = Y.$
	Variance of $\hat{Y}$	$V[\hat{Y}] = L. \sigma^2$
5 -	Residual $e$	$e = y - \hat{Y} = (I-L).y$
	Expected value of $e$	$E[e] = 0$
	Variance of $e$	$V[e] = (I-L). \sigma^2$

சதுரங்களின் கூட்டுத்தொகை

சதுரங்களின் எஞ்சிய தொகை =  $SQ$  எஞ்சிய =  $(y - \hat{Y})^T (y - \hat{Y}) = y^T (I-L)y$  இந்த அளவு, தொடர்பில் கவனிக்கப்பட்ட மதிப்புகளின் எஞ்சிய மாறுபாட்டைக் குறிக்கிறது

மாதிரியின் மதிப்பிடப்பட்ட மதிப்புகளுக்கு, அதாவது, மாதிரியால் விளக்கப்படாத மாறுபாடு.

மாதிரியின் விலகலின் சதுரங்களின் கூட்டுத்தொகை =  $SQ$  மாதிரி =

$$(\hat{Y} - \bar{y})^T (\hat{Y} - \bar{y}) = y^T (L-M)y$$

இந்த அளவு, சராசரியுடன் தொடர்புடைய மாதிரியின் மதிப்பிடப்பட்ட மறுமொழி மதிப்புகளின் மாறுபாட்டைக் குறிக்கிறது, அதாவது, மாதிரியால் விளக்கப்பட்ட மாறுபாடு.

விலகல்களின் சதுரங்களின் மொத்தத் தொகை =  $SQ$  மொத்தம் =  $(y - \bar{y})^T (y - \bar{y}) = y^T (I-M)y$

இந்த அளவு சராசரியுடன் தொடர்புடைய கவனிக்கப்பட்ட மதிப்புகளின் மொத்த மாறுபாட்டைக் குறிக்கிறது.  
பின்வரும் தொடர்பைச் சரிபார்ப்பது எளிது:

## குறிப்பு

$$SQ_{total} = SQ_{model} + SQ_{residual} \text{ or}$$

$$1 = \frac{SQ_{model}}{SQ_{total}} + \frac{SQ_{residual}}{SQ_{total}}$$

$$\text{Or } 1 = R^2 + (1 - R^2)$$

எங்கே:

$R^2$  மாதிரியால் விளக்கப்பட்ட மொத்த மாறுபாட்டின் சதவீதமாகும். மேட்ரிக்ஸ் அடிப்படையில் இது இருக்கும்:

$$R^2 = [y^T (L - M) y] \cdot [(y^T (I - M) y)]^{-1}$$

$1 - R^2$  மாதிரியால் விளக்கப்படாத மொத்த மாறுபாட்டின் சதவீதம். மேட்ரிக்ஸ்களின் தரவரிசைகள் (IL), (IM) மற்றும் (LM) முறையே (n-க்கு சமம்) k), (n-1) மற்றும் (k-1), என்பது சதுரங்களின் அந்தந்த தொகைகளுடன் தொடர்புடைய சுதந்திரத்தின் அளவுகள்.

### 4.3.3 நேரியல் அல்லாத மாதிரி - காஸ்-நியூட்டனின் முறை - குறைந்த சதுர முறை

**மாடல்**

பின்வரும் மாறிகள் மற்றும் அளவுருக்களைக் கவனியுங்கள்:

பதில் அல்லது சார்பு மாறி = Y

துணை அல்லது சுயாதீன மாறி = X

அளவுருக்கள் = B1, B2 ..., Bj ..., Bk

பதில் மாறி அளவுருக்களுடன் நேரியல் அல்ல

$Y = f(X; B)$  இதில் B என்பது கூறுகளைக் கொண்ட ஒரு திசையன் ஆகும்

B1, B2, Bj ..., Bk

**நோக்கம்**

n கவனிக்கப்பட்ட ஜோடி மதிப்புகளின் அடிப்படையில் மற்றும் ஒரு குறிப்பிட்ட அளவுகோல் செயல்பாட்டைப் பயன்படுத்துவதன் மூலம் மாதிரியின் அளவுருக்களை மதிப்பிடுவதே இந்த முறையின் நோக்கமாகும். பதில் மாறி), அதாவது:

கவனிக்கப்பட்ட மதிப்புகள்  $x_i$  மற்றும்  $y_i$  ஒவ்வொரு ஜோடிக்கும்  $i, i=1, 2, \dots, n$

மதிப்பிடப்பட வேண்டிய மதிப்புகள் B1, B2 ..., Bj ..., Bk மற்றும் (Y1, Y2 ..., Yi ..., Yn) கவனிக்கப்பட்ட மதிப்புகளின் n ஜோடிகளை உருவாக்குகிறது.

(மதிப்பீடுகள் = அல்லது பி 1, b2..., b j ..., bk மற்றும்)

**பொருள் செயல்பாடு அல்லது அளவுகோல் செயல்பாடு**

$$\Phi = \sum_{i=1}^n (y_i - Y_i)^2$$

**மதிப்பீட்டு அளவுகோல்**

மதிப்பீட்டாளர்கள் Bj இன் மதிப்புகளாக இருக்கும் இதற்கு பொருள் செயல்பாடு குறைந்தபட்சம். (இந்த அளவுகோல் குறைந்த சதுர முறை என்று அழைக்கப்படுகிறது).

**மேட்ரிக்ஸ் பதிப்பு**

## குறிப்பு

மெட்ரிக்குகளைப் பயன்படுத்தி சிக்கலை முன்வைப்பது வசதியானது.

அதனால்

வெக்டர்  $X(n,1) =$  துணை மாறி வெக்டர் கவனிக்கப்பட்ட மதிப்புகளின்

திசையன்  $y(n,1) =$  வெக்டர் பதில் மாறியின் கவனிக்கப்பட்ட மதிப்புகளின்

திசையன்  $Y(n,1) =$  வெக்டர் மாதிரியால் கொடுக்கப்பட்ட

மறுமொழி மாறியின் மதிப்புகளின்

திசையன்  $B(k,1) =$  அளவுருக்களின் திசையன்

திசையன்  $B(k,1) =$  அளவுருக்களின் மதிப்பீட்டாளர்களின் திசையன்

மாதல்

$$Y_{(n,1)} = f(X; B)$$

பொருள் செயல்பாடு

$$\Phi_{(1,1)} = (y-Y)^T \cdot (y-Y)$$

நேரியல் அல்லாத மாதிரியின் விஷயத்தில்,  $\Phi$  செயல்பாட்டின் வழித்தோன்றலை வெக்டர்  $B$  க்கு, பூஜ்ஜியத்திற்கு சமன் செய்வதன் விளைவாக சமன்பாடுகளின் அமைப்பைத் தீர்ப்பது எளிதானது அல்ல.  $Y$  செயல்பாட்டின் டெய்லர் தொடர் விரிவாக்கத்தின் அடிப்படையில், குறைந்த சதுர முறையின் மதிப்பீடு, மறுசெயல் முறைகளைப் பயன்படுத்தலாம். ஒரு செயல்பாட்டின் டெய்லர் தொடர் விரிவாக்கத்தின் திருத்தம்

டெய்லர் தொடரில் ஒரு செயல்பாட்டின் விரிவாக்கத்திற்கு ஒரு எடுத்துக்காட்டு இங்கே உள்ளது.

டெய்லரின் தோராயமானது, தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட புள்ளியைச் சுற்றி  $Y = f(x)$  செயல்பாட்டை விரிவுபடுத்துவதாகும்,  $x_0, x$  இன் சக்தித் தொடரில்:

$$Y = f(x) = f(x_0) + (x-x_0) \cdot f'(x_0)/1! + (x-x_0)^2 f''(x_0)/2! + \dots + (x-x_0)^i f^{(i)}(x_0)/i! + \dots$$

இங்கே:

$f^{(i)}(x) = i$  வது  $f(x)$  இன் வழித்தோன்றல்கள்  $x$  க்கு,  $x$  புள்ளியில்.

விரிவாக்கம்  $x$  இன் விரும்பிய சக்திக்கு தோராயமாக மதிப்பிடப்படலாம். விரிவாக்கம் சக்தி 1 க்கு தோராயமாக இருக்கும் போது அது நேரியல் தோராயமாக அழைக்கப்படுகிறது, அதாவது,

$$Y \approx f(x_0) + (x-x_0) \cdot f'(x_0)$$

டெய்லர் விரிவாக்கம் ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட மாறிகள் கொண்ட செயல்பாடுகளுக்குப் பயன்படுத்தப்படலாம். எடுத்துக்காட்டாக, ஒரு செயல்பாட்டிற்கு  $Y = f(x_1, x_2)$  இரண்டு மாறிகள், நேரியல் விரிவாக்கம்:

$$Y \approx f(x_{1(0)}, x_{2(0)}) + (x_1 - x_{1(0)}) \cdot \frac{\partial f(x_{1(0)}, x_{2(0)})}{\partial x_1} + (x_2 - x_{2(0)}) \cdot \frac{\partial f(x_{1(0)}, x_{2(0)})}{\partial x_2}$$

அங்கு  $Y(0)$   $x$  புள்ளியில் செயல்பாட்டின் மதிப்பு  $(0)$ , கூறுகளுடன் எக்ஸ்  $1(0)$  மற்றும்  $x_2(0)$ , மற்றும்  $A(0) = f(x_1, x_2)$  இன் பகுதி வழித்தோன்றல்களுக்குச் சமமான தனிமங்களின் வழித்தோன்றல்களின் அணி ஆகும்  $x$  க்கு 1,  $x_2$  புள்ளியில்  $(x_1(0), x_2(0))$

அளவுருக்களை மதிப்பிடுவதற்கு, டெய்லர் தொடர் யிஸ் செயல்பாட்டின் விரிவாக்கம்,  $B$  அளவுருக்கள் மற்றும் திசையன்  $X$  க்கு அல்ல.

## குறிப்பு

எடுத்துக்காட்டாக, B இல்  $Y = f(x, B)$  இன் நேரியல் விரிவாக்கம்  $1, B_2, \dots, B_k$ ,

$$Y = f(x; B) = f(x; B_{(0)}) + (B_1 - B_{1(0)}) f/B_1(x; B_{(0)}) + \dots + (B_2 - B_{2(0)}) f/B_2(x; B_{(0)}) + \dots + \dots + (B_k - B_{k(0)}) f/B_k(x; B_{(0)})$$

இருக்கும்:

அல்லது, மேட்ரிக்ஸ் குறியீட்டில், இது:

$$Y_{(n,1)} = Y_{(0)(n,1)} + A_{(0)(n,k)} \Delta B_{(0)(k,1)}$$

இங்கே:

A = வரிசையின் அணி (n, k) அணி f(x; B) இன் பகுதி வழித்தோன்றல்களின் வரிசையில் B புள்ளி B(0) மற்றும்

$$\Delta B_{(0)} = \text{திசையன் } (B - B_{(0)})$$

பின்னர், பொருள் செயல்பாடு இருக்கும்:

$$\Phi = (y - Y)^T \cdot (y - Y) = (y - Y_{(0)} - A_{(0)} \Delta B_{(0)})^T (y - Y_{(0)} - A_{(0)} \Delta B_{(0)})$$

இந்தச் செயல்பாட்டின் குறைந்தபட்சத்தைப் பெற, திசையன்  $\Delta B$  க்கு ஏற்ப 0 ஐ வேறுபடுத்துவது மிகவும் வசதியானது. திசையன் தொடர்பாக விட B மற்றும் பூஜ்ஜியத்திற்கு சமமாக வைக்கவும். இதனால்:

$$0 = -2(A_{(0)}^T (y - Y_{(0)} - A_{(0)} \Delta B_{(0)})) = -2A_{(0)}^T (y - Y_{(0)}) + 2A_{(0)}^T A_{(0)} \Delta B_{(0)}$$

Or

$$A_{(0)}^T A_{(0)} \Delta B_{(0)} = A_{(0)}^T (y - Y_{(0)})$$

எனவே

$$\Delta B_{(0)} = (A_{(0)}^T A_{(0)})^{-1} \cdot A_{(0)}^T \cdot (y - Y_{(0)})$$

$\Delta B$  என்றால் (0) 'பூஜ்ஜியத்திற்குச் சமம்' என்றால் B இன் மதிப்பீடு Bக்கு சமம் (0).

(நடைமுறையில், இந்த செயல்பாட்டில் பூஜ்ஜியத்திற்கு சமம் என்று சொல்லும்போது, நாம் உண்மையில் சிறியதாக இருக்கிறோம். தோராயமான வெக்டரை விட ஒருவர் முன்பே வரையறுக்க வேண்டும்).

$\Delta B$  என்றால் (0) "பூஜ்ஜியத்திற்கு சமம்" அல்ல, பின்னர் திசையன் B (0) மாற்றப்படும்:

$$B(1) = B(0) + \Delta B(0)$$

மேலும் செயல்முறை மீண்டும் மீண்டும் செய்யப்படும், அதாவது, B உடன் மற்றொரு மறு செய்கை இருக்கும் (0) B ஆல் மாற்றப்பட்டது (1) (மற்றும் A(0) A ஆல் மாற்றப்பட்டது (1) தோராயத்தின் விரும்பிய அளவை அடையும் வரை மீண்டும் மீண்டும் செயல்முறை தொடரும்.

## கருத்துக்கள்

1. செயல்முறை எப்போதும் ஒன்றிணைகிறது என்பதற்கு உத்தரவாதம் இல்லை. சில நேரங்களில் அது இல்லை, சில நேரங்களில் அது மிகவும் மெதுவாக உள்ளது (கணினிகளுக்கு கூட!) மற்றும் சில நேரங்களில் அது மற்றொரு வரம்பிற்கு செல்கிறது!!
2. மேலே விவரிக்கப்பட்ட முறை காஸ்-நியூட்டன் முறை ஆகும், இது பல முறைகளின் அடிப்படையாகும். மீன்வள ஆராய்ச்சியில் அடிக்கடி பயன்படுத்தப்படும் மார்க்வார்ட் முறை (1963) போன்ற வேகமான ஒருங்கிணைப்பைப் பெற அந்த முறைகளில் சில மாற்றங்களை அறிமுகப்படுத்துகின்றன. மற்ற முறைகள் இரண்டாவது வரிசை

## குறிப்பு

டெய்லர் விரிவாக்கத்தைப் பயன்படுத்துகின்றன (நியூட்டன்-ராப்சன் முறை), சிறந்த தோராயத்தைத் தேடுகிறது. இன்னும் சில, இரண்டு மாற்றங்களையும் இணைக்கின்றன.

3. இந்த முறைகளுக்கு செயல்பாடுகளின் வழித்தோன்றல்களின் கணக்கீடு தேவை. சில கணினி நிரல்களுக்கு வழித்தோன்றல்களின் கணித வெளிப்பாடுகளின் அறிமுகம் தேவைப்படுகிறது, மற்றவை டெரிவேடிவ்களின் எண்ணியல் தோராயங்களுடன் துணை நடைமுறைகளைப் பயன்படுத்துகின்றன.
4. மீள்வள ஆராய்ச்சியில், அளவுருக்களின் ஆரம்ப மதிப்புகளை கணக்கிடுவதற்கான முறைகள் உள்ளன, எடுத்துக்காட்டாக வளர்ச்சி, இறப்பு மற்றும் தேர்வு அல்லது முதிர்வு பகுப்பாய்வு.
5. திசையன் B இன் ஆரம்ப மதிப்பு இருக்கும்போது, மறுசெயல் முறைகளின் ஒருங்கிணைப்பு வேகமானது மற்றும் உண்மையான வரம்பை அணுகுவதற்கான வாய்ப்புகள் அதிகம் என்பதை சுட்டிக்காட்ட வேண்டியது அவசியம். (0) உண்மையான மதிப்புக்கு அருகில் உள்ளது.

### 4.3.4 வளர்ச்சி அளவுருக்களின் மதிப்பீடு

குறைந்த சதுரங்கள் முறை (நேர்நிலை அல்லாத பின்னடைவு)  $K$ ,  $L$  அளவுருக்களை மதிப்பிட அனுமதிக்கிறது. மற்றும்  $t_0$  தனிப்பட்ட வளர்ச்சி சமன்பாடுகள்.

$K$ ,  $L$  இன் தொடக்க மதிப்புகள் மற்றும்  $t_0$  பின்வரும் முறைகளைப் பயன்படுத்தி எளிய நேரியல் பின்னடைவு மூலம் மதிப்பீட்டின் மறுசெயல்முறையைப் பெறலாம்:

**ஃபோர்டு-வால்ஃபோர்ட் (1933-1946) மற்றும் குல்லண்ட் மற்றும் ஹோல்ட் (1959) முறைகள்**

ஃபோர்டு-வால்ஃபோர்ட் மற்றும் குல்லண்ட் மற்றும் ஹோல்ட் வெளிப்பாடுகள் ஏற்கனவே அவற்றின் நேரியல் வடிவத்தில் உள்ளன, இது  $K$  மற்றும்  $L$  இன் மதிப்பீட்டை அனுமதிக்கிறது. கவனிக்கப்பட்ட  $L_i$  இல் எளிய நேரியல் பின்னடைவு முறைகளுடன் மற்றும்  $T_i$ . குல்லண்ட் மற்றும் ஹோல்ட் வெளிப்பாடு  $K$  மற்றும்  $L$  இன் மதிப்பீட்டை அனுமதிக்கிறது நேர இடைவெளிகளில் கூட  $t_i$  நிலையானவை அல்ல. இந்த வழக்கில், வெளிப்பாட்டை மீண்டும் எழுதுவது வசதியானது:

$$\Delta L / T_i = K \cdot L_{\infty} - K \cdot \bar{L}$$

**ஸ்டாமடோபுலோஸ் மற்றும் கேடி முறை (1989)**

இந்த ஆசிரியர்கள்  $K$ ,  $L$  ஐ மதிப்பிடுவதற்கான ஒரு முறையையும் முன்வைக்கின்றனர் மற்றும்  $t_0$  (அல்லது  $L_0$ ) எளிய நேரியல் பின்னடைவைப் பயன்படுத்துதல். இந்த வழக்கில் வான் பெர்டலன்ஃபி சமன்பாடு  $e^{-Kt}$  க்கு எதிராக  $L_t$  இன் நேரியல் உறவாக வெளிப்படுத்தப்பட வேண்டும்.

மதிப்புகளின்  $n$  ஜோடிகளைக் கவனியுங்கள்  $t_i$ ,  $L_i$  என்கே  $t_i$  வயது மற்றும்  $L_i$   $i=1,2, n$  என்ற தனி நபரின் நீளம்.

வான் பெர்டலன்ஃபி சமன்பாடு, அதன் பொது வடிவத்தில் (முன்பு பார்த்தது போல்

$$L_{\infty} - L_t = (L_{\infty} - L_0) \cdot e^{-K(t-t_0)}$$

இதை இவ்வாறு எழுதலாம்:

$$L_t = L_{\infty} - (L_{\infty} - L_0) \cdot e^{-Kt} \cdot e^{Kt_0}$$



## குறிப்பு

சமன்பாடு எளிமையான நேரியல் வடிவத்தைக் கொண்டுள்ளது,  $y = a + bx$ , இங்கே:

$$y = L_t \quad a = L_{x_0} \quad b = -(L_{x_1} - L_{x_0}) \cdot e^{-Kx}$$

$$x = e^{-Kt}$$

ஒருவர்  $L_a = 0$  எடுத்தால், பின்னர்  $t_a = t_0$ , ஆனால், ஒருவர்  $t_a = 0$  கருதினால், பின்னர்  $L_a = L_0$ .  $a$  மற்றும்  $b$  இலிருந்து மதிப்பிடுவதற்கான அளவுருக்கள்  $L$  ஆக இருக்கும்,  $t_0$  அல்லது  $L_0$ .

ஆரம்ப மதிப்பான  $K(0)$  ஐ ஏற்றுக்கொள்ள ஆசிரியர்கள் முன்மொழிகின்றனர், இன்  $K$ , மற்றும் மதிப்பிடுதல்  $a(0)$ ,  $b$  மற்றும்  $r^2 y (= L)$  மற்றும்  $x (= e^{-Kt})$  க்கு இடையில் எளிய நேரியல் பின்னடைவு மூலம்) அந்த  $K$  இன் பல மதிப்புகளுக்கு செயல்முறை மீண்டும் செய்யப்படலாம், அதாவது  $K(1) K(2), K_n$  ஒன்று

பின்னர்  $r$  இன் பெரிய மதிப்பை விளைவிக்கும் பின்னடைவை ஏற்றுக்கொள்ளலாம் 2, அதற்கு  $K$ , அதிகபட்சம்

$a$  அதிகபட்சம் மற்றும்  $b$  அதிகபட்சம் ஒத்துள்ளது.  $a$  இன் மதிப்புகளிலிருந்து அதிகபட்சம்,  $b$  அதிகபட்சம் மற்றும்  $K$  அதிகபட்சம் மீதமுள்ள அளவுருக்களின் மதிப்புகளை ஒருவர் பெறலாம்.  $K$  ஐக் கண்டுபிடிப்பதற்கான ஒரு நடைமுறை செயல்முறை அதிகபட்சம் பின்வரும் படிகள் இருக்கலாம்:

- தேவையான மதிப்பை உள்ளடக்கிய  $K$  இன் இரண்டு தீவிர மதிப்புகளைத் தேர்ந்தெடுக்க, எடுத்துக்காட்டாக  $K = 0$  மற்றும்  $K = 2$  (நடைமுறை சிக்கல்களுக்கு,  $K = 0$  க்குப் பதிலாக  $K = 0.00001$  ஐப் பயன்படுத்தவும்).
- வழக்கமான இடைவெளியில் அந்த இரண்டு மதிப்புகளுக்கு இடையில்  $K$  இன் சம இடைவெளி மதிப்புகளுக்கான 10 பின்னடைவுகளைக் கணக்கிடவும்.
- $r^2$  இன் தொடர்புடைய 10 மதிப்புகள்  $K$  இன் இரண்டு புதிய மதிப்புகளைத் தேர்ந்தெடுக்க ஒருவரை அனுமதிக்கும், இது மற்றொரு இடைவெளியைத் தீர்மானிக்கிறது (i),  $r^2$  இன் மற்றொரு அதிகபட்ச மதிப்பைக் கொண்டுள்ளது.
- படிகள் (ii) மற்றும் (iii) விரும்பிய தோராயத்துடன்  $K$  இன் மதிப்புகளின் இடைவெளி கிடைக்கும் வரை மீண்டும் மீண்டும் செய்யலாம்.

## 4.4 OLS மதிப்பீட்டாளர்களின் பண்புகள்

பல பின்னடைவு என்பது நேரியல் (OLS) பின்னடைவின் நீட்டிப்பு ஆகும், இது ஒரு விளக்க மாறியைப் பயன்படுத்துகிறது. பல லைனர் பின்னடைவு (MLR) பொருளாதார அளவீடு மற்றும் நிதி அனுமானத்தில் பரவலாகப் பயன்படுத்தப்படுகிறது.

### சாதாரண குறைந்த சதுரங்களின் கொள்கை (OLS)

$B$  அனைத்து சாத்தியமான திசையன்களின் தொகுப்பாக இருக்கட்டும். மேலும் தகவல் இல்லை என்றால்,  $B$  என்பது  $k$ -பரிமாண உண்மையான யூக்ளிடியன் இடம். பொருள் ஒரு திசையன்  $b' = (b_1, b_2, \dots, b_k) = B$  இலிருந்து,  $i = 1, 2, \dots, k$ , இன் வர்க்க விலகல்களின் கூட்டுத்தொகையைக் குறைக்கிறது, அதாவது, கொடுக்கப்பட்ட  $y$  மற்றும்  $X$ . அமினிமம் எப்போதும்  $S$  ஆக இருக்கும் ( $\cdot$ ) என்பது



உண்மையான மதிப்புடைய, குவிந்த மற்றும் வேறுபட்ட செயல்பாடு ஆகும்.  
எழுதவும்

$$S(\beta) = y'y + \beta'X'X\beta - 2\beta'X'y$$

y ஐப் பொறுத்து S(β) ஐ வேறுபடுத்துங்கள்

$$\frac{\partial S(\beta)}{\partial \beta} = 2X'X\beta - 2X'y$$

$$\frac{\partial^2 S(\beta)}{\partial \beta^2} = 2X'X$$

(குறைந்தது எதிர்மறை அல்லாத திட்டவட்டமான) பின்வரும் முடிவு  
பயன்படுத்தப்படும் இடத்தில்

**விளைவாக:** f என்றால் f(z) = Z·AZ ஒரு இருபடி வடிவம், Z என்பது mx1  
திசையன் மற்றும் A என்பது எந்த mxm ஆகும் சமச்சீர் அணி  
பிறகு

$$\frac{\partial}{\partial z} F(z) = 2Az$$

தரவரிசை (X) = k என்று கருதப்படுவதால் (முழு தரவரிசை), பின்னர் X·X  
என்பது சாதாரண சமன்பாட்டின் நேர்மறை திட்டவட்டமான மற்றும்  
தனித்துவமான தீர்வாகும்

$$b = (X'X)^{-1}X'y$$

இது சாதாரண குறைந்த சதுர மதிப்பீட்டாளர் (OLSE) என அழைக்கப்படுகிறது  
β

$$\frac{\partial^2 S(\beta)}{\partial \beta^2}$$

இருந்து குறைந்தபட்சம் எதிர்மறை அல்லாத திட்டவட்டமானது,  
எனவே b ஐக் குறைக்கவும் S(β). X ஆனது முழு தரவரிசையில் இல்லை என்றால்

$$B = (X'X) - X'y + [I - (X'X)^{-1}X']X$$

எங்கே (X'X) என்பது X'X மற்றும் ஆகியவற்றின் பொதுவான தலைகீழ் ஆகும்  
ஒரு தன்னிச்சையான திசையன் ஆகும்.

பொதுமைப்படுத்தப்பட்ட தலைகீழ் e (X'X) - X' இன் X திருப்திப்படுத்துகிறது

$$X'X(X'X)^{-1}X'X = X'X$$

$$X(X'X)^{-1}X'X = X$$

$$X'X(X'X)^{-1}X'X = X'$$

**தேற்றம்**

(i) விடுங்கள்  $\hat{Y} = Xb$  = Xb y இன் அனுபவ முன்கணிப்பாளராக இருக்கும்.

பிறகு  $\hat{Y}$  இன் அனைத்து தீர்வுகள் b க்கும் ஒரே மதிப்பு உள்ளது X'Xb = X'y.

(ii) X'Xb = X'y இன் எந்தவொரு தீர்வுக்கும் S(β) குறைந்தபட்சத்தை அடைகிறது

**ஆதாரம்**

(i) b எந்த உறுப்பினராகவும் இருக்கட்டும்

குறிப்பு

## குறிப்பு

$$b = (X'X)^{-1}X'y + [I - (X'X)^{-1}X'X]b$$

Since  $X(X'X)^{-1}X'X = X$  so then

$$Xb = X(X'X)^{-1}X'y + X[I - (X'X)^{-1}X'X]b \\ = X(X'X)^{-1}X'y$$

X

எது சார்பற்றது. என்பதை இது உணர்த்துகிறது  $X \cdot Xb = X \cdot y$  இன் அனைத்து தீர்வு bக்கும் ஒரே மதிப்பு உள்ளது

(ii) எந்த க்கும் என்பதை நினைவில் கொள்ளவும்,

$$S(\beta) = [y - Xb + X(b - \beta)]' [y - Xb + X(b - \beta)] \\ = (y - Xb)'(y - Xb) + (b - \beta)'X'X(b - \beta) + 2(b - \beta)'X'(y - Xb) \\ = (y - Xb)'(y - Xb) + (b - \beta)'X'X(b - \beta) \\ \text{(Using } X'Xb = X'y \text{)}$$

$$\geq (y - Xb)'(y - Xb) = S(b)$$

$$= y'y - 2y'Xb + b'X'Xb$$

$$= y'y - b'X'Xb = y'y - \hat{Y}'\hat{Y} \quad \beta$$

பொருத்தப்பட்ட மதிப்புகள்

ஏதேனும் மதிப்பீட்டாளராக இருந்தால்  $\hat{\beta}$  மாதிரிக்கு  $y = X\beta + \epsilon$ , பின்னர் பொருத்தப்பட்ட மதிப்புகள் என வரையறுக்கப்படுகிறது  $\hat{\beta} = X^{-1}y$  இன் ஏதேனும் மதிப்பீட்டாளர்.

வழக்கில்  $\hat{\beta} = b$ ,

$$\hat{Y} = Xb$$

$$= X(X'X)^{-1}X'y$$

$$= Hy$$

எங்கே  $H = X(X'X)^{-1}X'$  ஹாட் மேட்ரிக்ஸ் என்று அழைக்கப்படுகிறது, அதாவது

(i) சமச்சீர்

(ii) பலவீனமான, (அதாவது,  $HH = H$ ) மற்றும்

$$tr H = tr X(X'X)^{-1}X' = tr X'X(X'X)^{-1} = tr I_k = k$$

(iii)

எச்சங்கள்

ஆய்வு மாறியின் கவனிக்கப்பட்ட மற்றும் பொருத்தப்பட்ட மதிப்புகளுக்கு இடையிலான வேறுபாடு எஞ்சியதாக அழைக்கப்படுகிறது. என குறிக்கப்படுகிறது

$$\begin{aligned} e &= y - \hat{Y} \\ &= y - \hat{Y} \\ &= y - Xb \\ &= y - Hy \\ &= (I - H)y \\ &= \bar{H}y \end{aligned}$$

இங்கே  $I - H$

குறிப்பு: OLSE இன் ஒரு சமச்சீர் மற்றும் பலவீனமான மேட்ரிக்ஸ் பண்புகள்

(i) கணிப்பு பிழை:  $b$  இன் மதிப்பீட்டு பிழை

$$\begin{aligned} b - \beta &= (X'X)^{-1}X'y - \beta \\ &= (X'X)^{-1}X'(X\beta + \varepsilon) - \beta \\ &= (X'X)^{-1}X'\varepsilon \end{aligned}$$

(ii) பக்கசார்பு

$X$  என்பது சீரற்றதாகக் கருதப்படுகிறது மற்றும்  $E(\varepsilon) = 0$

$$E(b - \beta) = (X'X)^{-1}X'E(\varepsilon)$$

$$= 0$$

எனவே OLSE என்பது  $\cdot$  இன் ஒரு பாரபட்சமற்ற மதிப்பீடாகும்

(iii) கோவாரியன்ஸ் மேட்ரிக்ஸ்

$b$  இன் கோவாரியன்ஸ் மேட்ரிக்ஸ்

$$\begin{aligned} V(b) &= E(b - \beta)(b - \beta)' \\ &= E[(X'X)^{-1}X'\varepsilon\varepsilon'X(X'X)^{-1}] \\ &= (X'X)^{-1}X'E(\varepsilon\varepsilon')X(X'X)^{-1} \\ &= \sigma^2(X'X)^{-1}X'IX(X'X)^{-1} \\ &= \sigma^2(X'X)^{-1}. \end{aligned}$$

(iv) மாறுபாடு

$b_1, b_2, \dots, b_k$  இன் மாறுபாட்டை அனைத்து  $b$  இன் மாறுபாடுகளின் கூட்டுத்தொகையாகப் பெறலாம் இது  $b$  இன் கோவாரியன்ஸ் மேட்ரிக்ஸின் தடயமாகும். இதனால்

$$\begin{aligned} Var(b) &= tr[V(b)] \\ &= \sum_{i=1}^k E(b_i - \beta_i)^2 \\ &= \sum_{i=1}^k Var(b_i). \end{aligned}$$

$\sigma^2$  மதிப்பிடுவதற்கு

குறைந்தபட்ச சதுர அளவுகோலைப் பயன்படுத்த முடியாது ஏனெனில்  $\sigma^2$   $2 S$  ( $\beta$ ) இல் தோன்றாது.  $E(\varepsilon^2) = \sigma^2$  லிருந்து, எனவே எச்சங்களை வைத்து மதிப்பிட முயற்சிக்கிறோம்  $\sigma^2$  பின்வருமாறு:

குறிப்பு

## குறிப்பு

$$\begin{aligned} e &= y - \hat{y} \\ &= y - X(X'X)^{-1}X'y \\ &= [I - X(X'X)^{-1}X']y \\ &= \bar{H}y. \end{aligned}$$

சதுரங்களின் எஞ்சிய தொகையைக் கவனியுங்கள்

$$\begin{aligned} SS_{res} &= \sum_{i=1}^n e_i^2 \\ &= e'e \\ &= (y - Xb)'(y - Xb) \\ &= y'(I - H)(I - H)y \\ &= y'(I - H)y \\ &= y'\bar{H}y. \end{aligned}$$

Also

$$\begin{aligned} SS_{res} &= (y - Xb)'(y - Xb) \\ &= y'y - 2b'X'y + b'X'Xb \\ &= y'y - b'X'y \quad (\text{Using } X'Xb = X'y) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} SS_{res} &= y'\bar{H}y \\ &= (X\beta + \varepsilon)'\bar{H}(X\beta + \varepsilon) \\ &= \varepsilon'\bar{H}\varepsilon \quad (\text{Using } \bar{H}X = 0) \end{aligned}$$

Since  $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2 I)$ , so  $y \sim N(X\beta, \sigma^2 I)$ . Hence  $y'\bar{H}y \sim \chi^2(n-k)$

Thus  $E[y'\bar{H}y] = (n-k)\sigma^2$

$$\text{or } E\left[\frac{y'\bar{H}y}{n-k}\right] = \sigma^2$$

$$\text{or } E[MS_{res}] = \sigma^2$$

$$MS_{res} = \frac{SS_{res}}{n-k}$$

எங்கே மீதி காரணமாக சதுரங்களின் சராசரி கூட்டுத்தொகை ஆகும். இவ்வாறு ஒரு பாரபட்சமற்ற மதிப்பீட்டாளர் இருக்கிறது

இது மாதிரி சார்ந்த மதிப்பீட்டாளர்.

$$\hat{\sigma}^2 = MS_{res} = s^2 \quad (\text{say})$$

மாறுபாடு என்ற மாறுபாடு இருக்கிறது

### உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சரிபார்க்கவும்

1. பல பின்னடைவு மாதிரி என்றால் என்ன?
2. குறைந்தபட்ச சதுரங்கள் சாதாரண சமன்பாட்டின் மூலம் நீங்கள் என்ன புரிந்துகொள்கிறீர்கள்?
3. பின்னடைவின் நிலையான பிழையை விவரிக்கவும்.
4. SLR இன் கீழ் குறைந்தபட்ச சதுர முறை மாதிரியின் நோக்கத்தை விளக்குங்கள்.
5. குறைந்தபட்ச சதுர முறையின் மதிப்பீட்டு முறையை விளக்கவும்.
6. MLR இன் கீழ் குறைந்தபட்ச சதுர முறையின் நோக்கத்தை விளக்குங்கள்.
7. ஃபோர்டு - வால்ஃபோர்ட், குல்லண்ட் மற்றும் ஹோல்ட் முறை பற்றி ஒரு

- சிறு குறிப்பை எழுதவும்.  
8. MLR இன் பயன்பாடுகளைக் கொடுங்கள்.  
9. Y இன் மாறுபாடு என்றால் என்ன?

#### 4.5 பொருத்தத்தின் நன்மை

பின்னடைவு சமன்பாட்டை உருவாக்கிய பிறகு, இந்த பின்னடைவு கோடு கவனிக்கப்பட்ட தரவுகளுடன் எவ்வளவு நன்றாக பொருந்துகிறது என்பதைப் புரிந்துகொள்வது மிகவும் பொருத்தமானது.

(i) **தீர்மானிக்கும் குணகம்:** தீர்மானிக்கும் குணகம்,  $R^2$ , ஒரு பின்னடைவுக் கோட்டின் பொருத்தத்தின் நன்மையின் பரவலாகப் பயன்படுத்தப்படும் அளவீடு ஆகும். இது இரண்டு மாறிகளுக்கு இடையே உள்ள தொடர்பின் அளவு அல்லது வலிமையை அளவிடுகிறது, X மற்றும் Y. இந்த மதிப்பு மாதிரி தரவு புள்ளிகளை அடிப்படையாகக் கொண்டிருப்பதால், இது 'மாதிரி குணகம்' என அழைக்கப்படுகிறது. இதன் மதிப்பு 0 (மோசமான பொருத்தம்) முதல் 1 (நல்ல பொருத்தம்) அல்லது (சரியான பொருத்தம்) வரை இருக்கும்.  $R^2$  இரண்டு வகையான மாறுபாட்டை அடிப்படையாகக் கொண்டது:

(i) மாறுபாடு Y பொருத்தப்பட்ட பின்னடைவுக் கோட்டைச் சுற்றியுள்ள மதிப்புகள் மற்றும்

(ii) மாறுபாடு Y அவர்களின் சொந்த சராசரியை சுற்றி

இவ்வாறு, மாறுபாடு Y பின்னடைவுக் கோட்டைச் சுற்றியுள்ள மதிப்புகள் வழங்கப்படுகின்றன

$$\frac{\sum(Y - \hat{Y})^2}{\sum(Y - \bar{Y})^2} \cdot \hat{Y} = a + b\hat{X}$$

என்பது

பின்னடைவு வரி.

இதனால்,  $R^2 = \text{'விளக்கப்பட்டது மாறுபாடு'}$

மொத்த மாறுபாடு.

மொத்த மாறுபாடு = விளக்கப்பட்டது + விவரிக்கப்படாதது.

$R^2$  மொத்த மாறுபாட்டின் விகிதமாக வரையறுக்கப்படுகிறது, அதாவது, 'விளக்கப்பட்டது' மற்றும் 'விளக்கப்படாதது'

அதாவது

$R^2 = \text{மொத்த மாறுபாடு}$

- விவரிக்க முடியாத மாறுபாடு

இதனால்,  $R^2 = \text{மொத்த மாறுபாடு}$

$$= 1 - \frac{\sum(Y - \hat{Y})^2}{\sum(Y - \bar{Y})^2}$$

$R^2$  உள்ள மாறுபாட்டின் விகிதத்தை அளிக்கிறது Y உள்ள மாறுபாட்டின் மூலம் கணக்கிட முடியும் X. மேலும்  $R^2$  எவ்வளவு நன்றாக அளவிட பயன்படுத்த முடியும் எக்ஸ் மாறி விளக்குகிறது Y.

#### குறிப்பு

## குறிப்பு

$R^2 \rightarrow 1$  இடையே நெருங்கிய தொடர்பைக் காட்டுகிறது  $X$  மற்றும்  $Y$ .  
எளிமைப்படுத்தப்பட்ட சூத்திரம்

$$R^2 = \frac{\hat{a}\Sigma Y + \hat{b}\Sigma XY - n\bar{Y}^2}{\Sigma Y^2 - n\bar{Y}^2}$$

உதாரணமாக, 1. என்றால்  $r^2 = 0.64$  • தொடர்புடைய தொடரில் உள்ள மாறுபாட்டின் 64% மட்டுமே பொருள் தொடரால் விளக்கப்பட்டுள்ளது மற்றும் மீதமுள்ள மாறுபாடு மற்ற வீழ்ச்சிகளால் ஏற்படுகிறது  $r^2$  எதிர்மறையானது அல்ல, மேலும் இது இரண்டு தொடர்களுக்கு இடையிலான உறவின் திசையை நமக்குச் சொல்லவில்லை.

2. மாதிரி அளவு சிறியதாக இருக்கும்போது, மதிப்பீடு  $R^2$  நேர்மறை சார்புடையது, அதாவது  $R^2$  உயர்ந்த பக்கமாக இருக்கும். ஒரு பக்கச்சார்பற்ற மதிப்பீடு  $R^2$  சரிசெய்யப்பட்டதாக அறியப்படுகிறது நிர்ணய குணகம்,  $R^2$  மூலம் வழங்கப்படுகிறது

$$\begin{aligned} \bar{R}^2 &= 1 - \frac{\text{residual variance}}{\text{total variance}} \\ &= 1 - \frac{\Sigma(Y_i - \hat{Y}_i)^2 \cdot (n-1)}{\Sigma(Y_i - \bar{Y})^2 \cdot (n-2)} \end{aligned}$$

சரிசெய்தல் காரணி  $(n-1) / (n-2) > 1$ ,  $R^2$  எப்போதும் குறைவாக இருக்கும்

அல்லது சமம்  $R^2$  மாதிரி அளவு அதிகரிக்கும் போது, விகிதம்  $(n-1)/$

$(n-2) \rightarrow 1$  மற்றும் இவ்வாறு,

இவைகளுக்கிடையேயான வித்தியாசம்  $R^2$  மற்றும்  $R^2$  குறைக்கப்படும்.

## 4.6 $R^2$ மற்றும் சரிசெய்யப்பட்ட $R^2$

ஒரு எளிய பின்னடைவு பயன்முறைக்கு, ஒரு மாறியின் மாறுபாட்டை மற்றொன்றின் உதவியுடன் விளக்க முடியும், ஏனெனில் அவை ஒரு தொடர்பு கொண்டவை. அவை ஒன்றோடொன்று தொடர்புடையதாக இல்லாவிட்டால், விளக்கமளிக்கும் சக்தி எதுவும் இருக்காது  $X$  மாறி. பின்னடைவு பகுப்பாய்வின் போது, தொடர்பு குணகம் மற்றும் உறுதிப்பாட்டின் குணகம் ஆகியவற்றுக்கு இடையே தெளிவான தொடர்பு உள்ளது, இருப்பினும் அவற்றின் விளக்கத்தில் சிறிய வேறுபாடு உள்ளது. மேலும், ஜோடி மாறிகளுக்கு இடையில் மட்டுமே தொடர்பு குணகத்தைப் பயன்படுத்த முடியும், மேலும் தீர்மானிக்கும் குணகம் மாறியின் குழுவை சார்பு மாறியுடன் இணைக்கும் திறனைக் கொண்டுள்ளது.

இரண்டு மாறிகளின் காரண உறவு தொடர்பாக தொடர்பு குணகத்தால் எந்த தகவலும் வழங்கப்படவில்லை. பின்னடைவு மாதிரியின் பின்னணியில் உள்ள தொடர்பு குணகத்தைப் பார்ப்போம் மற்றும் எந்த சூழ்நிலையில் தொடர்பு குணகத்தை ஒரு காரண உறவின் வலிமையின் அளவீடாக விளக்குவது சரியாக இருக்கும் என்பதை அறிவோம்.

**இல் நிர்ணய குணகம்**, சராசரியிலிருந்து சராசரி விலகல் இரண்டு பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்பட்டுள்ளது: விளக்கப்பட்டது மற்றும் விவரிக்கப்படாத பகுதி. எனவே, சராசரி வெளிப்பாட்டிலிருந்து விலகலில் இருந்து அளவீட்டின் வழித்தோன்றலைத் தொடங்குவது இயற்கையானது, அதைத் தொடர்ந்து,

பின்னடைவு மாதிரியிலிருந்து பெறப்பட்ட கணிக்கப்பட்ட மதிப்பு அறிமுகப்படுத்தப்படுகிறது. எனவே, ஒரு தனி நபருக்கு:

$$Y_i - \bar{Y} = Y_i - \bar{Y} + \hat{Y}_i - \hat{Y}_i = \underbrace{(\hat{Y}_i - \bar{Y})}_{\text{Explained}} + \underbrace{(Y_i - \hat{Y}_i)}_{\text{Unexplained}} \quad (4.20)$$

Y இன் சராசரி மதிப்பிலிருந்து விலகல் பின்னடைவு மாதிரியைப் பயன்படுத்துவதன் மூலம் விளக்கப்படுகிறது. எனவே, எதிர்பார்க்கப்படும் மதிப்புக்கு இடையிலான வேறுபாட்டைக் குறிப்போம் (y) மற்றும் சராசரி மதிப்பு (y) சராசரி வேறுபாடு விளக்கப்பட்ட பகுதியாக. எஞ்சியிருக்கும் பகுதி விவரிக்கப்படாத பகுதி. இந்த முறையில், எளிய சராசரி வேறுபாட்டைப் பொறுத்தமட்டில் ஒரே கவனிப்புக்கு சிதைவு செய்யப்படுகிறது. இப்போது, (4.20) முழுமையான மாதிரியை (ஒவ்வொரு கவனிப்புக்கும்) வைத்திருக்கும் அத்தகைய வெளிப்பாட்டிற்கு மாற்றப்பட வேண்டும். இது ஒவ்வொன்றின் மீதும் ஸ்கொயர் மற்றும் சம்மிங் மூலம் செய்யப்படுகிறது n அவதானிப்புகள்: வலது புறத்தில் உள்ள கடைசி வெளிப்பாட்டின் கூட்டுத்தொகை பூஜ்ஜியத்திற்கு சமம் என்பதைக் காட்டலாம். அந்த வெளிச்சத்தில்:

$$\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2 = \sum_{i=1}^n ((\hat{Y}_i - \bar{Y}) - (Y_i - \hat{Y}_i))^2 = \sum_{i=1}^n [(\hat{Y}_i - \bar{Y})^2 + (Y_i - \hat{Y}_i)^2 - 2(\hat{Y}_i - \bar{Y})(Y_i - \hat{Y}_i)]$$

கையாளுதல்கள் செய்யப்பட்ட பிறகு, இப்போது மூன்று வெவ்வேறு கூறுகள் உள்ளன. இடது புறம் TSS அல்லது சதுரங்களின் மொத்தத் தொகையைக் கொண்டுள்ளது, இது மாதிரியின் மொத்த மாறுபாடு ஆகும். முதலில் வலது புறம் ESS அல்லது விளக்கப்பட்ட தொகை

$$\underbrace{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2}_{TSS} = \underbrace{\sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2}_{ESS} + \underbrace{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}_{RSS}$$

சதுரங்கள் மற்றும் அதற்கு அடுத்ததாக RSS அல்லது சதுரங்களின் எஞ்சிய தொகை, இது விவரிக்கப்படாத மாறுபாட்டை சித்தரிக்கிறது.

கவனிக்க வேண்டிய ஒரு புள்ளி: RSS மற்றும் ESS க்கு, பயன்படுத்தப்படும் குறியீடு மாறுபடலாம். எனவே, இரண்டும் உண்மையில் எதைக் குறிக்கின்றன என்பதை அறிந்து கொள்வது நல்லது.

இப்போது, வெளிப்படுத்தப்பட்ட அடையாளத்தை பின்வருமாறு சித்தரிக்கலாம்:

$$TSS = ESS + RSS$$

மேலும் இவ்வாறு மீண்டும் எழுதலாம்:

$$\frac{TSS}{TSS} = \frac{ESS}{TSS} + \frac{RSS}{TSS} = 1$$

எனவே, விவரிக்கப்படாத மற்றும் விளக்கப்பட்ட மாறுபாட்டை இருபுறமும் உள்ள மொத்த மாறுபாட்டின் பங்குகளாகப் பிரிப்பதன் மூலம் வெளிப்படுத்த முடியும்.

பின்னடைவு சமன்பாட்டின் சுயாதீன மாறிக்குள் உள்ள மாறுபாட்டின் மூலம் இணைக்கப்பட்ட அல்லது விளக்கப்பட்ட சார்பு மாறிக்குள் உள்ள மாறுபாடு சதவீதம்:

$$R^2 = \frac{ESS}{TSS} = 1 - \frac{RSS}{TSS}, \quad 0 \leq R^2 \leq 1$$

## குறிப்பு

## குறிப்பு

**எடுத்துக்காட்டு 4.3:** மதிப்பிடப்பட்ட ஒரு எளிய நேரியல் பின்னடைவு மாதிரி இருப்பதைக் கவனியுங்கள்  $R^2 = 0.65$  இது சராசரியைச் சுற்றியுள்ள மொத்த மாறுபாட்டிலிருந்து என்பதைக் குறிக்கிறது  $Y$ , 65 சதவீதத்தை மாறி கொண்டு விளக்கலாம்  $X$  மாதிரியில் சேர்க்கப்பட்டுள்ளது.

பின்னடைவின் இந்த எளிய மாதிரிக்குள், நிர்ணய குணகம், சாய்வின் OLS மதிப்பீட்டாளர் மற்றும் மாதிரி தொடர்பு குணகத்தின் குணக அளவீடுகளுக்கு இடையே ஒரு நல்ல உறவு உள்ளது. இது தெளிவாக இருக்க, சதுரங்களின் கூட்டுத்தொகையை பின்வருமாறு விளக்குவோம்:

$$ESS = \sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2 = \sum_{i=1}^n ((b_0 + b_1 X_i) - (b_0 + b_1 \bar{X}))^2 = \sum_{i=1}^n (b_1 X_i - b_1 \bar{X})^2 = b_1^2 \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$$

இந்த மாற்றத்தின் உதவியுடன், தீர்மானிக்கும் குணகம் மேலும் வெளிப்படுத்தப்படலாம்:

$$R^2 = \frac{ESS}{TSS} = \frac{b_1^2 \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2} = \left( b_1 \frac{S_X}{S_Y} \right)^2$$

மேலே உள்ள,  $S_X$  மற்றும்  $S_Y$  க்கான மாதிரி நிலையான விலகலைக் குறிக்கவும்  $X$  மற்றும்  $Y$ , முறையே. பின்வருபவை OLS சாய்வு மதிப்பீட்டாளருக்கும் இடையேயான தொடர்பு குணகத்திற்கும் இடையே ஒரு தொடர்பை நிறுவுதல்  $X$  மற்றும்  $Y$ .

$$b_1 = \frac{S_{XY}}{S_X^2} = \frac{S_{XY}}{S_X^2} \times \frac{S_Y}{S_Y} = \frac{S_{XY}}{S_X S_Y} \times \frac{S_Y}{S_X} = r \frac{S_Y}{S_X}$$

மேலே உள்ள,  $S_{XY}$  இடையே உள்ள மாதிரி இணைவைக் குறிக்கவும்  $X$  மற்றும்  $Y$ , மற்றும்  $r$ , இது மாதிரி தொடர்பு குணகம்  $X$  மற்றும்  $Y$ . எனவே, நாம் போது மேலே உள்ள இரண்டு சமன்பாடுகளையும் மாற்றினால், நிர்ணய குணகத்திற்கும் மாதிரி தொடர்பு குணகத்திற்கும் இடையிலான தொடர்பைப் பெறுகிறோம்.

$$R^2 = \left( b_1 \frac{S_X}{S_Y} \right)^2 = \left( r \times \frac{S_X}{S_Y} \times \frac{S_Y}{S_X} \right)^2 = (r)^2$$

எனவே, எளிமையான பின்னடைவின் விஷயத்தில், மாதிரி தொடர்பு குணகத்தின் முழுமையான மதிப்பு, தீர்மானிக்கும் குணகத்தின் வர்க்க மூலத்தை உருவாக்குகிறது:

$$|r| = \sqrt{R^2}$$

இடையே உள்ள தொடர்பு பெரியது என்பதை இது குறிக்கும்  $X$  மற்றும்  $Y$ , மாதிரியின் மாறுபாட்டின் விளக்கப்பட்ட பங்கு பெரியதாக இருக்கும் (சிறியது மாறுபாட்டின் விவரிக்கப்படாத பங்கு). மேலும், குறைவான சிதறல் பின்னடைவுக் கோட்டிலிருந்து மாதிரி புள்ளிகளாக இருக்கும், பெரிய தொடர்பு மற்றும் தீர்மானத்தின் குணகம்.

### 4.6.1 $R^2$ மற்றும் OLS மதிப்பீட்டாளர்களின் முக்கியத்துவம்

$X$  இன் மாறுபாடு மாறாமல் இருக்கும் போது  $Y$  இன் மாறுபாடு அதிகரித்தால், அது நேரடியாக தீர்மானிக்கும் குணகத்தின் அளவைக் குறைக்கும்.



## குறிப்பு

பின்னடைவு மாதிரியின் அளவுரு மதிப்பீட்டின் முக்கியத்துவத்தை இது பாதிக்காது.

மேலே உள்ள சமன்பாடுகளைப் பார்க்கும்போது, மாறுபாடு அதிகரிப்பது தெளிவாகிறது Y நிர்ணய குணகத்தின் பின்னடைவு மாதிரியின் அளவைக் குறைக்கிறது. இருப்பினும், மாறுபாட்டின் அதிகரிப்புடன் Y, இடையே உள்ள இணைவு Y மற்றும் X மேலும் அதிகரிக்கிறது மற்றும் இது அளவுரு மதிப்பீட்டின் மதிப்பை உயர்த்துகிறது. எனவே, அளவுருவின் முக்கியத்துவத்தில் மாற்றம் இருக்காது என்பது தெளிவாகத் தெரியவில்லை. விகிதத்தை உருவாக்குவதன் மூலம், பின்வருபவை தெளிவாகின்றன:

$$t = \frac{b_1}{se(b_1)} = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} \bigg/ \sqrt{\frac{S^2}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}} = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2} \times \sqrt{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}} \times \sqrt{\frac{n-2}{n-2}}$$

மேலே உள்ளவற்றில், S என்பது எஞ்சியவற்றைக் குறிக்கிறது நிலையான விலகல். மாறுபாட்டின் போது f-மதிப்புக்கான முடிவைப் பார்ப்போம் y நிலையான c உடன் அதிகரிக்கப்படுகிறது.

$$\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(cY_i - c\bar{Y})}{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (cY_i - c\hat{Y}_i)^2}{n-2}} \times \sqrt{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}} = \frac{\sum_{i=1}^n c(X_i - \bar{X})(Y_i - \hat{Y}_i)}{\sqrt{\frac{c^2 \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n-2}} \times \sqrt{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}} = \frac{c}{c} \times \frac{b_1}{se(b_1)} = t$$

எனவே, மாறுபாட்டை உயர்த்துகிறது ஓய் ஒரு நிலையான c உடன், f-மதிப்பை எந்த வகையிலும் பாதிக்காது. எனவே, தீர்மானத்தின் குணகம் மாதிரியின் நேரியல் வலிமையின் அளவை விட அதிகமாக இல்லை என்ற முடிவுக்கு வரலாம்.

### 4.6.2 சரிசெய்யப்பட்ட R சதுக்கம்

சரிசெய்யப்பட்டது R<sup>2</sup> (எனவும் சித்தரிக்கப்பட்டுள்ளது R<sup>2</sup> மற்றும் 'R பார்ஸ்கொயர்டு') முயற்சி செய்யப் பயன்படுகிறது நிகழ்வுக்கான கணக்கு R<sup>2</sup> கூடுதல் விளக்க மாறிகளின் மாதிரிக்கு கூடுதலாக போலியான மற்றும் தானாக அதிகரிக்கிறது. இந்த மாற்றம் தெய்வின் சரிசெய்யப்பட்டதால் ஏற்படுகிறது R<sup>2</sup> தரவுப் புள்ளிகளின் எண்ணிக்கையுடன் தொடர்புடைய மாதிரியில் உள்ள விளக்கச் சொற்களின் எண்ணிக்கையை இது சரிசெய்கிறது. சரிசெய்யப்பட்ட மதிப்பில் அதிகரிப்பு உள்ளது R<sup>2</sup> அதிகரித்தால் மட்டுமே R<sup>2</sup> (ஒரு புதிய விளக்க மாறியை உள்ளடக்கியதால்) தற்செயலாக நடந்ததை விட அதிகமாக உள்ளது. முக்கியத்துவம் வாய்ந்த முன்னரே தீர்மானிக்கப்பட்ட படிநிலையைக் கொண்ட விளக்க மாறிகளின் தொகுப்பை நாங்கள் அறிமுகப்படுத்தினால், ஒரு நேரத்தில் ஒரு பின்னடைவில், சரிசெய்யப்பட்டவை R<sup>2</sup> ஒவ்வொரு அறிமுகத்திலும் கணக்கிடப்படுகிறது, எந்த அளவில் சரிசெய்யப்படுகிறது R<sup>2</sup> அதிகப்பட்சத்தை அடைந்து, பின்னர் குறைகிறது, அதிகப்படியான/தேவையற்ற விதிமுறைகள் இல்லாமல் சிறந்த பொருத்தம் கொண்ட சிறந்த கலவையுடன் பின்னடைவாக இருக்கும். எனவே, சரிசெய்யப்பட்டது R<sup>2</sup> என வரையறுக்கப்படுகிறது:

$$\bar{R}^2 = 1 - (1 - R^2) \frac{n-1}{n-p-1} = R^2 - (1 - R^2) \frac{p}{n-p-1}$$

## குறிப்பு

மேலே உள்ளவற்றில்:

- $p$  மாதிரியின் விளக்க மாறிகளின் எண்ணிக்கையைக் குறிக்கிறது (நிலையான காலத்தைத் தவிர்த்து)
- $n$  மாதிரி அளவைக் குறிக்கிறது

அட்ஜஸ்ட் செய்தும் எழுதலாம்  $R^2$  கீழே:

$$\bar{R}^2 = 1 - \frac{SS_{res} / df_e}{SS_{tot} / df_t}$$

மேலே உள்ளவற்றில்:

- $df$  சுதந்திரத்தின் அளவைக் குறிக்கிறது  $n -$  மதிப்பீட்டின் 1 சார்பு மாறியின் மக்கள்தொகை மாறுபாடு
- $df$  சுதந்திரத்தின் அளவைக் குறிக்கிறது  $n - p -$  மதிப்பீட்டின் 1 அடிப்படை மக்கள்தொகை பிழை மாறுபாடு.

சரிசெய்யப்பட்ட அடிப்படைக் கொள்கையைப் பார்க்க முடியும்  $R^2$  சாதாரணமாக இருந்தால் புள்ளிவிவரம்  $R^2$  பின்வருமாறு மீண்டும் எழுதப்பட்டது:

$$R^2 = 1 - \frac{VAR_{res}}{VAR_{tot}}$$

மேலே உள்ளவற்றில்:

$VAR_{res} = SS_{res} / n$  மதிப்பிடப்பட்ட எச்சங்களின் மாதிரி மாறுபாடுகள் மற்றும்  $VAR_{tot} = SS_{tot}$  சார்பு மாறியின் மாதிரி மாறுபாடுகள் ஆகும். பிழைகள் மற்றும் சார்பு மாறிகளின் மக்கள்தொகை மாறுபாடுகளின் சார்பு மதிப்பீடுகளாக இவை பார்க்கப்படலாம்.

புள்ளியியல் சார்பற்ற பதிப்புகளுடன் மதிப்பீடுகளை எவ்வாறு மாற்றுவது என்பது கீழே உள்ளது:

$$VAR_{res} = SS_{res} / (n - p - 1)$$

மற்றும்

$$VAR_{tot} = SS_{tot} / (n - 1)$$

சரிசெய்யப்பட்டதற்கான விளக்கம்  $R^2$  என்பது போன்றது அல்ல  $R^2$ .  $R^2$  சரிசெய்யப்படும் போது பொருத்தத்தின் அளவீடு ஆகும்  $R^2$  மாற்று உள்ளமைக்கப்பட்ட விளக்கமளிக்கும் தொகுப்புகளின் பொருத்தத்தின் ஒப்பீட்டு அளவீடு ஆகும். இந்த புள்ளிவிவரத்தை விளக்கி அறிக்கையிடும் போது கவனமாக இருப்பது முக்கியம். சரிசெய்யப்பட்ட  $R^2$  ஒரு மாதிரியை உருவாக்குவதற்கான அம்சத் தேர்வின் கட்டத்தில் மிகவும் பயனுள்ளதாக இருப்பதை நிரூபிக்கிறது.

### உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சரிபார்க்கவும்

10. தீர்மானத்தின் மாதிரி குணகம் பற்றி விரிவாகக் கூறுங்கள்?
11. சரிசெய்தல்  $R$  சதுரம் என்ற சொல்லை வரையறுக்கவும்.

#### 4.7 உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சரிபார்க்கும் கேள்விகளின் பதில்கள்

#### குறிப்பு

1. மல்டிபிள் ரிக்ரஷன் மாடலில், எளிய (இரண்டு-மாறி) பின்னடைவு மாதிரியின் நீட்டிப்பு உள்ளது, இது கூடுதல் விளக்கக் காரணிகளின் சாத்தியத்தை மேலும் கணக்கில் எடுத்துக்கொள்ளும், இது சார்பு மாறியை முறையாகப் பாதிக்கலாம்.
2. ஸ்கேலார்  $S$  ஐ அனைத்திற்கும் வேறுபடுத்துவதன் மூலம் நாம் குறைக்கிறோம் புத்திசாலித்தனமாக மாறி, முதல் வரிசை நிபந்தனையை பூஜ்ஜியமாக மாற்றுகிறது. எனவே நாம் பெறுகிறோம்,  $(k + 1)$  ஒரே நேரத்தில் சமன்பாடுகள்  $(k + 1)$  தெரியாதவை, குறைந்த சதுரங்கள் சாதாரண சமன்பாடுகள் எனப்படும்.
3. நேர்மறை வர்க்கமூலம்  $s^2$  பின்னடைவின் நிலையான பிழை (SER) என்று அழைக்கப்படுகிறது. SER இன் அலகுகள் சார்பு மாறியைப் போலவே இருக்கும். இது OLS குணகங்களின் மதிப்பிடப்பட்ட நிலையான பிழைகளின் எண்ணிக்கையாகும். பெரும்பாலும், SER இன் அளவு, தரவை விளக்குவதற்கான பின்னடைவின் திறனைத் தீர்மானிக்க சார்பு மாறியின் சராசரியுடன் ஒப்பிடப்படுகிறது.
4. SLR இன் கீழ் LSM முறையின் நோக்கம், கவனிக்கப்பட்ட ஜோடி மதிப்புகள் மற்றும் ஒரு குறிப்பிட்ட அளவுகோல் செயல்பாட்டைப் பயன்படுத்துவதன் அடிப்படையில் மாதிரியின் அளவுருக்களை மதிப்பிடுவதாகும். பதில் மாறியின்), அதாவது:  
கவனிக்கப்பட்ட மதிப்புகள்-  $x_i$  மற்றும்  $y_i$  ஒவ்வொரு ஜோடிக்கும்  $i$ ,  $i=1, 2, \dots, n$   
மதிப்பிடப்பட வேண்டிய மதிப்புகள்  $A$  மற்றும்  $B$  மற்றும்  $(Y_1, Y_2, \dots, Y_n)$  அதற்காக  $n$  கவனிக்கப்பட்ட ஜோடி மதிப்புகள்.
5. குறைந்த சதுரங்கள் முறையில் மதிப்பீட்டாளர்கள் என்பது பொருளின் செயல்பாட்டைக் குறைக்கும்  $A$  &  $B$  இன் மதிப்புகள் ஆகும். எனவே, ஒருவர் வழித்தோன்றல்களைக் கணக்கிட வேண்டும்  $\partial C / \partial A$  &  $\partial C / \partial B$ , அவற்றை பூஜ்ஜியத்திற்கு சமன் செய்து  $A$  மற்றும்  $B$  இல் உள்ள சமன்பாடுகளின் அமைப்பைத் தீர்க்கவும்.
6. MLR இன் கீழ் லீட் ஸ்கொயர்ஸ் முறையின் நோக்கம் மாதிரியின் அளவுருக்களை மதிப்பிடுவதாகும், கவனிக்கப்பட்டதன் அடிப்படையில்  $n$  மதிப்புகளின் தொகுப்புகள் மற்றும் ஒரு குறிப்பிட்ட அளவுகோல் செயல்பாட்டைப் பயன்படுத்துவதன் மூலம் (கண்காணிக்கப்பட்ட மதிப்புகளின் தொகுப்புகள் துணை மாறியின் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட மதிப்புகள் மற்றும் பதில் மாறியின் தொடர்புடைய கவனிக்கப்பட்ட மதிப்புகள் மூலம் அமைக்கப்படுகின்றன), அதாவது:  
கவனிக்கப்பட்ட மதிப்புகள்  $x_1, x_2, \dots, x_j, \dots, x_k, \dots, x_n$  மற்றும்  $y_i$  ஒவ்வொரு தொகுப்பிற்கும்  $i, i=1, 2, \dots, n$   
மதிப்பிடப்பட வேண்டிய மதிப்புகள்  $B_1, B_2, \dots, B_j, \dots, B_k$  மற்றும்  $(Y_1, Y_2, \dots, Y_i, \dots, Y_n)$
7. ஃபோர்டு-வால்ஃபோர்ட் மற்றும் குல்லண்ட் மற்றும் ஹோல்ட் வெளிப்பாடுகள் ஏற்கனவே அவற்றின் நேரியல் வடிவத்தில் உள்ளன, இது  $K$  மற்றும்  $L$  இன் மதிப்பீட்டை அனுமதிக்கிறது. கவனிக்கப்பட்ட  $L_i$  இல் எளிய நேரியல் பின்னடைவு முறைகளுடன் மற்றும்  $T_i$ . குல்லண்ட் மற்றும் ஹோல்ட் வெளிப்பாடு  $K$  மற்றும்  $L$  இன் மதிப்பீட்டை

அனுமதிக்கிறது நேர இடைவெளிகளில் கூட  $T_i$  நிலையானவை அல்ல. இந்த வழக்கில், வெளிப்பாட்டை மீண்டும் எழுதுவது வசதியானது:

$$\Delta L / T_i = K.L_{\infty} - K.L$$

## குறிப்பு

8. பல பின்னடைவு என்பது நேரியல் (OLS) பின்னடைவின் நீட்டிப்பு ஆகும், இது ஒரு விளக்க மாறியைப் பயன்படுத்துகிறது. பல லைனர் பின்னடைவு (MLR) பொருளாதார அளவீடு மற்றும் நிதி அனுமானத்தில் பரவலாகப் பயன்படுத்தப்படுகிறது.

9. மாறுபாடு  $\hat{Y}$   
என்ற மாறுபாடு இருக்கிறது

$$\begin{aligned} V(\hat{y}) &= V(Xb) \\ &= XV(b)X' \\ &= \sigma^2 X(X'X)^{-1}X' \\ &= \sigma^2 H. \end{aligned}$$

10. தீர்மானிக்கும் குணகம்,  $R^2$ , ஒரு பின்னடைவுக் கோட்டின் பொருத்தத்தின் நன்மையின் பரவலாகப் பயன்படுத்தப்படும் அளவீடு ஆகும். இது இரண்டு மாறிகளுக்கு இடையே உள்ள தொடர்பின் அளவு அல்லது வலிமையை அளவிடுகிறது,  $X$  மற்றும்  $Y$ . இந்த மதிப்பு மாதிரி தரவு புள்ளிகளை அடிப்படையாகக் கொண்டிருப்பதால், இது 'மாதிரி குணகம்' என அழைக்கப்படுகிறது. இதன் மதிப்பு 0 (மோசமான பொருத்தம்) முதல் 1 (நல்ல பொருத்தம்) அல்லது (சரியான பொருத்தம்) வரை இருக்கும்.
11. சரிசெய்யப்பட்டது  $R^2$  (எனவும் சித்தரிக்கப்பட்டுள்ளது  $R^2$  மற்றும் 'R பார் ஸ்கொயர்டு' என்று அழைக்கப்படுகிறது) பயன்படுத்தப்படுகிறது என்ற நிகழ்வைக் கணக்கிட முயற்சிக்கவும்  $R^2$  கூடுதல் விளக்க மாறிகளின் மாதிரிக்கு கூடுதலாக போலியான மற்றும் தானாக அதிகரிக்கிறது. இந்த மாற்றம் தெய்வின் சரிசெய்யப்பட்டதால் ஏற்படுகிறது  $R^2$  தரவுப் புள்ளிகளின் எண்ணிக்கையுடன் தொடர்புடைய மாதிரியில் உள்ள விளக்கச் சொற்களின் எண்ணிக்கையை இது சரிசெய்கிறது.

## 4.8 தொகுப்பு

- மல்டிபிள் ரிக்ரஷன் மாடலில், எளிய (இரண்டு-மாறி) பின்னடைவு மாதிரியின் நீட்டிப்பு உள்ளது, இது கூடுதல் விளக்கக் காரணிகளின் சாத்தியத்தை மேலும் கணக்கில் எடுத்துக்கொள்ளும், இது சார்பு மாறியை முறையாகப் பாதிக்கலாம்.
- பல பின்னடைவில் கூட அதே மூன்று சதுரங்களின் கூட்டுத்தொகைகளை (SST, SSE மற்றும் SSR) வரையறுக்க முடியும்.  $R^2$  விளக்கப்பட்ட சதுரங்களின் (SSE) மொத்த சதுரங்களின் (SST) விகிதமாகும்.  $Y$  மற்றும்  $X$  இடையே உள்ள தொடர்பைக் கொண்ட ஒரு வர்க்க எளிய தொடர்பு குணகத்தின் விளக்கத்தை அது இப்போது பெற்றிருந்தாலும், தொடர்பு இப்போது எளிதானது அல்ல.

## குறிப்பு

- பிழைகள் குறுக்கீடு செய்தால் என்பது பூஜ்ஜியத்திற்கு சமமானதல்ல, சார்பு இருக்கும் தோற்றத்தின் மூலம் பின்னடைவு மூலம் கணக்கிடப்படும் சாய்வு குணகங்களில். எனவே, அடிக்கடி, ஒரு இடைமறிப்பு சேர்க்கப்பட்டுள்ளது, மேலும் அது பூஜ்ஜியமாக இருக்க வேண்டுமா என்பதைத் தீர்மானிக்க தரவு அனுமதிக்கப்படுகிறது.
- இந்தக் குறிப்பிட்ட முன்மொழிவு மக்கள்தொகை மாதிரியைப் பற்றிய அனுமானம் அல்ல, மாறாக மாதிரித் தரவு பயன்படுத்தப்படுவதன் உட்குறிப்பு என்பதைப் புரிந்துகொள்வது அவசியம். மேலும், இது விளக்க மாறிகள் இடையே நேரியல் உறவுகளின் விஷயத்தில் மட்டுமே செல்லுபடியாகும்.
- பொதுவாக, குறிப்பிடப்படாத மாதிரியின் ஒவ்வொரு OLS குணகமும் அத்தகைய சூழ்நிலையில் சார்புநிலையைக் காண்பிக்கும், தவிர்க்கப்பட்ட மாறியானது சேர்க்கப்பட்ட ஒவ்வொரு பின்னடைவோடு தொடர்பற்றது. பொதுவாக, ஒரு விதியாக, விவரக்குறிப்புப் பிழையின் சமச்சீரற்ற தன்மை நீக்கப்படலாம்.
- பொருளாதார, சமூக மற்றும் அறிவியல் மாறிகள் பெரும்பாலும் நேரியல் தொடர்புகளால் இணைக்கப்பட்டிருக்கும், மாதிரியானது அளவுருக்களில் நேரியல் என்று அனுமானிக்கப்படுகிறது. பொருளாதார அளவியல் மற்றும் புள்ளியியல் மாடலிங் துறையில், பின்னடைவு பகுப்பாய்வு என்பது மாறிகள் இடையே இருக்கும் செயல்பாட்டு உறவைக் கண்டறிவதற்கான ஒரு கருத்தியல் செயல்முறையாகும்.
- குறைந்தபட்ச சதுரங்கள் முறை எளிய நேரியல் பின்னடைவு, பல நேரியல் மாதிரி மற்றும் நேரியல் அல்லாத மாதிரிகள் (காஸ்-நியூட்டனின் முறை) வடிவங்களின் கீழ் வழங்கப்படுகிறது.
- குறைந்தபட்ச சதுர மதிப்பீட்டாளர்களைக் கணக்கிட,  $\theta$  இன் வழித்தோன்றல்  $d\theta/dB$  ஐ வெக்டார்  $B$ க்கு, பூஜ்ஜியத்திற்குச் சமமாக வைப்பது போதுமானது.  $d\theta/dB$  என்பது  $\partial\theta/\partial B_1, \partial\theta/\partial B_2 \dots, \partial\theta/\partial B_k$  ஆகிய கூறுகளைக் கொண்ட ஒரு திசையன் ஆகும்.
- புள்ளியியல் பகுப்பாய்வில், மதிப்பீட்டாளர்களையும் சதுரங்களின் கூட்டுத்தொகையையும் ஐடிம்போடென்ட் மெட்ரிக்குகளைப் பயன்படுத்தி எழுதுவது வசதியானது. பின்னர், இடிம்போட்டென்ட் மெட்ரிக்குகள்  $L, (I - L)$  மற்றும்  $(I - M)$  உடன்  $L \backslash n = X (X' T X)^{-1} X' T, I =$  ஒற்றுமை அணி மற்றும்  $M(n, n) =$  அர்த்தம்  $(n,1)$  அணி  $= 1/n$  [1] இதில் [1] என்பது அதன் அனைத்து கூறுகளும் ஒன்றுக்கு சமமாக இருக்கும் ஒரு அணி ஆகும்.
- பல பின்னடைவு என்பது நேரியல் (OLS) பின்னடைவின் நீட்டிப்பு ஆகும், இது ஒரு விளக்க மாதிரியைப் பயன்படுத்துகிறது. பல லைனர் பின்னடைவு (MLR) பொருளாதார அளவீடு மற்றும் நிதி அனுமானத்தில் பரவலாகப் பயன்படுத்தப்படுகிறது.
- $b$  இன் மாறுபாட்டை அனைத்து  $b, b \dots$ , ஆகியவற்றின் மாறுபாடுகளின் கூட்டுத்தொகையாகப் பெறலாம்.  $b_k$  இது  $b$  இன் கோவாரியன்ஸ் மெட்ரிக்ஸின் தடயமாகும்.
- தீர்மானிக்கும் குணகம்,  $R^2$ , ஒரு பின்னடைவுக் கோட்டின் பொருத்தத்தின் நன்மையின் பரவலாகப் பயன்படுத்தப்படும் அளவீடு ஆகும். இது இரண்டு மாறிகளுக்கு இடையே உள்ள தொடர்பின் அளவு அல்லது வலிமையை அளவிடுகிறது,  $X$  மற்றும்  $Y$ . இந்த மதிப்பு மாதிரி தரவு புள்ளிகளை அடிப்படையாகக் கொண்டிருப்பதால், இது 'மாதிரி குணகம்' என அழைக்கப்படுகிறது. இதன் மதிப்பு 0 (மோசமான

## குறிப்பு

பொருத்தம்) முதல் 1 (நல்ல பொருத்தம்) அல்லது (சரியான பொருத்தம்) வரை இருக்கும்.

- $R_2$  மொத்த மாறுபாட்டின் விகிதமாக வரையறுக்கப்படுகிறது, அதாவது, 'விளக்கப்பட்டது' மற்றும் 'விளக்கப்படாதது'.

$$\Sigma(Y - \bar{Y})^2 = \Sigma(\hat{Y} - \bar{Y})^2 + \Sigma(Y - \hat{Y})^2$$

அதாவது

- விவரிக்கப்படாத மாறுபாடு

இதனால்,  $R^2 =$

$$= 1 - \frac{\Sigma(Y - \hat{Y})^2}{\Sigma(Y - \bar{Y})^2}$$

- சரிசெய்தல் காரணி  $(n - 1) / (n - 2) > 1$ ,  $R^2$  எப்போதும் குறைவாக இருக்கும் அல்லது சமம்  $R^2$  மாதிரி அளவு அதிகரிக்கும் போது, விகிதம்  $(n - 1)$  இதனால், இடையே உள்ள வேறுபாடு  $R^2$  மற்றும்  $R^2 (n - 2)$  குறைக்கப்படும்.
- ஒரு எளிய பின்னடைவு பயன்முறைக்கு, ஒரு மாறியின் மாறுபாட்டை மற்றொன்றின் உதவியுடன் விளக்க முடியும், ஏனெனில் அவை ஒரு தொடர்பு கொண்டவை. அவை ஒன்றோடொன்று தொடர்புடையதாக இல்லாவிட்டால், விளக்கமளிக்கும் சக்தி எதுவும் இருக்காது X மாறி. பின்னடைவு பகுப்பாய்வின் போது, தொடர்பு குணகம் மற்றும் உறுதிப்பாட்டின் குணகம் இடையே தெளிவான தொடர்பு உள்ளது, இருப்பினும் அவற்றின் விளக்கத்தில் சிறிய வேறுபாடு உள்ளது.
- இரண்டு மாறிகளின் காரண உறவு தொடர்பாக தொடர்பு குணகத்தால் எந்த தகவலும் வழங்கப்படவில்லை. பின்னடைவு மாதிரியின் பின்னணியில் உள்ள தொடர்பு குணகத்தைப் பார்ப்போம் மற்றும் எந்த சூழ்நிலையில் தொடர்பு குணகத்தை ஒரு காரண உறவின் வலிமையின் அளவீடாக விளக்குவது சரியாக இருக்கும் என்பதை அறிவோம்.
- இல் **நிர்ணய குணகம்**, சராசரியிலிருந்து சராசரி விலகல் இரண்டு பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்பட்டுள்ளது: விளக்கப்பட்டது மற்றும் விவரிக்கப்படாத பகுதி. எனவே, சராசரி வெளிப்பாட்டிலிருந்து விலகலில் இருந்து அளவீட்டின் வழித்தோன்றலைத் தொடங்குவது இயற்கையானது, அதைத் தொடர்ந்து, பின்னடைவு மாதிரியிலிருந்து பெறப்பட்ட கணிக்கப்பட்ட மதிப்பு அறிமுகப்படுத்தப்படுகிறது.
- Y இன் சராசரி மதிப்பிலிருந்து விலகல் பின்னடைவு மாதிரியைப் பயன்படுத்துவதன் மூலம் விளக்கப்படுகிறது. எனவே, எதிர்பார்க்கப்படும் மதிப்புக்கும் (y) சராசரி மதிப்புக்கும் உள்ள வேறுபாட்டைக் குறிப்போம் (y) சராசரி வேறுபாடு விளக்கப்பட்ட பகுதியாக. எஞ்சியிருக்கும் பகுதி விவரிக்கப்படாத பகுதி.
- கையாளுதல்கள் செய்யப்பட்ட பிறகு, இப்போது மூன்று வெவ்வேறு கூறுகள் உள்ளன. இடது புறம் TSS அல்லது சதுரங்களின் மொத்தத் தொகையைக் கொண்டுள்ளது, இது மாதிரியின் மொத்த மாறுபாடு ஆகும். முதலில் வலது புறத்தில் ESS அல்லது விளக்கப்பட்ட சதுரங்களின் தொகை மற்றும் அதற்கு அடுத்ததாக RSS அல்லது சதுரங்களின் எஞ்சிய தொகை, இது விவரிக்கப்படாத மாறுபாட்டை சித்தரிக்கிறது.

## குறிப்பு

- X இன் மாறுபாடு மாறாமல் இருக்கும் போது Y இன் மாறுபாடு அதிகரித்தால், அது நேரடியாக தீர்மானிக்கும் குணகத்தின் அளவைக் குறைக்கும். பின்னடைவு மாதிரியின் அளவுரு மதிப்பீட்டின் முக்கியத்துவத்தை இது பாதிக்காது.
- சரிசெய்யப்பட்டதற்கான விளக்கம் R 2 என்பது போன்றது அல்ல R 2. R 2 சரிசெய்யப்படும் போது பொருத்தத்தின் அளவீடு ஆகும் R2 மாற்று உள்ளமைக்கப்பட்ட விளக்கமளிக்கும் தொகுப்புகளின் பொருத்தத்தின் ஒப்பீட்டு அளவீடு ஆகும். இந்த புள்ளிவிவரத்தை விளக்கி அறிக்கையிடும் போது கவனமாக இருப்பது முக்கியம். சரிசெய்யப்பட்ட R 2 ஒரு மாதிரியை உருவாக்குவதற்கான அம்சத் தேர்வின் கட்டத்தில் மிகவும் பயனுள்ளதாக இருப்பதை நிரூபிக்கிறது.

### 4.9 முக்கிய வார்த்தைகள்

- **பல பின்னடைவு மாதிரி:** பல பின்னடைவு மாதிரி, சார்பு மாறியை முறையாகப் பாதிக்கும் கூடுதல் விளக்கக் காரணிகளின் சாத்தியக்கூறுகளை மேலும் கணக்கில் எடுத்துக்கொள்ள எளிய (இரண்டு-மாறி) பின்னடைவு மாதிரியின் நீட்டிப்பு உள்ளது.
- **குறைந்த சதுர முறை:** குறைந்தபட்ச சதுரங்கள் முறை எளிய நேரியல் பின்னடைவு, பல நேரியல் மாதிரி மற்றும் நேரியல் அல்லாத மாதிரிகள் (காஸ்-நியூட்டனின் முறை) வடிவங்களின் கீழ் வழங்கப்படுகிறது.
- **b இன் மாறுபாடு** b இன் மாறுபாட்டை அனைத்து b1, b 2, ..., b k இன் மாறுபாடுகளின் கூட்டுத்தொகையாகப் பெறலாம் இது b இன் கோவாரியன்ஸ் மேட்ரிக்ஸின் தடயமாகும்.
- **தீர்மானிக்கும் குணகம்:** நிர்ணய குணகம், R 2, ஒரு பின்னடைவுக் கோட்டின் பொருத்தத்தின் நன்மையின் பரவலாகப் பயன்படுத்தப்படும் அளவீடு ஆகும். இது X மற்றும் Y ஆகிய இரண்டு மாறிகளுக்கு இடையே உள்ள தொடர்பின் அளவு அல்லது வலிமையை அளவிடுகிறது. இந்த மதிப்பு மாதிரி தரவு புள்ளிகளின் அடிப்படையில் இருப்பதால், இது 'மாதிரி குணகம்' என அழைக்கப்படுகிறது.

### 4.10 சுய மதிப்பீட்டு கேள்விகள் மற்றும் பயிற்சிகள்

#### குறுகிய பதில் கேள்விகள்

1. பல பின்னடைவு மாதிரியை வரையறுக்கவும்.
2. OLS இன் இயக்கவியல் மற்றும் விளக்கத்தை விரிவாகக் கூறுங்கள்.
3. பொருத்தப்பட்ட மதிப்பு மற்றும் எச்சங்களை விளக்கவும்.
4. பல பின்னடைவு மாதிரியின் அனுமானங்களைக் கொடுங்கள்.
5. எளிய நேரியல் பின்னடைவு மாதிரி என்றால் என்ன?
6. சாதாரண குறைந்தபட்ச சதுரங்களை விவரிக்கவும்.
7. OLS அடிப்படையிலான அளவுருவின் மதிப்பீட்டின் மூலம் நீங்கள் என்ன புரிந்துகொள்கிறீர்கள்?
8. OLS மாதிரியின் MLR பற்றி விரிவாகக் கூறுங்கள்.
9. மதிப்பீட்டு முறையை விளக்கவும்.

## குறிப்பு

10. சதுரங்களின் எஞ்சிய தொகை என்ன?
11. நேரியல் அல்லாத மாதிரியை விளக்குங்கள்.
12. OLS இன் கொள்கையைக் கொடுங்கள்.
13. OLSE இன் பண்புகள் பற்றி விளக்கவும்.
14. பொருத்தத்தின் நன்மை என்ன?
15.  $R^2$  என்ற சொல்லை வரையறுக்கவும்.
16. சரிசெய்தல்  $R$  சதுரத்தைப் புரிந்துகொள்ளவும்.

### நீண்ட பதில் கேள்விகள்

1. பல நேரியல் பின்னடைவு மாதிரியைப் பற்றி பொருத்தமான எடுத்துக்காட்டுகளுடன் சுருக்கமாக விளக்குங்கள்.
2. பொருத்தப்பட்ட மதிப்புகள் மற்றும் எச்சங்கள் மற்றும் அவற்றின் பண்புகள் பற்றி விரிவாக விவாதிக்கவும்.
3. OLS மாதிரியின் அடிப்படையில் அளவுருக்களின் பல்வேறு வகையான மதிப்பீட்டை பகுப்பாய்வு செய்யவும்.
4. காஸ்-நியூட்டன் அதன் நன்மைகளைத் தரும் முறையைப் பற்றி சுருக்கமாக விளக்குங்கள்.
5. எடுத்துக்காட்டுகளின் உதவியுடன் OLS அடிப்படையிலான MLR இன் பண்புகள் பற்றி விரிவாக விவாதிக்கவும்.
6. எடுத்துக்காட்டுகளின் உதவியுடன் பொருத்தத்தின் நன்மைக்கான மாதிரி குணகம் நிர்ணயம் பற்றி சுருக்கமாக விளக்கவும்.
7. பல்வேறு எடுத்துக்காட்டுகளுடன் பொருத்தத்தின் நன்மை பற்றி விரிவாக விளக்குங்கள்.
8.  $R^2$  இடையே வேறுபடுத்தி பொருத்தமான எடுத்துக்காட்டுகளுடன்  $R$  சதுரத்தை சரிசெய்யவும்.

## 4.11 மேலும் படிக்க

Johnston, J. and John DiNARDO. 1997. *Econometric Methods*, Fourth Edition. New Delhi: Tata McGraw-Hill.

Koutsoyiannis, A. I 1977. *Theory of Econometrics*, Second Edition. London: The Macmillan Press Ltd.

Ozdemir, Durmu, 2016. *Applied Statistics for Economics and Business*, Second Edition. Izmir (Thrkay): Springer.

Maddala, G.S. 1992. *Introduction to Econometrics*, Second Edition. New York: Macmillan Publishing Company.

Pindyck, R. S and D. L. Rubinfeld. 1998. *Econometric Models and Economic Forecasts*, Fourth Edition. New York: McGraw Hill.

Goldberger, A. S. 1998. *Introductory Econometrics*. Cambridge: Harvard University Press.

Levirie, David M., Timothy C. Krehbiei, Mark L Berenson and P. K. Viswanathan. 2009. *Business Statist.*, Fifth Edition. New Delhi: Pearson Education.

Webster, Allen L. 1998. *Applied Statistics for Business and Economics*, Third Edition. New Delhi: Tata McGraw-Hill.



## பகுதி - III பொருளாதார பகுப்பாய்வு

### அலகு 5 கிளாசிக்கல் அனுமானங்களின் மீறல்கள்

குறிப்பு

#### கட்டமைப்பு

- 5.0 முன்னுரை
- 5.1 நோக்கங்கள்
- 5.2 கிளாசிக்கல் அனுமானங்களின் விளைவுகளின் மீறல்கள்
- 5.3 கண்டறிதல் மற்றும் தீர்வுகள் பன்முகத்தன்மை
- 5.4 ஹீட்லோரோஸ்கெடாஸ்டிசிட்டி
- 5.5 தொடர் தொடர்புகள்
- 5.6 உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சரிபார்க்கும் கேள்விகளின் பதில்கள்
- 5.7 சுருக்கத் தொகுப்பு
- 5.8 முக்கிய வார்த்தைகள்
- 5.9 சுய மதிப்பீட்டு கேள்விகள் மற்றும் பயிற்சிகள்
- 5.10 மேலும் படிக்க

#### 5.0 அறிமுகம்

கிளாசிக்கல் லீனியர் ரிக்ரஷன் மாதிரியின் அனுமானங்களில் ஒன்று, ஹீட்லோரோஸ்கெடாஸ்டிசிட்டி இல்லை. இந்த அனுமானத்தை உடைப்பது என்பது காஸ்-மார்கோவ் தேற்றம் பொருந்தாது என்பதாகும், அதாவது சாதாரண குறைந்த சதுரங்கள் (OLS) மதிப்பீட்டாளர்கள் சிறந்த நேரியல் சார்பற்ற மதிப்பீட்டாளர்கள் (நீலம்) அல்ல, மேலும் அவற்றின் மாறுபாடு மற்ற எல்லா பக்கச்சார்பற்ற மதிப்பீட்டாளர்களிலும் குறைவானது அல்ல. ஹீட்லோரோஸ்கெடாஸ்டிசிட்டி என்பது சாதாரண குறைந்தபட்ச சதுரங்களின் குணகம் சார்புடையதாக இருக்க முடியாது, இருப்பினும் சாதாரண குறைந்தபட்ச சதுரங்கள் குணகங்களின் மாறுபாட்டை (மற்றும், நிலையான பிழைகள்) மதிப்பிடுவதால், மக்கள்தொகை மாறுபாட்டின் உண்மைக்கு மேலே அல்லது கீழே இருக்கலாம்.

எனவே, ஹீட்லோரோஸ்கெடாஸ்டிக் தரவைப் பயன்படுத்தி பின்னடைவு பகுப்பாய்வு முன்கணிப்பு மாறி மற்றும் விளைவுக்கு இடையிலான உறவுக்கு ஒரு பக்கச்சார்பற்ற மதிப்பீட்டை வழங்கும், ஆனால் நிலையான பிழைகள் மற்றும் தரவு பகுப்பாய்விலிருந்து பெறப்பட்ட அனுமானங்கள் சந்தேகத்திற்குரியவை. பாரபட்சமான நிலையான பிழைகள் சார்பு அனுமானத்திற்கு வழிவகுக்கும், எனவே கருதுகோள் சோதனைகளின் முடிவுகள் தவறாக இருக்கலாம். எடுத்துக்காட்டாக, OLS ஒரு பன்முகத் தரவுத் தொகுப்பில் நிகழ்த்தப்பட்டால், ஒரு சார்பு நிலையான பிழை மதிப்பீட்டைக் கொடுத்தால், அந்த பூஜ்ய கருதுகோள் உண்மையில் உண்மையான

## குறிப்பு

மக்கள்தொகைக்கு இயல்பற்றதாக இருக்கும் போது, ஒரு ஆராய்ச்சியாளர் ஒரு பூஜ்ய கருதுகோளை நிராகரிக்கத் தவறலாம். பிழை).

பின்னடைவு பகுப்பாய்வு மற்றும் மாறுபாட்டின் பகுப்பாய்வில் பன்முகத்தன்மையின் இருப்பு ஒரு முக்கிய கவலையாக உள்ளது, ஏனெனில் இது முக்கியத்துவம் வாய்ந்த புள்ளியியல் சோதனைகளை செல்லாததாக்குகிறது. மாடலிங் பிழைகள் அனைத்தும் ஒரே மாறுபாட்டைக் கொண்டிருப்பதாகக் கருதுங்கள். பன்முகத்தன்மையின் முன்னிலையில் சாதாரண குறைந்தபட்ச சதுர மதிப்பீட்டாளர் இன்னும் பக்கச்சார்பற்றதாக இருந்தாலும், அது திறனற்றது மற்றும் பொதுமைப்படுத்தப்பட்ட குறைந்தபட்ச சதுரங்கள் பயன்படுத்தப்பட வேண்டும்.

மல்டிகோலினியரிட்டி என்பது பல பின்னடைவு மாதிரியில் இரண்டுக்கும் மேற்பட்ட விளக்க மாறிகள் மிகவும் நேர்கோட்டுடன் தொடர்புடைய சூழ்நிலையைக் குறிக்கிறது. எடுத்துக்காட்டாக, மேலே உள்ள சமன்பாட்டில் உள்ளதைப் போல, இரண்டு சுயாதீன மாறிகளுக்கு இடையிலான தொடர்பு 1 அல்லது -1 க்கு சமமாக இருந்தால், எங்களிடம் சரியான மல்டிகோலினியரிட்டி உள்ளது. நடைமுறையில், தரவுத் தொகுப்பில் சரியான மல்டிகோலினியரிட்டியை நாம் அரிதாகவே எதிர்கொள்கிறோம். மிகவும் பொதுவாக, இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட சுயாதீன மாறிகளுக்கு இடையே தோராயமான நேரியல் உறவு இருக்கும்போது மல்டிகோலினியரிட்டி பிரச்சினை எழுகிறது.

இந்த யூனிட்டில், கிளாசிக்கல் அனுமானங்களின் மீறல்கள், விளைவுகள், கண்டறிதல் மற்றும் தீர்வுகள் மல்டிகோலினியரிட்டி, ஹெட்டோரோஸ்கெடாஸ்டிசிட்டி மற்றும் தொடர் தொடர்புகள் பற்றி நீங்கள் படிப்பீர்கள்.

### 5.1 நோக்கங்கள்

இந்த அலகுக்குச் சென்ற பிறகு, உங்களால் முடியும்:

- கிளாசிக்கல் அனுமானங்களின் மீறல்களைப் புரிந்து கொள்ளுங்கள்
- பின்விளைவுகளை விரிவாகக் கூறுங்கள்
- பன்முகத்தன்மையைக் கண்டறிதல் மற்றும் தீர்வுகளை விளக்குங்கள்
- பன்முகத்தன்மையை வரையறுக்கவும்
- தொடர் தொடர்புகளை பகுப்பாய்வு செய்யுங்கள்

### 5.2 கிளாசிக்கல் அனுமானங்களின் விளைவுகளின் மீறல்கள்

OLS நுட்பத்தைப் பயன்படுத்துவதற்கு நேரியல் பின்னடைவு மாதிரியை இயக்கக்கூடிய பல்வேறு கட்டமைப்புகள் உள்ளன. இந்த அமைப்புகள் ஒவ்வொன்றும் ஒரே மாதிரியான சூத்திரங்களையும் அதே முடிவுகளையும் உருவாக்குகின்றன. ஒரே வித்தியாசம் என்னவென்றால், இந்த முறை அர்த்தமுள்ள முடிவுகளைத் தருவதற்கு திணிக்கப்பட வேண்டிய விளக்கம் மற்றும் அனுமானங்கள். பொருந்தக்கூடிய கட்டமைப்பின் தேர்வு பெரும்பாலும் கையில் உள்ள தரவின் தன்மை மற்றும் செய்ய வேண்டிய அனுமானப் பணியைப் பொறுத்தது.

விளக்கத்தில் உள்ள வேறுபாட்டின் கோடுகளில் ஒன்று, பின்னடைவுகளை சீரற்ற மாறிகள் அல்லது முன் வரையறுக்கப்பட்ட

## குறிப்பு

மாறிலிகளாகக் கருதுவது. முதல் வழக்கில் (ரேண்டம் டிசைன்) ரிக்ரஸ்ஸ்  $x_i$  ரேண்டம் மற்றும் சில மக்கள்தொகையில் இருந்து  $y_i$  உடன் மாதிரியாக, ஒரு அவதானிப்பு ஆய்வில் உள்ளது. இந்த அணுகுமுறை மதிப்பீட்டாளர்களின் அறிகுறியற்ற பண்புகளை மிகவும் இயற்கையான ஆய்வுக்கு அனுமதிக்கிறது. மற்ற விளக்கத்தில் (நிலையான வடிவமைப்பு), பின்னடைவுகள்  $X$  ஒரு வடிவமைப்பால் அமைக்கப்பட்ட அறியப்பட்ட மாறிலிகளாகக் கருதப்படுகின்றன, மேலும்  $y$  என்பது ஒரு பரிசோதனையின் போது  $X$  இன் மதிப்புகளின் அடிப்படையில் நிபந்தனையுடன் மாதிரி செய்யப்படுகிறது. நடைமுறை நோக்கங்களுக்காக, இந்த வேறுபாடு பெரும்பாலும் முக்கியமற்றது, ஏனெனில் மதிப்பீடு மற்றும் அனுமானம் மேற்கொள்ளப்படுகிறது.  $X$  இல் கண்டிஷனிங் செய்யும் போது. இந்த கட்டுரையில் கூறப்பட்டுள்ள அனைத்து முடிவுகளும் சீரற்ற வடிவமைப்பு கட்டமைப்பிற்குள் உள்ளன.

கிளாசிக்கல் மாதிரியானது "முடிவு மாதிரி" மதிப்பீடு மற்றும் அனுமானத்தின் மீது கவனம் செலுத்துகிறது, அதாவது அவதானிப்புகளின் எண்ணிக்கை  $n$  நிலையானது. இது OLS இன் அறிகுறியற்ற நடத்தையைப் படிக்கும் மற்ற அணுகுமுறைகளுடன் முரண்படுகிறது, மேலும் அவதானிப்புகளின் எண்ணிக்கை முடிவிலிக்கு வளர அனுமதிக்கப்படுகிறது. பின்னடைவில் பிழைகள் இருக்க வேண்டும். நிபந்தனைக்குட்பட்ட சராசரி பூஜ்ஜியம்:

எக்ஸோஜெனிட்டி அனுமானத்தின் உடனடி விளைவு என்னவென்றால், பிழைகள் பூஜ்ஜியத்தைக் கொண்டுள்ளன:  $E[\epsilon] = 0$ , மற்றும் பின்னடைவுகள் பிழைகளுடன் தொடர்புபடுத்தப்படவில்லை:  $E[XT \epsilon] = 0$ .

OLS கோட்பாட்டிற்கு வெளிப்புற அனுமானம் முக்கியமானது. அது வைத்திருந்தால், பின்னடைவு மாறிகள் வெளிப்புறமாக அழைக்கப்படுகின்றன. அது இல்லையென்றால், பிழைச் சொல்லுடன் தொடர்புடைய பின்னடைவுகள் எண்டோஜெனஸ் என்று அழைக்கப்படுகின்றன, பின்னர் OLS மதிப்பீடுகள் செல்லாது. அத்தகைய சந்தர்ப்பங்களில் கருவி மாறிகள் முறை அனுமானத்தை செயல்படுத்த பயன்படுத்தப்படலாம்.

சில சமயங்களில் பிழைகள், பின்னடைவுகளில் இயல்பான விநியோகம் நிபந்தனையுடன் இருப்பதாகக் கருதப்படுகிறது:

$$\epsilon | X \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2 I_n).$$

OLS முறையின் செல்லுபடியாக்கத்திற்கு இந்த அனுமானம் தேவையில்லை, இருப்பினும் சில கூடுதல் வரையறுக்கப்பட்ட மாதிரி பண்புகள் நிறுவப்படும் போது (குறிப்பாக கருதுகோள் சோதனையின் பகுதியில்). பிழைகள் இயல்பானதாக இருக்கும்போது, OLS மதிப்பீட்டாளர் அதிகப்பட்ச சாத்தியக்கூறு மதிப்பீட்டாளருக்கு (MLE) சமமாக இருக்கும், எனவே இது அனைத்து வழக்கமான மதிப்பீட்டாளர்களின் வகுப்பிலும் அறிகுறியற்ற செயல்திறன் கொண்டது. முக்கியமாக, இயல்பான அனுமானம் பிழை விதிமுறைகளுக்கு மட்டுமே பொருந்தும்; பிரபலமான தவறான கருத்துக்கு மாறாக, பதில் (சார்பு) மாறி சாதாரணமாக விநியோகிக்கப்பட வேண்டிய அவசியமில்லை.

மல்டிகோலினரிட்டியின் உயர் மட்டத்தின் ஒரு விளைவு, அது அணியாக இருந்தாலும் தலைகீழாக உள்ளது, தோராயமான தலைகீழ் பெறுவதில் கணினி அல்காரிதம் தோல்வியடையலாம், மேலும் அது ஒன்றைப் பெற்றால் அது எண்ணியல் ரீதியாக துல்லியமாக இருக்காது. ஆனால் துல்லியமான மேட்ரிக்ஸின் முன்னிலையில் கூட, பின்வரும் விளைவுகள் எழுகின்றன.

## குறிப்பு

மல்டிகோலினியரிட்டி முன்னிலையில், சார்பு மாறியில் ஒரு மாறியின் தாக்கத்தின் மதிப்பீடு  $Y$  முன்கணிப்பாளர்கள் ஒன்றுக்கொன்று தொடர்பில்லாதிருந்தால், மற்றவர்களைக் கட்டுப்படுத்துவது குறைவான துல்லியமாக இருக்கும். பின்னடைவு குணகத்தின் வழக்கமான விளக்கம் என்னவென்றால், இது ஒரு சுயாதீன மாறியில் ஒரு யூனிட் மாற்றத்தின் விளைவின் மதிப்பீட்டை வழங்குகிறது,  $X_1$  மற்ற மாறிகளை நிலையாக வைத்திருத்தல். என்றால்  $X_1$  மற்றொரு சுயாதீன மாறியுடன் மிகவும் தொடர்புடையது,  $X_2$  கொடுக்கப்பட்ட தரவுத் தொகுப்பில், எங்களிடம் அவதானிப்புகள் உள்ளன  $X_1$  மற்றும்  $X_2$  ஒரு குறிப்பிட்ட நேரியல் சீரற்ற உறவைக் கொண்டுள்ளது. எங்களிடம் அவதானிப்புகள் இல்லை, அதற்கான அனைத்து மாற்றங்களும் உள்ளன  $X_1$  மாற்றங்களில் இருந்து சுயாதீனமாக உள்ளன  $X_2$  எனவே சுதந்திரமான மாற்றங்களின் விளைவைப் பற்றிய துல்லியமான மதிப்பீடு எங்களிடம் உள்ளது  $X_1$ .

சில வகையில், கோலினியர் மாறிகள் சார்பு மாறியைப் பற்றிய அதே தகவலைக் கொண்டிருக்கும். பெயரளவிலான "வெவ்வேறு" நடவடிக்கைகள் உண்மையில் அதே நிகழ்வை அளவிடுமானால் அவை தேவையற்றவை. மாற்றாக, மாறிகளுக்கு வெவ்வேறு பெயர்கள் வழங்கப்பட்டு, வெவ்வேறு எண் அளவீட்டு அளவுகோல்களைப் பயன்படுத்தினால், ஆனால் அவை ஒன்றுக்கொன்று மிகவும் தொடர்புடையதாக இருந்தால், அவை பணிநீக்கத்தால் பாதிக்கப்படுகின்றன. மல்டிகோலினியரிட்டியின் அம்சங்களில் ஒன்று, பாதிக்கப்பட்ட குணகங்களின் நிலையான பிழைகள் பெரியதாக இருக்கும். அந்த நிலையில், குணகம் பூஜ்ஜியத்திற்கு சமம் என்ற கருதுகோளின் சோதனையானது, விளக்கமளிப்பவரின் விளைவு இல்லாத தவறான பூஜ்ஜ கருதுகோளை நிராகரிப்பதில் தோல்விக்கு வழிவகுக்கும், இது வகை II பிழை. மல்டிகோலினியரிட்டியில் உள்ள மற்றொரு சிக்கல் என்னவென்றால், உள்ளீட்டுத் தரவின் சிறிய மாற்றங்கள் மாதிரியில் பெரிய மாற்றங்களுக்கு வழிவகுக்கலாம், இதன் விளைவாக அளவுரு மதிப்பீடுகளின் அடையாளங்களில் கூட மாற்றங்கள் ஏற்படலாம்.

இத்தகைய தரவு பணிநீக்கத்தின் முக்கிய ஆபத்து, பின்னடைவு பகுப்பாய்வு மாதிரிகளில் அதிகமாக பொருத்துவது. சிறந்த பின்னடைவு மாதிரிகள், முன்கணிப்பு மாறிகள் ஒவ்வொன்றும் சார்பு (விளைவு) மாறியுடன் மிகவும் தொடர்புபடுத்துகின்றன, ஆனால் குறைந்தபட்சம் ஒன்றோடு ஒன்று மட்டுமே தொடர்பு கொள்கின்றன. இத்தகைய மாதிரியானது பெரும்பாலும் "குறைந்த சத்தம்" என்று அழைக்கப்படுகிறது, மேலும் இது சிறந்த புள்ளிவிவர ரீதியாக வலுவானதாக இருக்கும் (அதாவது, ஒரே புள்ளிவிவர மக்கள்தொகையில் இருந்து வரையப்பட்ட மாறி தொகுப்புகளின் பல மாதிரிகளை நம்பகத்தன்மையுடன் கணிக்கும்).

அடிப்படை விவரக்குறிப்பு சரியாக இருக்கும் வரை, மல்டிகோலினியரிட்டி உண்மையில் பக்கச்சார்பு முடிவுகளை ஏற்படுத்தாது; இது தொடர்புடைய சுயாதீன மாறிகளில் பெரிய நிலையான பிழைகளை உருவாக்குகிறது. மிக முக்கியமாக, பின்னடைவின் வழக்கமான பயன்பாடானது, மாதிரியிலிருந்து குணகங்களை எடுத்து, பின்னர் அவற்றை மற்ற தரவுகளுக்குப் பயன்படுத்துவதாகும். மல்டிகோலினியரிட்டி குணக மதிப்புகளின் துல்லியமான மதிப்பீடுகளை ஏற்படுத்துவதால், மாதிரிக்கு வெளியே வரும் கணிப்புகளும் துல்லியமாக இருக்கும். மேலும் புதிய தரவுகளில் உள்ள மல்டிகோலினியரிட்டியின் வடிவம் பொருத்தப்பட்ட தரவுகளில் இருந்து வேறுபட்டால், அத்தகைய எக்ஸ்ட்ராபோலியேஷன் கணிப்புகளில் பெரிய பிழைகளை அறிமுகப்படுத்தலாம்.

### 5.3 கண்டறிதல் மற்றும் தீர்வுகள் பன்முகத்தன்மை

புள்ளியியல் துறையில், மல்டிகோலினியரிட்டி என்பது பல பின்னடைவு மாதிரியில், இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட எண்ணிக்கையிலான முன்கணிப்பு மாறிகள் மிகவும் தொடர்புள்ள நிகழ்வைக் குறிக்கிறது. ஒருவரை மற்றவற்றிலிருந்து அதிக அளவு துல்லியத்துடன் நேர்கோட்டில் கணிக்க முடியும் என்பதை இது குறிக்கிறது. இந்த வகையான சூழ்நிலையில், தரவு மாதிரியில் சிறிய மாற்றங்களுக்கு பதிலளிக்கும் விதமாக பல பின்னடைவின் குணக மதிப்பீடுகள் தவறாக மாறக்கூடும். ஒட்டுமொத்த மாதிரியைப் பொறுத்த வரையில், குறைந்தபட்சம் மாதிரித் தரவுத் தொகுப்பிற்குள்ளேயே, நம்பகத்தன்மை அல்லது முன்கணிப்பு சக்தியானது மல்டிகோலினியரிட்டியால் குறைக்கப்படவில்லை; தனிப்பட்ட முன்கணிப்பாளர்களுடன் தொடர்புடைய கணக்கீடுகளில் இது ஒரு விளைவைக் கொண்டுள்ளது. வேறு வார்த்தைகளில் கூறுவதானால், தொடர்புடைய முன்கணிப்பாளர்களுடன் கூடிய பல பின்னடைவு மாதிரியானது, மொத்த முன்னறிவிப்பாளர்களின் தொகுப்பு விளைவு மாறியை எவ்வளவு நன்றாகக் கணிக்கின்றது என்பதைக் காட்டலாம், இருப்பினும், தனிப்பட்ட முன்கணிப்பாளருக்கான அல்லது பிறரைப் பொறுத்தமட்டில் எந்த முன்கணிப்பாளர்கள் தேவையற்றதாக இருக்கும் என்பதை இது வழங்காது.

சரியான மல்டிகோலினியரிட்டியை நாம் கருத்தில் கொள்ளும்போது, முன்கணிப்பு அணி ஒருமையில் உள்ளது, அதனால் அது தலைகீழாக மாற முடியாது. இத்தகைய சூழ்நிலைகளில், ஒரு பொது நேரியல் மாதிரி  $y = X\beta + \epsilon$  சாதாரண குறைந்தபட்ச சதுர மதிப்பீட்டாளர் இல்லை.  $\beta = (X'X)^{-1}X'y$  இருக்கிறது

பின்னடைவு பகுப்பாய்வின் அடிப்படையிலான அனுமானங்களின் அறிக்கைகளின் போது, 'பலகோல்லினரிட்டி இல்லை' என்பது சில சமயங்களில் சரியான மல்டிகோலினியரிட்டி இல்லாததை சித்தரிக்கும் வகையில் உள்ளது, இது பின்னடைவுகளுக்கு இடையே ஒரு துல்லியமான (நிலையற்ற) நேரியல் உறவாகும்.

#### அதன் முன்னிலையில் இயற்கை மற்றும் மதிப்பீடு

இரண்டு விளக்க மாறிகளுக்கு இடையே உள்ள நேரியல் தொடர்பு கோலினரிட்டி என அழைக்கப்படுகிறது. இரண்டு மாறிகளுக்கு இடையே ஒரு சரியான நேரியல் உறவு இருக்கும்போது, இரண்டு மாறிகள் முற்றிலும் கோலினியர் என்று கருதுவோம். ஒரு உதாரணத்தை எடுத்துக் கொள்ள,  $X_1$  மற்றும்  $X_2$ , இருக்கும்

அளவுருக்கள்  $\cdot 0$  இருக்கும் போது முற்றிலும் இணையாகக் கருதப்படுகிறது ஒவ்வொரு கவனிப்புக்கும்  $i$ , அங்கு உள்ளது:

பல பின்னடைவு மாதிரியில் இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட விளக்க மாறிகள் மிகவும் நேர்கோட்டில் தொடர்புடையதாக இருக்கும் சூழ்நிலை, இது மல்டிகோலினியரிட்டி என குறிப்பிடப்படுகிறது. எடுத்துக்காட்டாக, மேலே உள்ள சமன்பாட்டின் மூலம் சித்தரிக்கப்பட்டுள்ளபடி, இரண்டு சார்பற்ற மாறிகளுக்கு இடையே உள்ள தொடர்பு 1 அல்லது -1க்கு சமமாக இருந்தால், சரியான மல்டிகோலினியரிட்டி உள்ளது.

உண்மையான நடைமுறையில், தரவுத் தொகுப்பு அரிதாகவே சரியான மல்டிகோலினியரிட்டியை சித்தரிக்கிறது. இரண்டு அல்லது அதற்கு

### குறிப்பு

## குறிப்பு

மேற்பட்ட சுயாதீன மாறிகளுக்கு இடையில், தோராயமான நேரியல் உறவு இருக்கும் போது, மல்டிகோலினியரிட்டி பிரச்சினை எழுகிறது என்பது பொதுவாகக் காணப்படுகிறது.

கணித அடிப்படையில், சில மாறிகளில், ஒன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட துல்லியமான நேரியல் உறவுகள் இருக்கும் பட்சத்தில், மாறிகளின் தொகுப்பை மல்டிகோலினியர் என்று கருதுவோம். ஒரு உதாரணத்தை எடுக்க, இருக்கலாம்:

$$\lambda_0 + \lambda_1 X_{1i} + \lambda_2 X_{2i} + \cdots + \lambda_k X_{ki} = 0.$$

இது அனைத்து அவதானிப்புகளுக்கும் பொருந்தும்  $i$ , இங்கே மாறிலிகள் மற்றும் என்பது  $i$  வது பற்றிய கவனிப்பு  $j$  வது விளக்க மாறி. பல பின்னடைவு சமன்பாடு அளவுருக்களின் மதிப்பீடுகளை அடைவதற்குப் பயன்படுத்தப்படும் செயல்முறையைப் படிக்கும் போது மல்டிகோலினியரிட்டியால் உருவாக்கப்பட்ட ஒரு சிக்கலை ஆராய முடியும்.

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \cdots + \beta_k X_{ki} + \varepsilon_i.$$

சாதாரண குறைந்தபட்ச சதுர மதிப்பீடுகளில், அணியை தலைகீழாக மாற்ற வேண்டிய அவசியம் உள்ளது:

$$X = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & \cdots & X_{k1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & X_{1N} & \cdots & X_{kN} \end{bmatrix}.$$

சுயாதீன மாறிகளுக்கு இடையில், ஒரு துல்லியமான நேரியல் உறவு (சரியான மல்டிகோலினியரிட்டி) உள்ளது,  $X$  இன் ரேங்க் (மேலும்  $XTX$ )  $k+1$  மற்றும்  $XTX$  ஐ விட குறைவாக இருக்கும் அணி தலைகீழாக இருக்காது.

மூல தரவுத் தொகுப்புகளைப் பயன்படுத்தும் போது, சரியான மல்டிகோலினரிட்டியை எதிர்கொள்வது பொதுவானது. மூல தரவுத் தொகுப்புகள் பெரும்பாலும் தேவையற்ற தகவலைக் கொண்டிருக்கும். பணிநீக்கங்களை அடையாளம் கண்டு நீக்கிய பிறகு, ஆய்வு செய்யப்படும் அமைப்பில் உள்ளார்ந்த தொடர்புகள் இருப்பதால், கிட்டத்தட்ட மல்டிகோலினியர் மாறிகள் இன்னும் இருக்கும். இது போன்ற ஒரு சூழ்நிலையில், மேலே உள்ள சமன்பாடு பொருந்தக்கூடியதாக இருப்பதை விட, சமன்பாட்டை ஒரு பிழை காலத்துடன் மாற்றலாம்:

$$\lambda_0 + \lambda_1 X_{1i} + \lambda_2 X_{2i} + \cdots + \lambda_k X_{ki} + v_i = 0.$$

இது போன்ற ஒரு சந்தர்ப்பத்தில், மாறிகளுக்கு இடையே சரியான நேரியல் உறவு இருக்காது, இருப்பினும் மாறிகள்'s இன் மதிப்புகளின் சில தொகுப்புகளின் போது's மாறுபாடு சிறியதாக இருக்கும் போது, ஏறக்குறைய மல்டிகோலினியர் ஆகும். இத்தகைய சூழ்நிலைகளில், அணி  $X$  க்கு ஒரு தலைகீழ் உள்ளது  $Q$ , அது மோசமான நிலையில் இருந்தாலும், கொடுக்கப்பட்ட கணினி அல்காரிதம் தோராயமான தலைகீழ் கணக்கை கணக்கிட முடியாது அல்லது இல்லாமல் இருக்கலாம். அவ்வாறு செய்தால், அதன் விளைவாக வரும் கணக்கிடப்பட்ட தலைகீழ் தரவுகளில் ஏற்படும் சிறிய மாறுபாடுகளுக்கு அதிக உணர்திறன் கொண்டதாக இருக்கலாம் (ஏனெனில் ரவுண்டிங் பிழையின் விளைவு பெரிதாகிறது), இது மிகவும் துல்லியமற்றதாக இருக்கும்.

## மல்டிகோலினியரிட்டியின் விளைவுகள்

மேட்ரிக்ஸ் TXT இருந்தபோதிலும், உயர் மட்ட மல்டிகோலினியரிட்டியின் விளைவு தலைகீழாக இருப்பதால், தோராயமான தலைகீழ் பெறுவதில் கணினி அல்காரிதம் வெற்றியடையாமல் போகலாம், மேலும் அது அல்காரிதம் மூலம் பெறப்பட்டால், அது எண்ணியல் துல்லியமின்மையைக் கொண்டிருக்கக்கூடும். ஆயினும்கூட, TXT மேட்ரிக்ஸ் துல்லியமானது, பல விளைவுகளுக்கு வாய்ப்பு உள்ளது. இவற்றைச் சுருக்கமாகப் பார்ப்போம்.

மல்டிகோலினியரிட்டி இருக்கும்போது, மற்றவர்களைக் கட்டுப்படுத்தும் போது ஒரு மாறி ஒரு சார்பு மாறியில் என்ன விளைவை ஏற்படுத்தும் என்பதை மதிப்பிடுவது, முன்கணிப்பாளர்கள் ஒருவருக்கொருவர் தொடர்புபடுத்தவில்லை என்றால் அதை விட துல்லியமாக இருக்காது. பொதுவாக, ஒரு பின்னடைவு குணகத்தின் விளக்கம் ஒரு சுயாதீன மாறியில் ஒரு அலகு மாற்றத்தின் விளைவை மதிப்பிடுகிறது, மற்ற மாறிகளை நிலையானதாக வைத்திருக்கும் போது. ஒரு வேளை மற்றொரு சுயாதீன மாறியுடன் மிகவும் தொடர்புடையது, கொடுக்கப்பட்ட தரவுத் தொகுப்பில், அவதானிப்புகளின் தொகுப்பு இருக்கும் மற்றும் ஒரு குறிப்பிட்ட நேரியல் சீரற்ற உறவைக் கொண்டிருக்கும். அவதானிப்புகள் ஒவ்வொரு மாற்றத்தையும் பரிந்துரைக்கவில்லை என்றால் மாற்றங்களைச் சார்ந்தது அல்ல, இல் சுயாதீனமான மாற்றங்களின் விளைவு பற்றிய துல்லியமான மதிப்பீடு இருக்கும்.

ஒரு வகையில், சார்பு மாறியைப் பற்றிய கோலினியர் மாறிகளிலும் அதே தகவல் உள்ளது. 'வெவ்வேறு' நடவடிக்கைகள் உண்மையில் ஒரே நிகழ்வை அளவிட்டால், அவை தேவையற்றவை. மறுபுறம், மாறிகளுக்கு வெவ்வேறு பெயர்கள் வழங்கப்பட்டு, எண் அளவீட்டுக்கு வெவ்வேறு அளவுகோல்களைப் பயன்படுத்தினால், இன்னும் ஒன்றுக்கொன்று அதிக தொடர்புடன் இருந்தால், அவை இன்னும் பணிநீக்கத்தைக் கொண்டுள்ளன. மல்டிகோலினியரிட்டியில், பாதிக்கப்பட்ட குணகங்களின் நிலையான பிழைகள் பெரியதாக இருக்கும். எனவே, அத்தகைய சூழ்நிலையில், குணகம் பூஜ்ஜியமாக இருப்பதற்கான கருதுகோளுக்கான சோதனை

விளக்கத்தின் விளைவு இல்லை என்ற தவறான பூஜ்ய கருதுகோளை நிராகரிப்பதில் தோல்வியை ஏற்படுத்தும். இது வகை II பிழையாக இருக்கும். மேலும், மல்டிகோலினியரிட்டியில் உள்ள சிக்கல் என்னவென்றால், உள்ளீட்டுத் தரவில் செய்யப்படும் சிறிய மாற்றங்கள் கூட மாதிரியில் பெரிய மாற்றங்களை ஏற்படுத்தும். மாதிரியில் இந்த பெரிய மாற்றங்கள் அளவுரு மதிப்பீடுகளின் அடையாள மாற்றங்களுக்கு கூட வழிவகுக்கும்.

இந்த வகையான தரவு பணிநீக்கத்தின் ஒரு முக்கிய பிரச்சனை, பின்னடைவு பகுப்பாய்வு மாதிரிகளில் ஓவர் ஃபிட்டிங் என அழைக்கப்படுகிறது. பின்னடைவு மாதிரிகளில், ஒவ்வொரு முன்கணிப்பு மாறியும் சார்பு (விளைவு) மாறியுடன் மிகவும் தொடர்புடையதாக இருக்கும். ஒன்றுக்கொன்று, அதிகபட்சம், அவை மிகக்குறைந்த அளவில் மட்டுமே தொடர்பு கொள்கின்றன. இந்த வகையான மாதிரி பொதுவாக 'குறைந்த சத்தம்' என்று குறிப்பிடப்படுகிறது மற்றும் பெரும்பாலும் புள்ளியியல் ரீதியாக வலுவானது. எனவே ஒரே புள்ளிவிவர மக்கள்தொகையில் இருந்து எடுக்கப்பட்ட மாறி தொகுப்புகளின் பல மாதிரிகளை நம்பகத்தன்மையுடன் கணிக்கும் திறன் கொண்டது.

அடிப்படை விவரக்குறிப்பு சரியாக இருக்கும் வரை, முடிவுகள் மல்டிகோலினியரிட்டியால் சார்புடையதாக இருக்காது, மாறாக அது தொடர்புடைய சார்பற்ற மாறிகளில் பெரிய நிலையான பிழைகளை

## குறிப்பு

## குறிப்பு

ஏற்படுத்துகிறது. மேலும், மாதிரியிலிருந்து குணகங்களை எடுத்து மற்ற தரவுகளுக்குப் பயன்படுத்துவதற்குப் பின்னடைவு பொதுவாகப் பயன்படுத்தப்படுகிறது. பொருத்தப்பட்ட மற்றும் புதிய தரவுகளில் மல்டிகோலினியரிட்டியின் வடிவத்தில் வேறுபாடு இருந்தால், கணிப்புகளில் பெரிய பிழைகள் அறிமுகப்படுத்தப்படலாம்.

### மல்டிகோலினியரிட்டியைக் கண்டறிதல்

மாதிரிக்குள் மல்டிகோலினியரிட்டியின் சாத்தியமான இருப்புக்கான அறிகுறிகள் பின்வருமாறு:

1. **கணிப்பு மாறி:** முன்கணிப்பு மாறியை நீக்கும்போது அல்லது சேர்த்தால், மதிப்பிடப்பட்ட பின்னடைவு குணகங்களில் பெரிய மாற்றம் ஏற்படுகிறது.
2. **பல பின்னடைவு:** பல பின்னடைவில் பாதிக்கப்பட்ட மாறிகள் முக்கியமற்ற பின்னடைவு குணகங்களைக் கொண்டிருக்கும் போது, அந்த குணகங்கள் அனைத்தும் பூஜ்ஜியமாக இருக்கும் (பயன்படுத்துவதன் மூலம்) கூட்டு கருதுகோள் நிராகரிக்கப்படுகிறது. F- சோதனை).
3. **பலவகை பின்னடைவு:** பன்முகப்படுத்தக்கூடிய பின்னடைவுக்கு, ஒரு குறிப்பிட்ட விளக்கமளிப்பவரின் சிறிய குணகம் இருந்தால், மற்றும் விளக்கப்பட்ட மாறியின் ஒரு எளிய நேரியல் பின்னடைவு இருந்தால், இது அதன் குணகத்தை பூஜ்ஜியத்திலிருந்து குறிப்பிடத்தக்க வகையில் வேறுபட்டதாகக் காட்டுகிறது.
4. **VIF:** மல்டிகோலினியரிட்டிக்கு முறையான கண்டறிதல்-சகிப்புத்தன்மை அல்லது மாறுபாடு பணவீக்க காரணி (VIF) இருப்பதாக பரிந்துரைக்கப்படுகிறது:

$$\text{tolerance} = 1 - R_j^2, \quad \text{VIF} = \frac{1}{\text{tolerance}},$$

மேலே உள்ள, விளக்கத்தின் பின்னடைவை தீர்மானிக்கும் குணகம் j மற்ற அனைத்து விளக்கங்கள் மீது. 0.20 அல்லது 0.10க்குக் குறைவான சகிப்புத்தன்மை மற்றும்/அல்லது 5 அல்லது 10 அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட VIF, மல்டிகோலினியரிட்டியின் சிக்கலைச் சுட்டிக்காட்டுகிறது.

5. **நிபந்தனை எண் சோதனை:** மேட்ரிக்ஸில் மோசமான கண்டிஷனிங்கின் நிலையான அளவுகோல் நிபந்தனை குறியீடு ஆகும். இது மேட்ரிக்ஸின் தலைகீழ் நிலையற்றது, வரையறுக்கப்பட்ட-துல்லியமான எண்களுடன் (நிலையான கணினி மிதவைகள் மற்றும் இரட்டிப்புகள்) எண்ணியல் ரீதியாக நிலையற்றதாக உள்ளது. அசல் மேட்ரிக்ஸில் சிறிய மாற்றங்களை நோக்கி கணக்கிடப்பட்ட தலைகீழ் சாத்தியமான உணர்திறன் இருப்பதை இது காட்டுகிறது. அதிகபட்ச ஈஜென் மதிப்பின் வர்க்க மூலத்தை குறைந்தபட்ச ஈஜென்வால் வகுக்குவதன் மூலம் நிபந்தனை எண்ணைக் கணக்கிட முடியும். ஒரு நிபந்தனை எண் 30 க்கு மேல் இருக்கும் போது, பின்னடைவில் குறிப்பிடத்தக்க பலகோணங்கள் இருக்கலாம்; உயர் நிலை எண்ணுடன் தொடர்புடைய 2 அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட மாறிகள் அதிக விகிதத்தில் மாறுபாடு விளக்கப்பட்டால், மல்டிகோலினியரிட்டி உள்ளது. இந்த முறை ஒரு நன்மையைக் கொண்டுள்ளது: எந்த மாறிகள் சிக்கலுக்குக் காரணம் என்பதைக் கண்டறிய முடியும்.



## குறிப்பு

6. ஃபரார்-க்ளெளபர் சோதனையைப் பயன்படுத்துதல்: மாறிகள் ஆர்த்தோகனலாக இருந்தால், மல்டிகோலினியரிட்டி இல்லை; மாறிகள் ஆர்த்தோகனலாக இல்லாவிட்டால், அது பலகோல்நிலை இருப்பதைக் குறிக்கிறது. C. ராபர்ட் விச்சர்ஸ் ஆல், 'ஃபரார்-க்ளெளபர் பகுதி தொடர்பு சோதனை பயனற்றது, ஏனெனில் கொடுக்கப்பட்ட பகுதி தொடர்பு வெவ்வேறு மல்டிகோலினியரிட்டி வடிவங்களுடன் இணக்கமாக இருக்கலாம்.' ஃபரார்-க்ளெளபர் சோதனை குறித்தும் நிறைய விமர்சனங்கள் உள்ளன.
7. தரவை குழப்புகிறது: தரவில் சீரற்ற இரைச்சலை அறிமுகப்படுத்துவதன் மூலமும், குணகங்களில் ஏற்படும் மாற்றத்தின் அளவைச் சரிபார்க்க பலமுறை பின்னடைவைச் செய்வதன் மூலமும் மல்டிகோலினியரிட்டியைக் கண்டறிய முடியும்.
8. விளக்க மாறிகளுக்கு இடையே ஒரு தொடர்பு அணிகட்டமைக்கப்பட்டால், அது மல்டிகோலினியரிட்டியின் சிக்கல்களை ஏற்படுத்தும் வலது-பக்க மாறிகளின் ஏதேனும் ஒரு ஜோடிக்கான சாத்தியத்தை சுட்டிகளை வழங்கும். குறைந்தபட்ச தொடர்பு மதிப்புகள்.4 மல்டிகோலினியரிட்டியின் சிக்கலைச் சுட்டிக்காட்டுவதாகக் கருதலாம். இருப்பினும், அத்தகைய செயல்முறை மிகவும் சிக்கலானது மற்றும் பயன்படுத்த பரிந்துரைக்கப்படவில்லை. உள்ளுணர்வாக, கோலினியரிட்டி என்பது ஒரு பன்முக நிகழ்வு ஆகும், மறுபுறம், தொடர்பு என்பது இருவகையான உறவை விவரிக்கும்.

### பன்முகத்தன்மைக்கான தீர்வுகள்

1. போலி மாறி பொறியிலிருந்து விலகி இருங்கள்; ஒவ்வொரு வகைக்கும் ஒரு போலி மாறியை உள்ளடக்கியது மற்றும் பின்னடைவில் ஒரு நிலையான காலத்தை உள்ளடக்கியது சரியான மல்டிகோலினியரிட்டியை உறுதி செய்யும்.
2. மதிப்பீட்டிற்காக தரவுகளின் சுயாதீன துணைக்குழுக்கள் பயன்படுத்தப்படும்போது என்ன நடக்கும் என்பதைச் சரிபார்க்கவும் மற்றும் மதிப்பீடுகள் முழு தரவுத் தொகுப்பிற்கும் பயன்படுத்தப்படும். கோட்பாட்டில், மதிப்பீட்டிற்குப் பயன்படுத்தப்படும் சிறிய தரவுத் தொகுப்புகளிலிருந்து சற்றே அதிக மாறுபாடுகளைப் பெற வேண்டும், ஆனால் குணக மதிப்புகளின் எதிர்பார்ப்பு ஒரே மாதிரியாக இருப்பது அவசியம். கவனிக்கப்பட்ட குணக மதிப்புகள் மாறுபடும் போது, அவை எவ்வளவு வேறுபடுகின்றன என்பதைச் சரிபார்க்கவும்.
3. மல்டிகோலினியரிட்டி இருந்தாலும், மாதிரியை அப்படியே பராமரிக்கவும். முன்கணிப்பு மாறிகள், பின்னடைவு மாதிரியை அடிப்படையாகக் கொண்ட தரவுகளைப் போலவே, புதிய தரவுகளிலும் மல்டிகோலினியரிட்டியின் அதே முறையைப் பின்பற்றினால், பொருத்தப்பட்ட மாதிரியை புதிய தரவுக்கு விரிவுபடுத்தும் செயல்திறனில் மல்டிகோலினியரிட்டி தாக்கத்தை ஏற்படுத்தாது.
4. மாறிகளில் ஒன்றை கைவிடுவது ஒரு விருப்பமாக இருக்கலாம். குறிப்பிடத்தக்க குணகங்களுடன் ஒரு மாதிரியை உருவாக்க விளக்க மாறியை கைவிடுவது சாத்தியமாகும். ஆனால் இது ஒரு மாறி கைவிடப்பட்டதால் தகவல் இழப்புக்கு வழிவகுக்கும். தொடர்புடைய மாறி கைவிடப்பட்டால், அது தவிர்க்கப்பட்ட மாறியுடன்

## குறிப்பு

- தொடர்புடைய மீதமுள்ள விளக்க மாறுபாடுகளுக்கான சார்பு குணக மதிப்பீடுகளுக்கு வழிவகுக்கும்.
- முடிந்தவரை அதிகமான தரவுகளை சேகரிப்பதே சரியான தீர்வாக இருக்கும். அதிக தரவுகளுடன், மிகவும் துல்லியமான அளவுரு மதிப்பீடுகள் மற்றும் குறைந்த நிலையான பிழைகள் சாத்தியமாகும்.
  - மற்றொரு தீர்வு, முன்கணிப்பு மாறிகளின் சராசரி-மையப்படுத்துதலாக இருக்கலாம். குறிப்பிட்ட மாறிகள் வரையறுக்கப்பட்ட வரம்பைக் கொண்டிருந்தால், பல்லுறுப்புக்கோவைச் சொற்களைச் சேகரிப்பது ஒரு குறிப்பிட்ட அளவு மல்டிகோலினியரிட்டியை உருவாக்கலாம். சராசரி-மையப்படுத்துதலுடன், இந்த சிறப்பு வகை மல்டிகோலினியரிட்டியை அகற்றுவது சாத்தியமாகும். இருப்பினும், ஒட்டுமொத்தமாக, இது எந்த விளைவையும் ஏற்படுத்தாது. நன்கு வடிவமைக்கப்பட்ட கணினி நிரலைப் பயன்படுத்தாவிட்டால், ரவுண்டிங் போன்ற கணக்கீட்டு பதிகளால் ஏற்படும் இதுபோன்ற சிக்கல்களை அகற்ற இது உதவும்.
  - சுயாதீன மாறிகள் தரப்படுத்தப்பட வேண்டும். இது 30க்கு மேல் உள்ள நிபந்தனைக் குறியீட்டின் தவறான கொடியிடுதலைக் குறைக்கலாம்.
  - விளையாட்டுக் கோட்பாட்டில் பயன்படுத்தப்படும் ஒரு கருவியான ஷாப்லி மதிப்பைப் பயன்படுத்துவது மல்டிகோலினியரிட்டியின் விளைவுகளுக்குக் காரணமாக இருக்கலாம். ஷாப்லி மதிப்புடன், ஒவ்வொரு கணிப்பாளருக்கும் ஒரு மதிப்பு ஒதுக்கப்படுகிறது மற்றும் சாத்தியமான ஒவ்வொரு முக்கிய சேர்க்கைகளும் மதிப்பிடப்படும்.
  - பகுதி குறைந்தபட்ச சதுரங்கள் பின்னடைவு அல்லது முதன்மை கூறு பின்னடைவு அல்லது முகடு பின்னடைவு ஆகியவற்றால் பயன்படுத்தப்படலாம்.
  - தொடர்புடைய விளக்கமளிப்பவர்கள் அதே அடிப்படை விளக்கத்தின் வெவ்வேறு பின்தங்கிய மதிப்புகளாக இருந்தால், ஒரு விநியோகிக்கப்பட்ட பின்னடைவைப் பயன்படுத்தலாம், இது மதிப்பிடப்பட வேண்டிய குணகங்களின் ஒப்பீட்டு மதிப்புகளின் மீது ஒரு பொதுவான கட்டமைப்பைத் திணிக்கும்.

விளக்கமளிக்கும் மாறிகளை ஆர்த்தோகனலைஸ் செய்வது மல்டிகோலினியரிட்டியின் விளைவுகளை ஈடுகட்ட உதவாது என்பதை நினைவில் கொள்வது அவசியம்.

**எடுத்துக்காட்டு 5.1:** நுகர்வு, வருமானம் மற்றும் செல்வம் தொடர்பான பின்வரும் தரவைக் கவனியுங்கள். அனைத்து தரவுகளும் INR இல் உள்ளன.

$Y_i$	$X_{1i}$	$X_{2i}$
70	80	810
65	100	1009
90	120	1273
95	140	1425
110	160	1633
115	180	1876
120	200	2052
140	220	2201
155	240	2435
150	260	2686

$$se(\hat{\beta}_2 + \hat{\beta}_3) = \sqrt{\text{var}(\hat{\beta}_2) + \text{var}(\hat{\beta}_3) + 2 \text{cov}(\hat{\beta}_2, \hat{\beta}_3)}$$

நிலையான பிழையைப் பெறுவதற்குப் பயன்படுத்தப்படும் சூத்திரம் ஒருபுறம் செலவினத்திற்கும் மறுபுறம் செல்வத்திற்கும் வருமானத்திற்கும் இடையே ஒரு நேர்கோட்டு உறவு இருப்பதாக நாம் அனுமானத்துடன் சென்றால், மேற்கண்ட தேதிக்கான பின்னடைவு பின்வருமாறு இருக்கும்:

$$\begin{aligned} \hat{Y}_i &= 24.7747 + 0.9415 X_{2i} - 0.0424 X_{3i} \\ &\quad (6.7525) \quad (0.8229) \quad (0.0807) \\ t &= (3.6690) \quad (1.1442) \quad (-0.5261) \\ R^2 &= 0.9635 \quad \bar{R}^2 = 0.9531 \quad df = 7 \end{aligned}$$

மேற்கூறிய பின்னடைவில் இருந்து, ஏறத்தாழ 96 சதவீத நுகர்வு செலவின மாறுபாடு செல்வம் மற்றும் வருவாயைச் சார்ந்தது என்பதைக் காணலாம். இது இருந்தபோதிலும், புள்ளியியல் அடிப்படையில் எந்த சாய்வு குணகங்களும் தனித்தனியாக குறிப்பிடத்தக்கவை அல்ல. மேலும், புள்ளியியல் ரீதியாக முக்கியமற்றதாக இருப்பதுடன், செல்வம் மாறி தவறான அடையாளத்தையும் கொண்டுள்ளது.

ஒரு முன்னோடி, செல்வமும் நுகர்வும் நேர்மறையான உறவைக் கொண்டிருக்கும் என்று எதிர்பார்க்கப்படுகிறது.

தனித்தனியாக இருக்கும்போது, சோதனையில் புள்ளிவிவர ரீதியாக முக்கியமற்றவை என்ற கருதுகோள்  $\cdot = \cdot = 0$  ஒரே நேரத்தில், சித்தரிக்கப்பட்ட கருதுகோளை நாம் நிராகரிக்கலாம். கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள அட்டவணையில்:

**ANOVA அட்டவணை நுகர்வு-வருமானம்-செல்வத்திற்கான  
எடுத்துக்காட்டு**

**ANOVA Table Depicting the Example for Consumption-Income-Wealth**

Source of Variation	SS	df	MSS
Due to regression	8,565.5541	2	4,282.7770
Due to residual	324.4459	7	46.3494

$$F = \frac{4282.7770}{46.3494} = 92.4019$$

F மதிப்பு மிகவும் முக்கியத்துவம் வாய்ந்தது.

இந்த முடிவை வடிவியல் ரீதியாக சரிபார்க்கலாம். இடைவெளிகள் ஒவ்வொன்றும் தனித்தனியாக மதிப்பு பூஜ்ஜியத்தை உள்ளடக்கியதாக சித்தரிக்கின்றன. எனவே, இரண்டு பகுதி சரிவுகளும் பூஜ்ஜியமாகும் என்ற கருதுகோளை தனித்தனியாக ஏற்றுக்கொள்ளலாம். ஆனால் கூட்டு நம்பிக்கை இடைவெளி

கருதுகோள் கூட்டு நம்பிக்கை இடைவெளி, நீள்வட்டத்தில், தோற்றம் விலக்கப்பட்டுள்ளது. உயர் கூட்டுத்தன்மையின் கீழ், தனிப்பட்ட பின்னடைவுகளில் சோதனைகள் நம்பகமானதாக இருக்காது, மேலும் இங்கே ஒட்டுமொத்தமாக F தொடர்பு இருந்தால் சோதனை வெளியே கொண்டு வரும் Y வெவ்வேறு பின்னடைவுகளுடன். மல்டிகோலினியரிட்டியுடன் என்ன நடக்கிறது என்பதை எடுத்துக்காட்டு தெளிவாக சித்தரிக்கிறது. என்பது

## குறிப்பு

## குறிப்பு

குறிப்பிடத்தக்கது F சோதனை என்பது குறிப்பிடத்தக்கது t இரண்டின் மதிப்புகள் X2 மற்றும் X3 தனித்தனியாக முக்கியமற்றவை. இது, வருமானம் மற்றும் செல்வம் நுகர்வு மீது ஏற்படுத்தும் தாக்கத்தை தனிமைப்படுத்த இயலாத வகையில் இரண்டு மாறிகளுக்கு இடையே உள்ள உயர் தொடர்பைக் குறிக்கிறது. பின்வாங்கும்போது X3 அன்று X2 அதைக் காட்டும், பின்வருவனவற்றை உருவாக்கும் X3 அன்று X2 சரியான ஒற்றுமை வேண்டும். பின்வாங்கும்போது Y அன்று X2, வருமான மாறி இப்போது குறிப்பிடத்தக்கதாக இருப்பதைக் காட்டும் பின்வருவனவற்றைப்

$$\hat{X}_{3i} = 7.5454 + 10.1909 X_{2i}$$

$$(29.4758) (0.1643)$$

$$t = (0.2560) (62.0405)$$

$$R^2 = 0.9979$$

பெறுகிறோம்:

பின்வாங்கும்போது Y அன்று X3, பின்வருவனவற்றைப் பெறுகிறோம்:

$$\hat{Y}_i = 24.4545 + 0.5091 X_{3i}$$

$$(6.4138) (0.0357)$$

$$t = (3.8128) (14.2432)$$

$$R^2 = 0.9621$$

On regressing Y on  $X_3$ , we get the following

$$\hat{Y}_i = 24.411 + 0.0498 X_{3i}$$

$$(6.874) (0.0037)$$

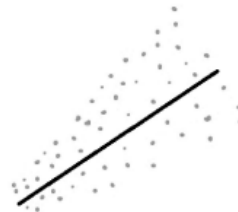
$$t = (3.551) (13.29)$$

$$R^2 = 0.9567$$

செல்வத்தின் நுகர்வு செலவில் குறிப்பிடத்தக்க தாக்கம் இருப்பதை இது காட்டுகிறது. மேற்கூறிய முடிவுகள், அதீத ஒற்றுமையிலிருந்து வெளியேறுவதைக் காட்டுகின்றன. ஒருவர் கோலினியர் மாறியை மட்டும் கைவிட வேண்டும்.

## 5.4 ஹீட்டோரோசெடாஸ்டிசிடி

'ஹீட்டோரோஸ்கெடாஸ்டிசிடி' என்ற வார்த்தை கிரேக்க மொழியில் இருந்து வந்தது, மேலும் வேறுவிதமான (ஹீட்டோரோ) சிதறல் (ஸ்கேடாசிஸ்) கொண்ட தரவு என்று பொருள்படும். எளிமையான சொற்களில், ஹீட்டோரோஸ்கெடாஸ்டிசிடி என்பது ஹோமோசெடாஸ்டிக் இல்லாத தரவுகளின் தொகுப்பாகும். மேலும் தொழில்நுட்ப ரீதியாக, இது இரண்டாவது, பிரிஃபிக்டர் மாறிகளின் தொகுப்பில் உள்ள சமமற்ற மாறுபாடு (ஸ்கால்டர்) கொண்ட தரவைக் குறிக்கிறது.



படம் 5.1 ஹெட்டோரோசெடாஸ்டிக் தரவு ஸ்கால்டர் வரைபடத்தில் கூம்பு வடிவத்தைப் பின்பற்ற முனைகிறது

### அதன் முன்னிலையில் இயற்கை மற்றும் மதிப்பீடு

கிளாசிக்கல் லீனியர் ரிக்ரஷன் மாதிரியின் முக்கியமான அனுமானங்களில் ஒன்று, ஒவ்வொரு இடையூறு காலத்தின் மாறுபாடு  $\cdot i$ , விளக்க மாறிகளின் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட மதிப்புகளின் நிபந்தனைக்கு உட்பட்டது, சில நிலையான எண்  $\cdot 2$  க்கு சமம். இது ஹோமோசெடாஸ்டிக்யின் அனுமானம், அல்லது சமமான (ஹோமோ) பரவல் (ஸ்கெடாஸ்டிசிட்டி), அதாவது சம மாறுபாடு.

அடையாளமாக,

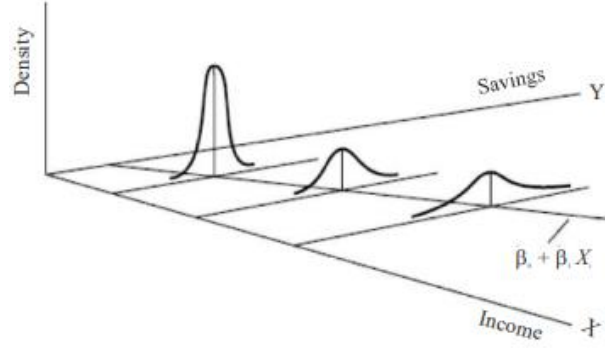


Fig. 5.2 Homoscedastic Disturbances

$Y_i$  இன் நிபந்தனை மாறுபாட்டை படம் 5.2 காட்டுகிறது (அதற்கு சமம்  $\cdot i$ ), கொடுக்கப்பட்ட  $X$  இன் நிபந்தனைக்கு உட்பட்டது, மதிப்புகளைப் பொருட்படுத்தாமல் அப்படியே இருக்கும்.  $X$  மாறியால் எடுக்கப்பட்டது.

5.2

ஹோமோசெடாஸ்டிக் இடையூறுகள், இதற்கு மாறாக, படம் 5.3 ஐக் கவனியுங்கள், இது  $X$  அதிகரிக்கும் போது  $Y$  இன் நிபந்தனை மாறுபாடு அதிகரிக்கிறது என்பதைக் காட்டுகிறது. இங்கே,  $Y$  இன் மாறுபாடுகள் ஒரே மாதிரியானவை அல்ல. எனவே

$\cdot 2$  இல் உள்ள சப்ஸ்கிரிப்டைக் கவனியுங்கள், இது  $\cdot i$  இன் நிபந்தனை மாறுபாடுகளை நமக்கு நினைவூட்டுகிறது ( $= Y_i$  இன் நிபந்தனை மாறுபாடு) இனி நிலையானதாக இருக்காது.

படம் 5.3 பரம்பரை இடையூறுகள்

ஹோமோசெடாஸ்டிக் மற்றும் ஹீட்டோரோசெடாஸ்டிசிட்டி ஆகியவற்றுக்கு இடையேயான வித்தியாசத்தை உருவாக்க தெளிவாக, இரு-மாறி மாதிரியில்  $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \mu_i$ ,  $Y$  என்று வைத்துக்கொள்வோம். குறிக்கிறது. சேமிப்பு மற்றும்  $X$  வருமானத்தை குறிக்கிறது. படம் 5.2 மற்றும் 5.3 வருமானம் அதிகரிக்கும் போது சராசரி சேமிப்பும் அதிகரிக்கிறது என்பதைக் காட்டுகிறது. ஆனால் படம் 5.2 இல் சேமிப்பின் மாறுபாடு வருமானத்தின் அனைத்து நிலைகளிலும் ஒரே மாதிரியாக இருக்கும், அதேசமயம் படம் 5.3 இல் அது வருமானத்துடன் அதிகரிக்கிறது. படம் 5.3 இல், குறைந்த வருமானம் கொண்ட குடும்பங்களை விட சராசரியாக அதிக வருமானம் கொண்ட குடும்பங்கள் அதிகம் சேமிக்கின்றன, ஆனால் அவர்களின் சேமிப்பிலும் அதிக மாறுபாடு உள்ளது.

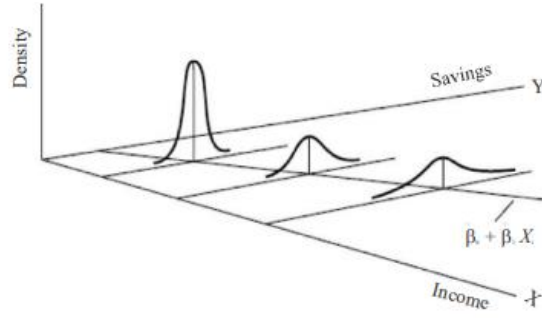
### குறிப்பு

## குறிப்பு

மாறுபாடுகளுக்கு பல காரணங்கள் உள்ளன.  $\beta$  மாறி இருக்கலாம், அவற்றில் சில பின்வருமாறு:

1. பிழை-கற்றல் மாதிரிகளைப் பின்பற்றி, மக்கள் கற்றுக்கொள்வது போல, அவர்களின் நடத்தை பிழைகள் காலப்போக்கில் சிறியதாகிவிடும். இந்த நிலையில், குறையும் என எதிர்பார்க்கப்படுகிறது. ஒரு எடுத்துக்காட்டாக, படம் 5.4 ஐக் கவனியுங்கள், இது ஒரு சோதனையில் கொடுக்கப்பட்ட காலப்பகுதியில் செய்யப்பட்ட தட்டச்சுப் பிழையின் எண்ணிக்கையை டைப்பி நடைமுறையில் உள்ள மணிநேரங்களுடன் தொடர்புபடுத்துகிறது. படம் 5.4 காட்டுவது போல், தட்டச்சுப் பயிற்சியின் மணிநேரங்களின் எண்ணிக்கை அதிகரிக்கும் போது, தட்டச்சுப் பிழைகளின் சராசரி எண்ணிக்கையும் அவற்றின் மாறுபாடுகளும் குறைகின்றன.

படம் 5.4 ஹெட்டோரோஸ்கெடாஸ்டிசிட்டி பற்றிய விளக்கம்



2. வருமானம் பெருகும்போது, மக்களுக்கு அதிக விருப்புரிமை வருமானம் உள்ளது, அதனால் அதிகமாக உள்ளது. அவர்களின் வருமானத்தை மாற்றுவது பற்றிய தேர்வுக்கான வாய்ப்பு. எனவே இது சாத்தியம் வருமானத்துடன் அதிகரிக்கும். இவ்வாறு வருமானத்தின் மீதான சேமிப்பின் பின்னடைவில் ஒன்று வருமானம் அதிகரிப்பதைக் காணலாம் (படம் 5.3 இல் உள்ளதைப் போல) ஏனெனில் மக்கள் அவர்களின் சேமிப்பு நடத்தை பற்றி அதிக தேர்வுகள் உள்ளன. இதேபோல், அதிக லாபம் ஈட்டும் நிறுவனங்கள், குறைந்த லாபம் கொண்ட நிறுவனங்களைக் காட்டிலும் தங்கள் டிவிடென்ட் பாலிசிகளில் அதிக மாறுபாட்டைக் காண்பிக்கும் என்று பொதுவாக எதிர்பார்க்கப்படுகிறது. மேலும், வளர்ச்சி சார்ந்த நிறுவனங்கள், நிறுவப்பட்ட நிறுவனங்களைக் காட்டிலும் தங்கள் டிவிடென்ட் பே அவுட் விகிதத்தில் அதிக மாறுபாட்டைக் காட்ட வாய்ப்புள்ளது.
3. தரவு சேகரிக்கும் நுட்பங்கள் மேம்படுவதால், குறைய வாய்ப்புள்ளது. இதனால் வங்கிகள் அதிநவீன தரவு செயலாக்கக் கருவிகளைக் கொண்டவை, அத்தகைய வசதிகள் இல்லாத வங்கிகளைக் காட்டிலும் தங்கள் வாடிக்கையாளர்களின் மாதாந்திர காலாண்டு அறிக்கைகளில் குறைவான பிழைகளைச் செய்யும்.

டைம்-சீரிஸ் தரவைக் காட்டிலும் குறுக்குவெட்டுகளில் ஹெட்டோரோஸ்கெடாஸ்டிசிட்டியின் சிக்கல் மிகவும் பொதுவானதாக இருக்கும் என்பதைக் கவனத்தில் கொள்ள வேண்டும். குறுக்குவெட்டுத் தரவுகளில், தனிநபர் நுகர்வோர் அல்லது அவர்களது குடும்பங்கள், நிறுவனங்கள், தொழில்கள் அல்லது மாநிலம், நாடு, நகரம் போன்ற புவியியல் உட்பிரிவு போன்ற குறிப்பிட்ட நேரத்தில் மக்கள்தொகையின் உறுப்பினர்களுடன் ஒருவர் வழக்கமாகக் கையாள்வார். மேலும், இந்த

## குறிப்பு

உறுப்பினர்கள் சிறிய, நடுத்தர அல்லது பெரிய நிறுவனங்கள் குறைந்த, நடுத்தர அல்லது அதிக வருமானம் போன்ற பல்வேறு அளவுகளில் இருக்கலாம். நேரத் தொடர் தரவுகளில், மறுபுறம், மாறிகள் ஒரே மாதிரியான அளவைக் கொண்டதாக இருக்கும், ஏனெனில் தரவு பொதுவாக ஒரு குறிப்பிட்ட காலத்திற்குள் ஒரே நிறுவனத்திற்காக சேகரிக்கப்படுகிறது.

குறுக்குவெட்டுப் பகுப்பாய்வில் எதிர்கொள்ளக்கூடிய பன்முகத்தன்மையின் விளக்கமாக, அட்டவணை 5.1ஐக் கவனியுங்கள். இந்த அட்டவணையானது, நிறுவனத்தின் வேலைவாய்ப்பு அளவைக் கொண்டு வகைப்படுத்தப்பட்ட, நீடித்து நிலைக்காத பொருட்கள் உற்பத்தி செய்யும் தொழில்களில் ஒரு பணியாளருக்கான இழப்பீடு பற்றிய தரவை வழங்குகிறது. மேலும் அட்டவணையில் ஒன்பது வேலை வகுப்புகளுக்கான சராசரி உற்பத்தித்திறன் புள்ளிவிவரங்கள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

**அட்டவணை 5.1** ஸ்தாபனத்தின் வேலைவாய்ப்பு அளவின்படி நீடித்து நிலைக்காத உற்பத்தித் தொழில்களில் ஒரு பணியாளருக்கான இழப்பீடு (\$ இல்)

Industry	Employment size (Average number of employees)								
	1-4	5-9	10-19	20-49	50-99	100-249	250-499	500-999	1000-2499
Food and Kindred Products	2994	3295	3565	3907	4189	4486	4676	4968	5342
Tobacco Products	1721	2057	3336	3320	2980	2848	3072	2969	3822
Textile mill products	3600	3657	3674	3437	3340	3334	3225	3163	3168
Apparel and related products	3494	3787	3533	3215	3030	2834	2750	2967	3453
Paper and allied products	3498	3847	3913	4135	4445	4885	5132	5342	5326
Printing and publishing	3611	4206	4695	5083	5301	5269	5182	5395	5552
Chemicals and allied products	3875	4660	4930	5005	5114	5248	5630	5870	5876
Petroleum and coal products	4616	5181	5317	5337	5421	5710	6316	6455	6347
Rubber and plastic products	3538	3984	4014	4287	4221	4539	4721	4905	5481
Leather and Leather Products	3016	3196	3149	3317	3414	3254	3177	3346	4067
Average compensation	3396	3787	4013	4104	4146	4241	4387	4538	4843
Standard Deviation	743.7	851.4	727.8	746.3	929.9	1080.6	1243.2	1307.7	1112.5
Average Productivity	9355	8584	7962	8275	8389	9418	9795	10281	11750

**ஆதாரம்:** உற்பத்தியாளர்கள் கணக்கெடுப்பு, அமெரிக்க வர்த்தகத் துறை தொழில்துறைகள் அவற்றின் வெளியீட்டு அமைப்பில் வேறுபட்டாலும், சராசரி பெரிய நிறுவனங்கள் சிறிய நிறுவனங்களை விட அதிகமாக செலுத்துகின்றன என்பதை அட்டவணை 5.1 தெளிவாகக் காட்டுகிறது. உதாரணமாக, ஒன்று முதல் நான்கு பணியாளர்களை வேலைக்கு அமர்த்தும் நிறுவனங்கள் சராசரியாக \$3396 செலுத்துகின்றன, அதேசமயம் 1000 முதல் 2499 வரை வேலை செய்யும் நிறுவனங்கள் சராசரியாக \$4843 செலுத்தப்பட்டது. ஆனால் இழப்பீட்டின் நிலையான விலகல் பொதுவாக நிறுவனங்களின் வேலைவாய்ப்பு அளவுடன் அதிகரிக்கிறது, சராசரி ஊதியம் அதிகமாக இருந்தால், அதன் மாறுபாடு அதிகமாக இருக்கும் என்று பரிந்துரைக்கிறது.



## குறிப்பு

நாம் பின்னடைவை இயக்க விரும்புகிறோம் என்று வைத்துக்கொள்வோம்

சராசரி இழப்பீடு  $i = b_0 + b_1$  சராசரி உற்பத்தித்திறன்  $i + m$  ii-வது வேலைவாய்ப்பு அளவு வகுப்பு ஐக் குறிப்பிடுகிறேன். அட்டவணை 5.1 இல் கொடுக்கப்பட்டுள்ள தரவைப் பயன்படுத்தி முந்தைய பின்னடைவை இயக்கினால், நாம் பெரும்பாலும் பன்முகத்தன்மையை சந்திப்போம். நிச்சயமாக, அட்டவணை 5.1 இல் வழங்கப்பட்ட இழப்பீட்டின் நிலையான விலகல்கள் புள்ளிவிவர ரீதியாக குறிப்பிடத்தக்க வகையில் வேறுபட்டதா என்பதை நாம் கண்டுபிடிக்க வேண்டும்.

### ஹெட்டோரோஸ்கெடாஸ்டிசிட்டி கண்டறிதல்

முக்கியமான நடைமுறை கேள்வி: ஒரு குறிப்பிட்ட சூழ்நிலையில் பன்முகத்தன்மை இருப்பதை ஒருவர் எப்படி அறிவார்? கண்டறிவதற்கு கடினமான மற்றும் வேகமான விதிகள் எதுவும் இல்லை. ஹெட்டோரோஸ்கெடாஸ்டிசிட்டி, ஒரு சில கட்டைவிரல் விதிகள் மட்டுமே. ஆனால் இது தவிர்க்க முடியாதது, ஏனெனில் முடியும். தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட X களுடன் தொடர்புடைய Y மக்கள்தொகை முழுவதுமாக இருந்தால் மட்டுமே தெரியும். அட்டவணை 5.1 இல் காட்டப்பட்டுள்ள மக்கள் தொகை போன்றவை. ஆனால் இத்தகைய தரவுகள் பெரும்பாலான பொருளாதார விசாரணைகளில் விதியை விட விதிவிலக்காகும். இந்த வகையில் பொருளாதார வல்லுநர்கள் விஞ்ஞானிகளிடமிருந்து வேளாண்மை மற்றும் உயிரியல் போன்ற துறைகளில் வேறுபடுகிறார்கள், அங்கு அவர்கள் தங்கள் பாடங்களில் நல்ல கட்டுப்பாட்டைக் கொண்டுள்ளனர். பெரும்பாலும், பொருளாதார ஆய்வுகளில் X இன் ஒரு குறிப்பிட்ட மதிப்புடன் தொடர்புடைய ஒரு மாதிரி Y மதிப்பு மட்டுமே உள்ளது. மேலும் யாரும் அறிய வழி இல்லை. ஒரு 2 கவனிப்பில் இருந்து.

எனவே, பொருளாதார ஆய்வுகள் சம்பந்தப்பட்ட பெரும்பாலான சந்தர்ப்பங்களில், பன்முகத்தன்மை என்பது 'ஊகங்கள்' அல்லது ஒரு ஆசிரியர் சொல்வது போல் 'ஆட்ஹாக்கரி' விஷயமாக இருக்கலாம். (இந்த வார்த்தை பேராசிரியர் ஸ்வி கிரிலிச்சஸ் காரணமாக உள்ளது).

முந்தைய எச்சரிக்கையை மனதில் கொண்டு, பன்முகத்தன்மையைக் கண்டறிவதற்கான சில முறைசாரா மற்றும் முறையான முறைகளை ஆராய்வோம்.

1. **பிரச்சனையின் தன்மை:** பெரும்பாலும், பரிசீலனையில் உள்ள பிரச்சனையின் தன்மையானது, பன்முகத்தன்மையை எதிர்கொள்ளும் சாத்தியம் உள்ளதா என்பதைக் குறிக்கிறது. எடுத்துக்காட்டாக, குடும்ப பட்ஜெட் ஆய்வுகளில் ப்ரைஸ் மற்றும் ஹவுதாக்கரின் முன்னோடி பணி, வருமானத்தின் மீதான நுகர்வுப் பின்னடைவைச் சுற்றியுள்ள எஞ்சிய மாறுபாடு வருமானத்துடன் அதிகரித்திருப்பதைக் கண்டறிந்தனர், இப்போது பொதுவாக இதே போன்ற ஆய்வுகளில் இடையூறுகளுக்கு இடையே சமமற்ற மாறுபாடுகளை எதிர்பார்க்கலாம் என்று கருதப்படுகிறது. உண்மையில், பன்முகத்தன்மை கொண்ட அலகுகளை உள்ளடக்கிய குறுக்குவெட்டுத் தரவுகளில், விதிவிலக்குக்கு பதிலாக, பன்முகத்தன்மை விதியாக இருக்கலாம். இவ்வாறு, குறுக்கு வெட்டு பகுப்பாய்வில், விற்பனை, வட்டி விகிதம் போன்றவற்றுடன் தொடர்புடைய முதலீட்டுச் செலவுகள் அடங்கும். ஹெட்டோரோஸ்கெடாஸ்டிசிட்டி பொதுவாக சிறிய, நடுத்தர மற்றும்

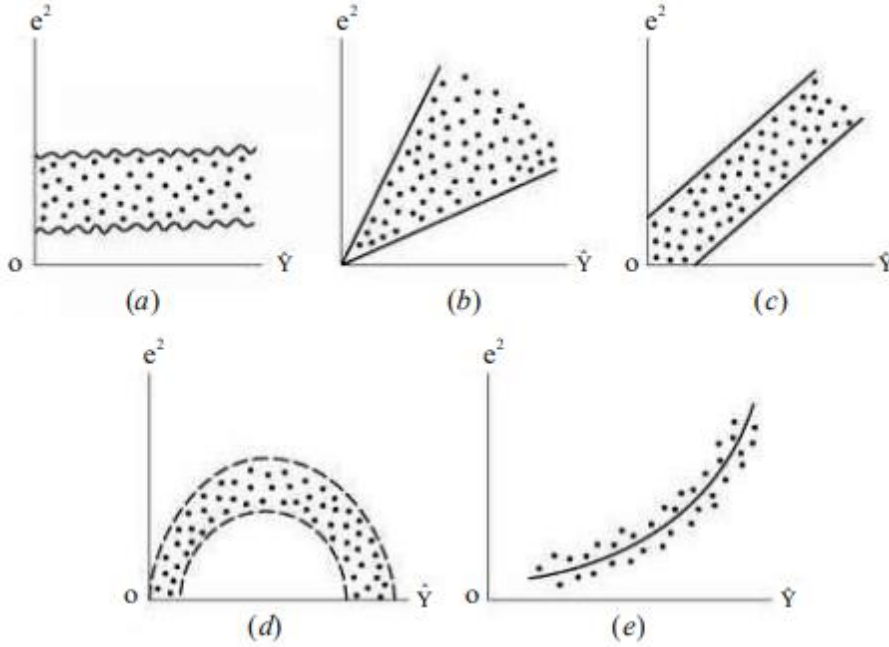


பெரிய அளவிலான நிறுவனங்கள் ஒன்றாக மாதிரியாக எதிர்பார்க்கப்படுகிறது.

பொருளாதார அளவை முறைகள்

குறிப்பு

2. **வரைகலை முறை:** பன்முகத்தன்மையின் தன்மையைப் பற்றி முன்னோடி அல்லது அனுபவபூர்வமான தகவல்கள் இல்லை என்றால், நடைமுறையில் ஹீட்டோரோசெடாஸ்டிசிட்டி இல்லை என்ற அனுமானத்தில் பின்னடைவு பகுப்பாய்வு செய்து பின்னர் ஒரு இடுகையை செய்யலாம். மதிப்பிடப்பட்ட எஞ்சிய பகுதியின் பிரேத பரிசோதனை, அவை உள்ளனவா என்பதைப் பார்க்க எந்த முறையான வடிவத்தையும் வெளிப்படுத்துகின்றன. 2 அதே விஷயம் இல்லை என்றாலும், குறிப்பாக மாதிரி அளவு போதுமானதாக இருந்தால் அவை ப்ராக்ஸிகளாகப் பயன்படுத்தப்படலாம். RSS இன் ஆய்வு படம் 5.5 இல் காட்டப்பட்டுள்ள மாதிரிகளை வெளிப்படுத்தலாம்.



படம் 5.5 ஹெட்டோரோஸ்கெடாஸ்டிசிட்டி

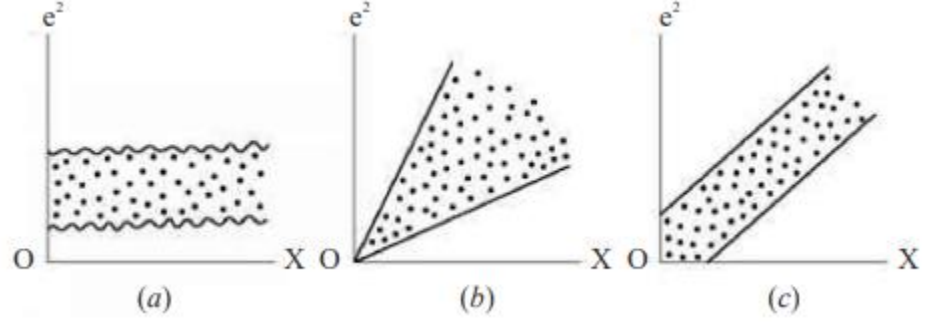
படம் 5.5 இல், திட்டமிடப்பட்டுள்ளன  $Y_i$ , மதிப்பிடப்பட்ட  $\hat{Y}_i$  பின்னடைவு வரியிலிருந்து,  $Y$  இன் மதிப்பிடப்பட்ட சராசரி மதிப்பானது ஸ்கொயர் எச்சத்துடன் முறையாக தொடர்புடையதா என்பதைக் கண்டறியும் யோசனை. படம் 5.5a இல், இரண்டு மாறிகளுக்கு இடையில் முறையான முறை எதுவும் இல்லை என்பதைக் காண்கிறோம், ஒருவேளை தரவுகளில் பன்முகத்தன்மை எதுவும் இல்லை என்று கூறுகிறது. இருப்பினும், படம் 5.5b முதல் e வரை, திட்டவட்டமான வடிவங்களைக் காட்டுகிறது. உதாரணமாக, படம் 5.5c ஒரு நேர்கோட்டு உறவை பரிந்துரைக்கிறது, அதேசமயம் படம் 5.5d மற்றும் e இருபடி உறவைக் குறிக்கிறது.  $Y_i$ . அத்தகைய அறிவைப் பயன்படுத்தி, முறைசாரா, ஒருவர் இருக்கலாம். மாற்றப்பட்ட தரவு பன்முகத்தன்மையை வெளிப்படுத்தாத வகையில் தரவை மாற்றுகிறது.

Self-Instructional Material

## குறிப்பு

### படம் 5.6 பின்னடைவு வரி முறை

மாறாக சதி செய்வதன் மூலம்  $Y^i$ , ஒருவர் அவர்களை ஒருவருக்கு எதிராக சதி செய்யலாம். விளக்க மாறிகள் குறிப்பாக சதி என்றால் எதிராக  $Y^i$  வடிவத்தில் முடிவு. படம் 5.5a இல் காட்டப்பட்டுள்ளது. படம் 5.6 இல் காட்டப்பட்டுள்ள அத்தகைய சதி, படம் 5.5 இல் கொடுக்கப்பட்டுள்ளதைப் போன்ற வடிவங்களை வெளிப்படுத்தலாம். (இரண்டு-மாறி மாதிரியின் விஷயத்தில், எதிராக சதி  $Y^i$  X க்கு எதிராக சதி செய்வதற்கு சமம்), எனவே படம் 5.6 படம் 5.5 ஐப் போன்றது. ஆனால் நிலைமை இதுவல்ல இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட X மாறிகளை உள்ளடக்கிய மாதிரியை நாம் கருத்தில் கொள்ளும்போது; இந்த நிகழ்வில், 2 மாதிரியில் சேர்க்கப்பட்டுள்ள எந்த X மாறிக்கும் எதிராக திட்டமிடப்படலாம்.)



### படம் 5.7 விநியோகத்தின் மாறுபாடு

எடுத்துக்காட்டாக, படம் 5.6c இல் காட்டப்பட்டுள்ள மாதிரியானது, விநியோக காலத்தின் மாறுபாடு X மாறிக்கு நேர்கோட்டில் தொடர்புடையது என்று கூறுகிறது. இவ்வாறு, வருமானத்தின் மீதான சேமிப்பின் பின்னடைவில், படம் 5.6c இல் காட்டப்பட்டுள்ளதைப் போன்ற ஒரு வடிவத்தை ஒருவர் கண்டால், அது பன்முகத்தன்மை மாறுபாடு வருமான மாறியின் மதிப்புக்கு விகிதாசாரமாக இருக்கலாம் என்று பரிந்துரைக்கிறது. மாற்றப்பட்ட தரவுகளின் பின்னடைவில் இடையூறுகளின் மாறுபாடு ஒரே மாதிரியாக இருக்கும் வகையில் நமது தரவை மாற்றுவதற்கு இந்த அறிவு நமக்கு உதவக்கூடும். அடுத்த பகுதியில் இந்த தலைப்புக்கு திரும்புவோம்.

3. பார்க் சோதனை: பார்க் என்று பரிந்துரைப்பதன் மூலம் வரைகலை முறையை முறைப்படுத்துகிறது. விளக்க மாறிகள் X இன் சில செயல்பாடுகள். அவர் பரிந்துரைத்த செயல்பாட்டு வடிவம் அல்லது உள்ளே

$$\sigma_i^2 = \sigma^2 X_i^\beta e^{V_i}$$

$$\ln \sigma_i^2 = \ln \sigma^2 + \beta \ln X_i + V_i$$

அங்கு  $V_i$  என்பது சீரற்ற இடையூறு சொல்.

இன்றிலிருந்து, என்பது பொதுவாக அறியப்படவில்லை, பார்க் பயன்படுத்த பரிந்துரைக்கிறது.

பார்க்ஸியாக மற்றும் பின்வரும் பின்னடைவை இயக்குகிறது: என்றால் புள்ளிவிவர ரீதியாக முக்கியத்துவம் வாய்ந்ததாக மாறிவிடும், இது தரவுகளில் பன்முகத்தன்மை உள்ளது என்று பரிந்துரைக்கும். அது முக்கியமற்றதாக மாறினால், ஹோமோசெடாஸ்டிக் அனுமானத்தை நாம் ஏற்றுக்கொள்ளலாம். பார்க் சோதனை இவ்வாறு இரண்டு-நிலை செயல்முறை. முதல் கட்டத்தில் நாம் OLS பின்னடைவை இயக்குகிறோம்,

பின்னர் இரண்டாவது கட்டத்தில் நாம் பின்னடைவை இயக்குகிறோம்

$$\ln \sigma_i^2 = \ln \sigma^2 + \beta \ln X_i + V_i$$

$$= \alpha + \beta \ln X_i + V_i$$

(சமன்பாடு 5.4).

அனுபவ ரீதியாக ஈர்க்கக்கூடியதாக இருந்தாலும், பார்க் சோதனையில் சில சிக்கல்கள் உள்ளன. கோல்ட்ஃபெல்ட் மற்றும் குவாண்ட் ஆகியோர் பிழைச் சொல்  $v$  என்று வாதிட்டனர் நான் (5.4) இல் நுழைவது OLS அனுமானங்களை பூர்த்தி செய்யாமல் இருக்கலாம் மற்றும் அதுவே மாறுபட்டதாக இருக்கலாம். ஆயினும்கூட, ஒரு கண்டிப்பான ஆய்வு முறையாக, ஒருவர் பார்க் சோதனையைப் பயன்படுத்தலாம்.

பார்க் அணுகுமுறையை விளக்குவதற்கு, பின்வரும் பின்னடைவை இயக்க அட்டவணை 5.1 இல் கொடுக்கப்பட்டுள்ள தரவைப் பயன்படுத்துகிறோம்:  $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \mu_i$

இங்கு  $Y$  = சராசரி இழப்பீடு ஆயிரக்கணக்கான டாலர்களில்,  $X$  = சராசரி உற்பத்தித்திறன் ஆயிரக்கணக்கான டாலர்களில், மற்றும்  $i$  = நிறுவனத்தின் வேலைவாய்ப்பு அளவு. பின்னடைவின் முடிவுகள் பின்வருமாறு:  $Y^* = 1999.0466 + 0.2323X_i$  (0.1000) ... (5.5)  $t = (2.323)$   $R^2 = 0.4356$

ஒரு வால் அடிப்படையில் மதிப்பிடப்பட்ட சாய்வு குணகம் 5 சதவீத அளவில் குறிப்பிடத்தக்கது என்பதை முடிவுகள் வெளிப்படுத்துகின்றன.  $t$ -சோதனை. தொழிலாளர் உற்பத்தித்திறன் ஒரு டாலரால் அதிகரிக்கும் போது, தொழிலாளர் இழப்பீடு சராசரியாக 23 காசுகள் அதிகரிக்கிறது என்று சமன்பாடு காட்டுகிறது.

பின்னடைவிலிருந்து (5.5) பெறப்பட்ட எச்சங்கள்  $X_i$  இல் பின்னடைவு செய்யப்பட்டன சமன்பாடு 5.4 இல் பரிந்துரைக்கப்பட்டுள்ளபடி, பின்வரும்

$$\ln \sigma_i^2 = 35.9010 - 2.8099 \ln X_i$$

$$(4.216)$$

$$t = (-0.667) \quad R^2 = 0.0595$$

முடிவுகளை அளிக்கிறது:

வெளிப்படையாக, இரண்டு மாறிகளுக்கு இடையே புள்ளிவிவர ரீதியாக குறிப்பிடத்தக்க உறவு இல்லை. பார்க் சோதனையைத் தொடர்ந்து, பிழை மாறுபாட்டில் பன்முகத்தன்மை இல்லை என்று ஒருவர் முடிவு செய்யலாம்.

4. க்ளெஜ்சர் சோதனை: க்ளெஜ்சர் சோதனையானது பார்க் சோதனைக்கு ஒத்ததாகும். எஞ்சியவற்றைப் பெற்ற பிறகு  $e_i$  OLS பின்னடைவில் இருந்து,  $e_i$  இன் முழுமையான மதிப்புகளை பின்வாங்குவதை க்ளெஜ்சர் பரிந்துரைக்கிறது,  $|e_i|$   $X$  மாறியுடன் நெருக்கமாக தொடர்புடையதாகக் கருதப்படுகிறது 2. அவரது சோதனைகளில், க்ளெஜ்சர் பின்வரும் செயல்பாட்டைப் பயன்படுத்தினார்.

$$|e_i| = \beta_1 X_i + v_i$$

$$|e_i| = \beta_1 \sqrt{X_i} + v_i$$

$$|e_i| = \beta_1 \frac{1}{X_i} + v_i$$

$$|e_i| = \beta_1 \frac{1}{\sqrt{X_i}} + v_i$$

$$|e_i| = \beta_0 + \beta_1 X_i + v_i$$

## குறிப்பு

## குறிப்பு

இங்கே 5 பிழை சொல்.

மீண்டும் ஒரு அனுபவ அல்லது நடைமுறை விஷயமாக, ஒருவர் க்ளெஜ்சர் அணுகுமுறையைப் பயன்படுத்தலாம். ஆனால் கோல்ட்ஃபெல்ட் மற்றும் குவாண்ட் ஆகியோர் பிழைச் சொல்  $v_i$  என்று சுட்டிக்காட்டுகின்றனர் அதன் எதிர்பார்க்கப்படும் மதிப்பு பூஜ்ஜியமற்றதாக இருப்பதில் சில சிக்கல்கள் உள்ளன, இது தொடர் தொடர்புடையது, மற்றும் முரண்பாடாக இது வேறுபட்டது. க்ளெஜ்சர் முறையின் கூடுதல் சிரமம் போன்ற மாதிரிகள்

$$|e_i| = 0 \text{ if } X + v_i \text{ and } |e_i| = 2 \text{ if } 0$$

அளவுருக்களில் நேரியல் அல்ல, எனவே வழக்கமான OLS செயல்முறையுடன் மதிப்பிட முடியாது.

க்ளெஜ்சர் பெரிய மாதிரிகளுக்கு, முந்தைய மாதிரிகளில் முதல் நான்கு, பன்முகத்தன்மையைக் கண்டறிவதில் பொதுவாக திருப்திகரமான முடிவுகளைத் தருவதாகக் கண்டறிந்துள்ளது. எனவே, ஒரு நடைமுறை விஷயமாக, க்ளெஜ்சர் நுட்பம் பெரிய மாதிரிகளுக்குப் பயன்படுத்தப்படலாம் மற்றும் சிறிய மாதிரிகளில் கண்டிப்பாக ஒரு தரமான சாதனமாகப் பயன்படுத்தப்படலாம். பன்முகத்தன்மை பற்றி ஏதாவது கற்றுக்கொள்ளுங்கள்.

6. **ஸ்பியர்மேனின் தரவரிசை தொடர்பு சோதனை:** ஸ்பியர்மேனின் தரவரிசை தொடர்பு குணகம் என வரையறுக்கப்படுகிறது

$$r_s = 1 - 6 \left[ \frac{\sum d_i^2}{N(N^2 - 1)} \right]$$

இங்கே  $d_i = i$  வது தனிநபர் அல்லது நிகழ்வின் இரண்டு வெவ்வேறு குணாதிசயங்களுக்கு ஒதுக்கப்பட்ட தரவரிசைகளில் உள்ள வேறுபாடு மற்றும்  $N =$  தனிநபர்கள் அல்லது நிகழ்வுகளின் எண்ணிக்கை. முந்தைய தரவரிசை தொடர்பு குணகம் பயன்படுத்தப்படலாம்

ஹீட்டோரோஸ்கெடாஸ்டிகிட்டியை பின்வருமாறு கண்டறிய:  $Y_i = \alpha_0 + \alpha_1 X_i + u_i$  என்று வைத்துக்கொள்வோம்.

**படி 1:**  $Y$  மற்றும்  $X$  இல் உள்ள தரவுகளுக்கு பின்னடைவை பொருத்தி எச்சங்களை  $e_i$  பெறவும்.

**படி 2:**  $e_i$  அடையாளத்தை புறக்கணித்தல், அதாவது, அவற்றின் முழுமையான மதிப்பை எடுத்துக்கொள்வது  $|e_i|$ , இரு தரவரிசை  $|e_i|$  மற்றும்  $X_i$  ஒரு ஏறுவரிசை அல்லது இறங்கு வரிசையின் படி மற்றும் முன்பு கொடுக்கப்பட்ட ஸ்பியர்மேனின் தரவரிசை தொடர்பு குணகத்தை கணக்கிடுங்கள்.

**படி 3:** மக்கள்தொகை தரவரிசை தொடர்பு குணகம்  $P$  என்று வைத்துக்கொள்வோம் கள் பூஜ்ஜியம் மற்றும்  $n > 8$ , மாதிரியின் முக்கியத்துவம்  $t$  டெஸ்ட் மூலம் பின்வருமாறு சோதிக்கலாம்

$$t = \frac{r_s \sqrt{N-2}}{\sqrt{1-r_s^2}}$$

கணக்கிடப்பட்ட  $t$  மதிப்பு முக்கியமான  $t$  மதிப்பை விட அதிகமாக இருந்தால், நாம் பன்முகத்தன்மையின் கருதுகோளை ஏற்கலாம்; இல்லையெனில் நாம் அதை நிராகரிக்கலாம். பின்னடைவு மாதிரி என்றால் ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட  $X$  மாறிகள்,  $r_s$  ஐ உள்ளடக்கியது இடையே கணக்கிட முடியும்  $|e_i|$  மற்றும்

## குறிப்பு

ஒவ்வொரு X மாறிகளும் தனித்தனியாக மற்றும் மேலே கொடுக்கப்பட்ட t சோதனை மூலம் புள்ளியியல் முக்கியத்துவத்திற்காக சோதிக்கப்படலாம்.

இந்தக் கருதுகோளைச் சோதிக்க, தரவரிசை தொடர்பு நுட்பத்தைப் பயன்படுத்துகிறோம். பகுப்பாய்வில் தேவையான தரவுகளை அட்டவணை 5.2 வழங்குகிறது. சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்துவதன் மூலம் (5.7), நாங்கள் பெறுகிறோம்

$$r_s = 1 - 6 \frac{126.5}{10(100-1)}$$

$$= 0.2333$$

அட்டவணை 5.2 தரவரிசை தொடர்பு முறையின் விளக்கம்

X, standard deviation of annual returns	e <sub>i</sub>  , Absolute Value of residual	Rank of X	Rank of  e <sub>i</sub>	d	d <sup>2</sup>
12.4	1.01	5	9	-4	16
14.4	1.26	7	10	-3	9
14.6	0.18	8	4	4	16
16.0	0.20	9	5	4	16
11.3	0.22	3.5	6	-2.5	6.25
10.0	0.60	1	7	-6	36
16.2	0.90	10	8	2	4
10.4	0.11	2	3	-1	1
13.1	0.07	6	2	4	16
11.3	0.03	3.5	1	2.5	6.25
				0	126.5

**றிப்புகள்:** (a) X மற்றும் |e| இன் மதிப்புகள் ஏறுவரிசையில் தரவரிசைப்படுத்தப்படுகின்றன. (b) X மதிப்புகளில் இரண்டு ஒரே மாதிரியாக இருப்பதால், அவற்றின் தரவரிசை இணைக்கப்பட்டுள்ளது.

(5.8) இல் கொடுக்கப்பட்டுள்ள t சோதனையைப் பயன்படுத்துவதன் மூலம், நாங்கள் பெறுகிறோம்

$$t = \frac{(0.2333)(\sqrt{8})}{\sqrt{1-0.0544}}$$

$$= 0.6786$$

8 dfக்கு இந்த t மதிப்பு 10 சதவீத முக்கியத்துவ நிலையில் கூட குறிப்பிடத்தக்கதாக இல்லை. எனவே, விளக்கமளிக்கும் மாறிக்கும் எச்சங்களின் முழுமையான மதிப்புகளுக்கும் இடையே முறையான உறவின் எந்த ஆதாரமும் இல்லை, இது பன்முகத்தன்மை இல்லை என்று பரிந்துரைக்கலாம்.

முன்பு விவாதிக்கப்பட்ட சோதனைகளுக்கு கூடுதலாக, ஒருவர் பார்ட்லெட்டின் மாறுபாட்டின் ஒரே மாதிரியான சோதனையைப் பயன்படுத்தலாம். ஆனால் இந்த சோதனைக்கு அட்டவணை 5.1 இல் கொடுக்கப்பட்டுள்ள வகையின் தரவு எங்களிடம் இருக்க வேண்டும், இது பரிசீலனையில் உள்ள நிகழ்வின் மாறுபாட்டின் மறுபரிசீலனை மதிப்பீடுகளை வழங்குகிறது.

## குறிப்பு

### நிவாரண நடவடிக்கைகள்

OLS மதிப்பீட்டாளர்களின் பக்கச்சார்பற்ற தன்மை மற்றும் நிலைத்தன்மை பண்புகளை ஹெட்டோரோஸ்கெடாஸ்டிசிட்டி அழிக்காது, ஆனால் அவை இனி செயல்திறன் மிக்கதாக இல்லை, அறிகுறியில்லாமல் கூட இல்லை (அதாவது, பெரிய மாதிரி அளவு). இந்த திறனின்மை வழக்கமான கருதுகோள்-சோதனை செயல்முறையை சந்தேகத்திற்குரிய மதிப்பாக ஆக்குகிறது. எனவே, தீர்வு நடவடிக்கைகள் தெளிவாக அழைக்கப்படலாம். தீர்வுக்கு இரண்டு அணுகுமுறைகள் உள்ளன: தெரியாத போது,  $i$  தெரியும் மற்றும் எப்போது

### அறியப்படுகிறது: எடை குறைந்த சதுரங்களின் முறை

அறியப்படுகிறது அல்லது மதிப்பிட முடியும், கையாள்வதற்கான மிகவும் நேரடியான முறை பன்முகத்தன்மை என்பது எடை குறைந்த சதுரங்கள் மூலம். இந்த முறையை விளக்க, இரண்டு மாறி மாதிரியைக் கவனியுங்கள்.

$$\text{PRF: } Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \mu_i$$

$$\text{SRF: } Y_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_i + e_i$$

வழக்கமான அல்லது எடையில்லாத குறைந்தபட்ச சதுரங்கள் முறை RSS ஐக் குறைப்பதில் உள்ளது:  $\sum e_i^2 = \sum (Y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 X_i)^2$ , தெரியாதவர்கள் குறித்து. இதை குறைப்பதில் RSS. எடையில்லாத குறைந்த-சதுர முறையானது ஒவ்வொருவருக்கும் ஒரே எடையைக் 2 கொடுக்கிறது. எனவே, படம் 5.7 இன் அனுமானச் சிதறலில், A, B மற்றும் C புள்ளிகள் அனைத்தும் உள்ளன.

கம்ப்யூட்டிங்கில் அதே எடை  $\sum e_i^2$  வெளிப்படையாக, இந்த விஷயத்தில், தொடர்புடைய புள்ளி C RSS இல் ஆதிக்கம் செலுத்தும். எடை குறைந்த சதுரங்களின் முறையானது, படம் 5.7 இல் உள்ள C போன்ற தீவிர புள்ளிகளை, வழக்கமான அல்லது எடையில்லாத RSS ஐக் குறைப்பதன் மூலம் கணக்கில் எடுத்துக்கொள்கிறது, ஆனால் பின்வரும் RSS ஐக் கணக்கில் எடுத்துக்கொள்கிறது:

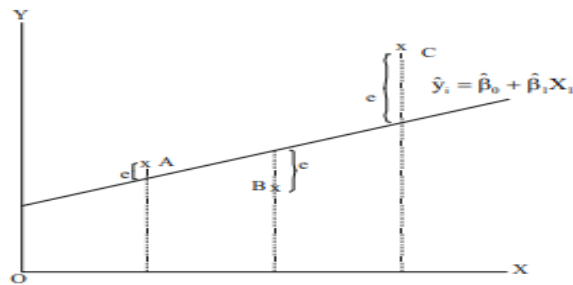
$$\text{Min: } \sum e_i^2 = \sum w_i (Y_i - \beta_0^* - \beta_1^* X_i)^2$$

குறைந்தபட்சம்

(5.11)

இங்கே,  $w_i$ , எடைகள், சில நிலையான (நிலையற்ற) எண்கள் மற்றும் இங்கே மற்றும் \* எடை குறைந்த சதுர மதிப்பீட்டாளர்கள்.  $w$  அத்தகைய முறையில் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்டுள்ளனர்.

$$w_i = \frac{1}{\sigma_i^2}$$



எடுத்துக்காட்டாக, தீவிர அவதானிப்புகள், படம் 5.8 க்களிட்டட் லீஸ்ட் ஸ்கொயர்களின் முறை

## குறிப்பு

அதாவது, ஒவ்வொரு கவனிப்பும் நேர்மாறான விகிதாசார எடை 2 . இந்த எடையிடல் திட்டம் படம் 5.7 இல் உள்ள புள்ளி C போன்ற பெரிய மாறுபாடுகளைக் கொண்ட மக்கள்தொகையிலிருந்து வரும் அதிக அவதானிப்புகளை 'தள்ளுபடி' செய்யும்.

குறைக்கும் இயக்கவியல் (5.11) வழக்கமான கால்குலஸ் நுட்பங்களைப் பின்பற்றுகிறது. குறைத்தல் நடைமுறைகளின் முடிவுகள் பின்வருமாறு:

$$\beta_0^* = \frac{\sum w_i Y_i}{\sum w_i} - \beta_1^* \frac{\sum w_i X_i}{\sum w_i}$$

$$= \bar{Y}^* - \beta_1^* \bar{X}^*$$

இங்கே,  $\bar{Y}^*$  and  $\bar{X}^*$  மற்றும் எக்ஸ் \* எடையுள்ள மாதிரி என்பது எடைகளாகப்

பணியாற்றும் மற்றும் எக்ஸ்  $X_i^* = X_i \bar{X}^*$  எடையுள்ள மாதிரி

வழிமுறையிலிருந்து விலகல்களைக் குறிக்கிறது.  $w_1 = w_2 = w_3$  என்றால்

$= \dots = w_N$  அதாவது, ஒவ்வொரு கவனிப்பும் ஒரே எடையைக் கொண்டுள்ளது, முன்பு கொடுக்கப்பட்ட எடையுள்ள குறைந்த-சதுர மதிப்பீட்டாளர்கள் வழக்கமான அல்லது எடையில்லாத குறைந்த-சதுரங்களுடன் ஒத்துப்போகின்றனர் மதிப்பீட்டாளர்கள்.

### எப்போது என்பது தெரியவில்லை

எப்பொழுது  $\sigma^2$  என்பது தெரியவில்லை, முன்பு விவாதிக்கப்பட்ட எடை குறைந்த சதுரங்களின் முறையை உடனடியாகப் பயன்படுத்த முடியாது. நடைமுறையில், எனவே, ஒருவர் சிலவற்றை நாடலாம் மற்றும் தற்காலிகமாக, நியாயமான நம்பத்தகுந்ததாக இருந்தாலும், அசல் பற்றிய அனுமானங்கள் மற்றும் மாற்றும் மாற்றப்பட்ட மாதிரியானது ஹோமோசெடாஸ்டிக்யின் அனுமானத்தை திருப்திப்படுத்தும் வகையில் பின்னடைவு மாதிரி. அத்தகைய சில மாற்றங்கள் இல்லாமல், பன்முகத்தன்மையின் சிக்கல் நடைமுறையில் தீர்க்க முடியாததாகிவிடும். இரண்டு-மாறி மாதிரியின் உதவியுடன் இந்த மாற்றங்களில் சிலவற்றை இப்போது விளக்குகிறோம்.

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \mu_i$$

பன்முகத்தன்மையின் வடிவத்தைப் பற்றிய பல சாத்தியமான அனுமானங்கள் இப்போது கருதப்படுகின்றன.

### அனுமானம் 1

$$E(\mu_i^2) = \sigma^2 X_i^2$$

"ஊகங்கள்," வரைகலை முறைகள் அல்லது பார்க் மற்றும் க்ளெஜ்சர் அணுகினால்,  $U_i$  இன் மாறுபாடு என்று நம்பப்படுகிறது. விளக்கமளிக்கும் மாறி  $X$  இன் சதுரத்திற்கு விகிதாசாரமாக உள்ளது, ஒருவர் அசல் மாதிரியை பின்வருமாறு மாற்றலாம். அசல் மாதிரியை  $X_i$  ஆல் வகுக்கவும்:



## குறிப்பு

$$\frac{Y_i}{X_i} = \frac{\beta_0}{X_i} + \beta_1 + \frac{\mu_i}{X_i}$$

$$= \beta_0 \frac{1}{X_i} + \beta_1 + V_i$$

இங்கே  $V_i$  மாற்றப்பட்ட தொந்தரவு கால மற்றும் சமமாக உள்ளது  $i / X_i$  .  
இப்போது அதை சரிபார்க்க எளிதானது

$$\begin{aligned} E(V_i^2) &= E\left(\frac{\mu_i}{X_i}\right)^2 = \frac{1}{X_i^2} E(\mu_i^2) \\ &= \sigma^2 \end{aligned}$$

எனவே  $V_i$  இன் மாறுபாடு ஹோமோஸெடாஸ்டிக் மற்றும் மாற்றப்பட்ட சமன்பாட்டிற்கு (5.15) OLS ஐப் பயன்படுத்துவதைத் தொடரலாம், பின்னடைவு  $Y_i / X_i$   $1/X_i$  இல்.

மாற்றப்பட்ட பின்னடைவில், இடைமறிப்பு சொல் என்பதைக் கவனியுங்கள்  $\cdot i$  சாய்வாக உள்ளது

அசல் சமன்பாட்டில் உள்ள குணகம் மற்றும் சாய்வு குணகம்  $\cdot i$  அசல் மாதிரியில் இடைமறிப்பு சொல். எனவே, அசல் மாதிரிக்குத் திரும்ப, மதிப்பிடப்பட்ட () ஐ  $X_i$  ஆல் பெருக்க வேண்டும்.

### அனுமானம் 2

$$E(\mu_i^2) = \sigma^2 X_i$$

என்ற மாறுபாடு என்று நம்பினால்  $\cdot i$  சதுர  $X_i$  க்கு விகிதாசாரமாக இருப்பதற்கு பதிலாக  $X_i$  க்கு விகிதாசாரமாகும் தானே, அசல் மாதிரியை பின்வருமாறு மாற்றலாம்:

$$\begin{aligned} \frac{Y_i}{\sqrt{X_i}} &= \frac{\beta_0}{\sqrt{X_i}} + \beta_1 \sqrt{X_i} + \frac{\mu_i}{\sqrt{X_i}} \\ &= \beta_0 \frac{1}{\sqrt{X_i}} + \beta_1 \sqrt{X_i} + V_i \end{aligned}$$

$$V_i = U_i / \sqrt{X_i} \text{ and where } X_i > 0.$$

இங்கே வி நான் / மற்றும் இங்கே

அனுமானம் 2 கொடுக்கப்பட்டால், அது ஒரு ஹோமோஸெடாஸ்டிக் என்பதை உடனடியாகச் சரிபார்க்க முடியும். கவலையடைகிறேன் என்றார். எனவே,

$$Y_i / \sqrt{X_i} \text{ on } 1/\sqrt{X_i} \text{ and } \sqrt{X_i}.$$

ஒருவர் OLSஐ (5.18) பின்னுக்குத் தள்ளலாம்

மற்றும். மாற்றப்பட்ட மாதிரியின் ஒரு முக்கிய அம்சம் என்னவென்றால், அதற்கு இடைமறிப்பு சொல் இல்லை. எனவே,  $\cdot 0$  மற்றும்  $\cdot 1$  ஐ மதிப்பிடுவதற்கு, "மூலம் பின்னடைவு" மாதிரியைப் பயன்படுத்த வேண்டும். ஹேவின் ரன் (5.17), ஒருவர் அசல் மாடலுக்குத் திரும்பலாம் (5.17) ஆல் பெருக்குவதன் மூலம்



$$\epsilon(U_i^2) = \sigma^2[\epsilon(Y_i)]^2$$

சமன்பாடு (5.18)  $U_i$  இன் மாறுபாடு  $Y$  இன் எதிர்பார்க்கப்படும் மதிப்பின் சதுரத்திற்கு விகிதாசாரமாக இருக்கும் என்று கூறுகிறது (படம் 5.5e ஐப் பார்க்கவும்). இப்போது

எனவே, அசல் சமன்பாட்டை பின்வருமாறு மாற்றினால்:

$$\begin{aligned} \frac{Y_i}{\epsilon(Y_i)} &= \frac{\beta_0}{\epsilon(Y_i)} + \beta_1 \frac{X_i}{\epsilon(Y_i)} + \frac{U_i}{\epsilon(Y_i)} \\ &= \beta_0 \left( \frac{1}{\epsilon(Y_i)} \right) + \beta_1 \frac{X_i}{\epsilon(Y_i)} + V_i \end{aligned}$$

இங்கே  $V_i = U_i / \epsilon(Y_i)$ , என்பதைக் காணலாம்  $V_i = U_i / \epsilon(Y_i) = \sigma^2$ , அதாவது, தொந்தரவுகள்  $V_i$  ஹோமோசெடாஸ்டிக் ஆகும். எனவே, இது பின்னடைவு (5.19) என்பது கிளாசிக்கல் லீனியர் பின்னடைவு மாதிரியின் ஹோமோசெடாஸ்டிக் அனுமானத்தை திருப்பிப்படுத்தும்.

உருமாற்றம் (5.19) இருப்பினும்,  $\epsilon(Y_i)$  சார்ந்திருப்பதால்,  $\beta_0$  and  $\beta_1$ , செயல்படவில்லை மீது மற்றும் தெரியாதவை. நிச்சயமாக, எங்களுக்குத் தெரியும்  $\hat{Y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_i$ , எது  $(Y)$  இன் மதிப்பீடு எனவே, நாம் இரண்டு படிகளில் தொடரலாம்: முதலில் நாம் இயக்குவோம் வழக்கமான OLS பின்னடைவு ஹீட்டோரோஸ்கெடாஸ்டிக் பிரச்சனையை புறக்கணித்து பெறுகிறது  $\hat{Y}$ .

பின்னர், மதிப்பிடப்பட்டதைப் பயன்படுத்தி  $\hat{Y}_i$ , நாங்கள் எங்கள் மாதிரியை

$$\frac{Y_i}{\hat{Y}_i} = \beta_0 \left( \frac{1}{\hat{Y}_i} \right) + \beta_1 \left( \frac{X_i}{\hat{Y}_i} \right) + V_i$$

பின்வருமாறு மாற்றுகிறோம்:

$V_i = (\mu_i + \hat{Y}_i)$ . படி 2 இல், நாம் பின்னடைவை இயக்குகிறோம் (5.20).

இருந்தாலும்  $\hat{Y}$  சரியாக இல்லை  $\epsilon(Y_i)$  அவை நிலையான மதிப்பீட்டாளர்கள்; அதாவது, மாதிரி அளவு காலவரையின்றி அதிகரிக்கும் போது, அவை

உண்மை  $\epsilon(Y_i)$  க்கு ஒன்றிணைகின்றன. எனவே, மாதிரி அளவு நியாயமான அளவில் பெரியதாக இருந்தால், மாற்றம் () நடைமுறையில் செய்யும்.

**அனுமானம் 4 பதிவு மாற்றம்:** என்றால், பின்னடைவை இயக்குவதற்குப் பதிலாக

குறிப்பு

## குறிப்பு

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \mu_i, \text{ we run}$$

$$\ln Y_i = \beta_0 + \beta_1 \ln X_i + \mu_i$$

மிக பெரும்பாலும் இது பன்முகத்தன்மையைக் குறைக்கிறது. ஏனென்றால், பதிவு மாற்றம் என்பது மாறிகள் அளவிடப்படும் அளவுகளை சுருக்கி, அதன் மூலம் இரண்டு மதிப்புகளுக்கு இடையே உள்ள பத்து மடங்கு வித்தியாசத்தை இருமடங்கு வேறுபாடாகக் குறைக்கிறது. எனவே, எண் 80 என்பது 10 மடங்கு, எண் 8, ஆனால் 80 இல் (=4.3820) 8 இல் இரு மடங்கு பெரியது (=2.0794)

பதிவு மாற்றத்தின் கூடுதல் நன்மைகள் சாய்வு குணகம்  $\cdot 1$  X ஐப் பொறுத்து Y இன் நெகிழ்ச்சித்தன்மையை அளவிடுகிறது, அதாவது, X இல் ஒரு சதவீத மாற்றத்திற்கான Y இன் சதவீத மாற்றம். எடுத்துக்காட்டாக, Y என்பது நுகர்வு மற்றும் X என்பது வருமானம் என்றால் இல் (5.21) வருமான நெகிழ்ச்சித்தன்மையை அளவிடும், அசல் மாதிரியில்  $\cdot$  வருமானத்தில் ஒரு யூனிட் மாற்றத்திற்கான சராசரி நுகர்வு மாற்ற விகிதத்தை மட்டுமே அளவிடுகிறது.

அனுபவவியல் பொருளாதார அளவீடுகளில் பதிவு மாதிரிகள் மிகவும் பிரபலமாக இருப்பதற்கு இது ஒரு காரணம். தீர்வு நடவடிக்கைகள் பற்றிய எங்கள் விவாதத்தை முடிக்க, முன்னர் விவாதிக்கப்பட்ட அனைத்து மாற்றங்களும் தற்காலிகமானவை என்பதை மீண்டும் வலியுறுத்த வேண்டும்; நாங்கள் இருக்கிறோம். அடிப்படையில் அதன் தன்மை பற்றி ஊகிக்கப்படுகிறது 2 . மாற்றங்களில் எது முன்னர் விவாதிக்கப்பட்ட வேலை பிரச்சனையின் தன்மை மற்றும் பன்முகத்தன்மையின் தீவிரத்தை சார்ந்தது. நாங்கள் கருத்தில் கொண்ட மாற்றங்களில் சில கூடுதல் சிக்கல்கள் உள்ளன. எடுத்துக்காட்டாக, நாம் இரண்டு-மாறி மாதிரியைத் தாண்டிச் செல்லும்போது, தரவை மாற்றுவதற்கு X மாறிகளில் எது தேர்ந்தெடுக்கப்பட வேண்டும் என்பது நமக்குத் தெரியாது. பின்னர் போலியான தொடர்பு பிரச்சனை உள்ளது. இந்த சொல், கார்ல் பியர்சன் காரணமாக, அசல் மாறிகள் இருந்தாலும், மாறிகளின் விகிதங்களுக்கு இடையே தொடர்பு இருப்பதைக் குறிக்கிறது.

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \mu_i, Y_i$$

தொடர்பற்ற அல்லது சீரற்ற. இவ்வாறு, மாதிரியில்  $Y_i$

தொடர்பு கொள்ளக்கூடாது; ஆனால் மாற்றப்பட்ட மாதிரியில் பெரும்பாலும் தொடர்புள்ளதாகக் காணப்படுகின்றன.

$$Y_i / X_i = \beta_0 (1 / X_i) + \beta_1 + V_i, Y_i / X_i$$

எனவே, எகனாமெட்ரிக் ஆய்வுகளில் பொதுவாகப் பயன்படுத்தப்படும் மாற்றங்களுடன் தொடர்புடைய சில சிக்கல்களைப் பற்றி வாசகர் அறிந்திருக்க வேண்டும்.

## 5.5 தொடர் தொடர்புகள்

பொருளாதார அளவியலில், குறிப்பிட்ட கால இடைவெளியில் ஒரே மாறியின் அவதானிப்புகளுக்கு இடையிலான உறவை விவரிக்க தொடர் தொடர்பு பயன்படுத்தப்படுகிறது. ஒரு மாறியின் தொடர் தொடர்பு பூஜ்ஜியமாக அளவிடப்பட்டால், எந்த தொடர்பும் இல்லை, மேலும் ஒவ்வொரு அவதானிப்புகளும் ஒன்றையொன்று சுயாதீனமாக இருக்கும். எனவே, ஒரு மாறி மற்றும் அதன் பின்தங்கிய பதிப்பு ஒன்றுடன் ஒன்று

## குறிப்பு

தொடர்புபடுத்தப்படுவதைக் காணும் போது, ஒரு நேரத் தொடரில் தொடர் தொடர்பு நிகழ்கிறது. இருப்பினும், "தொடர் தொடர்பு" அல்லது வெறுமனே "தானியங்கி தொடர்பு" என்பது எந்த மாறியின் தொடர்பையும் விவரிக்கப் பயன்படுத்தப்படலாம், ஆனால் பாரம்பரிய பொருளாதாரத்தில், இது ஒரு குறிப்பிட்ட மாறி அல்லது நேரத் தொடரைக் குறிக்கும்: பின்னடைவு மாதிரியின் பிழைகள்.

பொருளாதார அளவியல் மற்றும் புள்ளியியல் ஆகியவற்றில், உண்மையான அல்லது சிக்கலான சீரற்ற செயல்முறையின் தன்னியக்க தொடர்பு என்பது இரண்டு நேரங்கள் அல்லது கால தாமதத்தின் செயல்பாடாக வெவ்வேறு நேரங்களில் செயல்முறையின் மதிப்புகளுக்கு

இடையேயான பியர்சன் தொடர்பு ஆகும். விடு  $\{X_t\}$  ஒரு சீரற்ற செயல்முறையாகவும், எந்த நேரப் புள்ளியாகவும் இருக்கலாம் (தனிப்பட்ட நேரச் செயல்முறைக்கான முழு எண்ணாக இருக்கலாம் அல்லது தொடர்ச்சியான நேரச் செயல்பாட்டிற்கான உண்மையான எண்ணாக

இருக்கலாம்). பிறகு  $\{X_t\}$  என்பது குறிப்பிட்ட நேரத்தில் செயல்பாட்டின் மூலம் உருவாக்கப்பட்ட மதிப்பு (அல்லது உணர்தல்) ஆகும்  $t$ -செயல்முறை அர்த்தம் என்று வைத்துக்கொள்வோம். மற்றும் மாறுபாடு  $\cdot 2$  நேரத்தில்  $t$ , அல்லது ஒவ்வொன்றும்  $t$ . பின்னர் வரையறை

$$R_{XX}(t_1, t_2) = E[X_{t_1} \bar{X}_{t_2}]$$

நேரங்களுக்கிடையேயான தன்னியக்க தொடர்பு செயல்பாடு  $t_1$  மற்றும்  $t_2$  இருக்கிறது:

எதிர்பார்க்கப்படும் மதிப்பு ஆபரேட்டர் மற்றும் பட்டை இருக்கும் இடத்தில் சிக்கலான ஒருங்கிணைப்பைக் குறிக்கிறது. எதிர்பார்ப்பு சரியாக வரையறுக்கப்படாமல் இருக்கலாம் என்பதை நினைவில் கொள்ளவும். பெருக்கத்திற்கு முன் சராசரியைக் கழிப்பது நேரங்களுக்கிடையில் தன்னியக்க-கோவாரியன்ஸ் செயல்பாட்டை அளிக்கிறது  $t_1$  மற்றும்  $t_2$

$$K_{XX}(t_1, t_2) = E[(X_{t_1} - \mu_{t_1})(X_{t_2} - \mu_{t_2})] = E[X_{t_1} \bar{X}_{t_2}] - \mu_{t_1} \mu_{t_2}$$

எல்லா நேரத் தொடர்கள் அல்லது செயல்முறைகளுக்கு இந்த வெளிப்பாடு சரியாக வரையறுக்கப்படவில்லை என்பதை நினைவில் கொள்ளவும், ஏனெனில் சராசரி இல்லாமல் இருக்கலாம் அல்லது மாறுபாடு பூஜ்ஜியமாக இருக்கலாம் (ஒரு நிலையான செயல்முறைக்கு) அல்லது எல்லையற்றதாக இருக்கலாம் (நன்கு நடந்துகொள்ளும் தருணங்கள் இல்லாத விநியோகத்துடன் கூடிய செயல்முறைகளுக்கு, சில வகையான அதிகாரச் சட்டங்களாக).

**வைட் சென்ஸ் ஸ்டேஷனரி ஸ்டோகாஸ்டிக் செயல்முறைக்கான வரையறை**

என்றால்  $\{X_t\}$  என்பது சராசரி  $\cdot$  ஐ விட பரந்த-அறிவு நிலையான செயல்முறை ஆகும் மற்றும் மாறுபாடு  $\cdot 2$  நேர-சுயாதீனமானவை, மேலும் தன்னியக்க ஒருங்கிணைப்பு செயல்பாடு இடையிலுள்ள பின்னடைவை மட்டுமே சார்ந்துள்ளது  $t_1$  மற்றும்  $t_2$ : தன்னியக்க ஒருங்கிணைப்பு மதிப்புகளின் ஜோடிக்கு இடையேயான நேர-தூரத்தை மட்டுமே சார்ந்துள்ளது, ஆனால் அவை நேரத்தின் நிலையைப் பொறுத்தது அல்ல. தன்னியக்க இணைவு

## குறிப்பு

மற்றும் தன்னியக்க தொடர்பு ஆகியவை நேர-பின்னடைவின் செயல்பாடாக வெளிப்படுத்தப்படலாம், மேலும் இது பின்னடைவின் சீரான செயல்பாடாக இருக்கும் என்பதையும் இது மேலும் குறிக்கிறது.  $\tau = t - t$ . இது கொடுக்கிறது

$$R_{XX}(\tau) = E[X_t \bar{X}_{t+\tau}]$$

தன்னியக்க தொடர்பு செயல்பாட்டிற்கான மிகவும் பழக்கமான வடிவங்கள் மற்றும் தன்னியக்க இணைவு செயல்பாடு:

$$K_{XX}(\tau) = E[(X_t - \mu)(\bar{X}_{t+\tau} - \mu)] = E[X_t \bar{X}_{t+\tau}] - \mu\bar{\mu}$$

நேரத் தொடர் தரவைப் பயன்படுத்தி பின்னடைவு பகுப்பாய்வில், ஆர்வத்தின் மாறியில் தன்னியக்க தொடர்பு பொதுவாக ஒரு ஆட்டோ ரிக்ரெசிவ் மாடல் (AR), நகரும் சராசரி மாதிரி (MA), அவற்றின் சேர்க்கை ஒரு தன்னியக்க-மூவிங்-சராசரி மாதிரி (ARMA) அல்லது நீட்டிப்பு ஆகியவற்றுடன் வடிவமைக்கப்பட்டுள்ளது. பிந்தையது ஆட்டோ ரிக்ரெசிவ் இன்டகிரேட்டட் மூவிங் ஆவரேஜ் மாடல் (அரிமா) என்று அழைக்கப்படுகிறது. பல ஒன்றோடொன்று தொடர்புடைய தரவுத் தொடர்களுடன், வெக்டர் ஆட்டோ ரிக்ரஷன் (VAR) அல்லது அதன் நீட்டிப்புகள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன.

ஆர்டினரி லீஸ்ட் ஸ்கொயர்களில் (OLS), பின்னடைவு எச்சங்களின் தன்னியக்க தொடர்பு உள்ளதா என்பதை நிறுவுவதன் மூலம் ஒரு மாதிரி விவரக்குறிப்பின் போதுமான தன்மையை ஓரளவு சரிபார்க்கலாம். கவனிக்கப்படாத பிழைகளின் சிக்கலான தன்னியக்க தொடர்பு பொதுவாக கண்டறியப்படலாம், ஏனெனில் இது கவனிக்கக்கூடிய எச்சங்களில் தன்னியக்க தொடர்புகளை உருவாக்குகிறது. (எகனாமெட்ரிக்ஸில் பிழைகள் "பிழை விதிமுறைகள்" என்றும் அழைக்கப்படுகின்றன.) பிழைகளின் தன்னியக்கத் தொடர்பாடானது பிழைச் சொற்கள் ஒன்றோடொன்று தொடர்பில்லாதவை என்ற சாதாரண குறைந்தபட்ச சதுரங்கள் அனுமானத்தை மீறுகிறது, அதாவது காஸ் மார்கோவ் தேற்றம் பொருந்தாது, மேலும் OLS மதிப்பீட்டாளர்கள் சிறந்த நேரியல் சார்பற்ற மதிப்பீட்டாளர்களாக (நீலம்) இருப்பதில்லை. இது OLS குணக மதிப்பீடுகளை சார்புடையதாக இல்லை என்றாலும், குறைந்த பின்னடைவுகளில் உள்ள பிழைகளின் தன்னியக்க தொடர்புகள் நேர்மறையாக இருக்கும்போது நிலையான பிழைகள் குறைத்து மதிப்பிடப்படுகின்றன (மற்றும்  $t$ -மதிப்பெண்கள் மிகையாக மதிப்பிடப்படுகின்றன).

பூஜ்ஜியமற்ற தன்னியக்க தொடர்புக்கான பதில்களில் பொதுமைப்படுத்தப்பட்ட குறைந்தபட்ச சதுரங்கள் மற்றும் நியூவி-மேற்கு HAC மதிப்பீட்டாளர் (ஹீட்டோரோஸ்கெடாஸ்டிசிட்டி மற்றும் தன்னியக்க தொடர்பு நிலையானது) ஆகியவை அடங்கும். டைனமிக் லைட் சிதறல் தரவை பகுப்பாய்வு செய்ய தன்னியக்க தொடர்பு பயன்படுத்தப்படுகிறது, இது ஒரு திரவத்தில் இடைநிறுத்தப்பட்ட நானோமீட்டர் அளவிலான துகள்கள் அல்லது மைக்கேல்களின் துகள் அளவு விநியோகத்தை தீர்மானிக்க உதவுகிறது. கலவையில் பிரகாசிக்கும் அலசர் துகள்களின் இயக்கத்தின் விளைவாக ஒரு புள்ளி வடிவத்தை உருவாக்குகிறது. சிக்னலின் தன்னியக்க தொடர்பு துகள்களின் பரவலின் அடிப்படையில் பகுப்பாய்வு செய்யப்படலாம். இதிலிருந்து, திரவத்தின் பாகுத்தன்மையை அறிந்து, துகள்களின் அளவைக் கணக்கிடலாம்.

## குறிப்பு

### உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சரிபார்க்கவும்

1. கிளாசிக்கல் அனுமானங்களின் விளைவுகளின் மீறல்களை விளக்குங்கள்.
2. மல்டிகோலினியரிட்டி என்ற சொல்லை வரையறுக்கவும்.
3. மல்டிகோலினியரிட்டியின் விளைவுகளை விளக்கவும்.
4. கண்டறியும் மல்டிகோலினியரிட்டியைக் கூறவும்.
5. மல்டிகோலினியரிட்டிக்கான தீர்வுகளை விளக்கவும்.
6. பன்முகத்தன்மையை விரிவாகக் கூறுங்கள்.
7. பன்முகத்தன்மையைக் கண்டறிவதை விளக்கவும்.
8. பார்க் சோதனையை வரையறுக்கவும்.
9. க்ளெஜ்சர் சோதனை மூலம் நீங்கள் என்ன புரிந்துகொள்கிறீர்கள்?
10. ஸ்பியர்மேனின் தரவரிசை தொடர்பு சோதனை விளக்கவும்.

### 5.6 உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சரிபார்க்கும் கேள்விகளின் பதில்கள்

1. OLS நுட்பத்தைப் பயன்படுத்துவதற்கு நேரியல் பின்னடைவு மாதிரியை இயக்கக்கூடிய பல்வேறு கட்டமைப்புகள் உள்ளன. இந்த அமைப்புகள் ஒவ்வொன்றும் ஒரே மாதிரியான சூத்திரங்களையும் அதே முடிவுகளையும் உருவாக்குகின்றன. ஒரே வித்தியாசம் என்னவென்றால், இந்த முறை அர்த்தமுள்ள முடிவுகளைத் தருவதற்கு திணிக்கப்பட வேண்டிய விளக்கம் மற்றும் அனுமானங்கள்.
2. மல்டிகோலினியரிட்டி என்பது பல பின்னடைவு மாதிரியில், இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட எண்ணிக்கையிலான முன்கணிப்பு மாறிகள் மாறிகள் மிகவும் தொடர்புள்ள நிகழ்வைக் குறிக்கிறது. ஒருவரை மற்றவற்றிலிருந்து அதிக அளவு துல்லியத்துடன் நேர்கோட்டில் கணிக்க முடியும் என்பதை இது குறிக்கிறது.
3. மேட்ரிக்ஸ்  $X' T X$  இருந்தபோதிலும், உயர் மட்ட மல்டிகோலினியரிட்டியின் விளைவு தலைகீழாக இருப்பதால், தோராயமான தலைகீழ் பெறுவதில் கணினி அல்காரிதம் வெற்றியடையாமல் போகலாம், மேலும் அது அல்காரிதம் மூலம் பெறப்பட்டால், அது எண்ணியல் துல்லியம் இல்லாமல் இருக்கலாம். ஆயினும்கூட,  $X' T X$  மேட்ரிக்ஸ் துல்லியமானது, பல விளைவுகளுக்கு வாய்ப்பு உள்ளது.
4. மல்டிகோலினியரிட்டிக்கு முறையான கண்டறிதல்-சகிப்புத்தன்மை அல்லது மாறுபாடு பணவீக்க காரணி (VIF) இருப்பதாக பரிந்துரைக்கப்படுகிறது:

$$\text{tolerance} = 1 - R_j^2, \quad \text{VIF} = \frac{1}{\text{tolerance}}$$

5. போலி மாறி பொறியிலிருந்து விலகி இருங்கள்; ஒவ்வொரு வகைக்கும் ஒரு போலி மாறியை உள்ளடக்கியது மற்றும் பின்னடைவில் ஒரு நிலையான காலத்தை உள்ளடக்கியது சரியான மல்டிகோலினியரிட்டியை உறுதி செய்யும்.
6. 'ஹீட்டோரோஸ்கெடாஸ்டிசிட்டி' என்ற வார்த்தை கிரேக்க மொழியில் இருந்து வந்தது, மேலும் வேறுவிதமான (ஹீட்டோரோ) சிதறல் (ஸ்கேடாசிஸ்) கொண்ட தரவு என்று பொருள்படும். எளிமையான

## குறிப்பு

சொற்களில், ஹீட்டோரோஸ்கெடாஸ்டிசிட்டி என்பது ஹோமோசெடாஸ்டிக் இல்லாத தரவுகளின் தொகுப்பாகும். மேலும் தொழில்நுட்ப ரீதியாக, இது இரண்டாவது, பிரிஃபிக்டர் மாறிகளின் தொகுப்பில் உள்ள சமமற்ற மாறுபாடு (ஸ்கால்டர்) கொண்ட தரவைக் குறிக்கிறது.

7. முக்கியமான நடைமுறை கேள்வி: ஒரு குறிப்பிட்ட சூழ்நிலையில் பன்முகத்தன்மை இருப்பதை ஒருவர் எப்படி அறிவார்? பன்முகத்தன்மையைக் கண்டறிவதற்கான கடினமான மற்றும் வேகமான விதிகள் எதுவும் இல்லை, சில கட்டைவிரல் விதிகள் மட்டுமே. ஆனால் இது தவிர்க்க முடியாதது ஏனெனில்  $\sigma^2$  தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட  $X$  களுடன் தொடர்புடைய முழு மக்கள்தொகையும் நம்மிடம் இருந்தால் மட்டுமே அறிய முடியும்.
8. பார்க்  $\sigma^2_i$  என்று பரிந்துரைப்பதன் மூலம் வரைகலை முறையை முறைப்படுத்துகிறது விளக்க மாறிகள்  $X_i$  இன் சில செயல்பாடு ஆகும்.

அவர் பரிந்துரைத்த செயல்பாட்டு வடிவம்  $\sigma_i^2 = \sigma^2 X_i^{\beta} e^{\epsilon_i}$  அல்லது  $\sigma^2_i$

$$\sigma_i^2 = \ln \sigma^2 + \beta \ln X_i$$

இல் = இல்,  $V$  என்பது ஸ்டோகாஸ்டிக் இடையூறு சொல்.

9. க்ளெஜ்சர் சோதனையானது பார்க் சோதனையைப் போன்றது. எஞ்சியவற்றைப் பெற்ற பிறகு  $e_i$  OLS பின்னடைவில் இருந்து, க்ளெஜ்சர்  $e_i$ ,  $|e_i| \leq \sigma^2$  உடன் நெருக்கமாக தொடர்புடையதாகக் கருதப்படும்  $X$  மாறியில்.
10. ஸ்பியர்மேனின் தரவரிசை தொடர்பு குணகம் என வரையறுக்கப்படுகிறது

$$r_s = 1 - 6 \left[ \frac{\sum d_i^2}{N(N^2 - 1)} \right]$$

## 5.7 தொகுப்பு

- OLS நுட்பத்தைப் பயன்படுத்துவதற்கு நேரியல் பின்னடைவு மாதிரியை இயக்கக்கூடிய பல்வேறு கட்டமைப்புகள் உள்ளன. இந்த அமைப்புகள் ஒவ்வொன்றும் ஒரே மாதிரியான சூத்திரங்களையும் அதே முடிவுகளையும் உருவாக்குகின்றன.
- ஒரே வித்தியாசம் என்னவென்றால், இந்த முறை அர்த்தமுள்ள முடிவுகளைத் தருவதற்கு திணிக்கப்பட வேண்டிய விளக்கம் மற்றும் அனுமானங்கள். பொருந்தக்கூடிய கட்டமைப்பின் தேர்வு பெரும்பாலும் கையில் உள்ள தரவின் தன்மை மற்றும் செய்ய வேண்டிய அனுமானப் பணியைப் பொறுத்தது.
- கிளாசிக்கல் மாதிரியானது "முடிவு மாதிரி" மதிப்பீடு மற்றும் அனுமானத்தின் மீது கவனம் செலுத்துகிறது, அதாவது அவதானிப்புகளின் எண்ணிக்கை  $n$  நிலையானது. இது மற்ற அணுகுமுறைகளுடன் முரண்படுகிறது, இது OLS இன் அறிகுறியற்ற நடத்தையைப் படிக்கிறது, மேலும் அவதானிப்புகளின் எண்ணிக்கை முடிவிலிக்கு வளர அனுமதிக்கப்படுகிறது.
- OLS கோட்பாட்டிற்கு வெளிப்புற அனுமானம் முக்கியமானது. அது வைத்திருந்தால், பின்னடைவு மாறிகள் வெளிப்புறமாக அழைக்கப்படுகின்றன. அது இல்லையென்றால், பிழைச் சொல்லுடன்

## குறிப்பு

- தொடர்புடைய பின்னடைவுகள் எண்டோஜெனஸ் என்று அழைக்கப்படுகின்றன, பின்னர் OLS மதிப்பீடுகள் செல்லாது.
- மல்டிகோலினரிட்டியின் உயர் பட்டத்தின் ஒரு விளைவு, அது மேட்ரிக்ஸாக இருந்தாலும் தலைகீழாக உள்ளது, தோராயமான தலைகீழ் பெறுவதில் கணினி அல்காரிதம் தோல்வியடையலாம், மேலும் அது ஒன்றைப் பெற்றால் அது எண்ணியல் ரீதியாக துல்லியமாக இருக்காது. ஆனால் துல்லியமான மேட்ரிக்ஸின் முன்னிலையில் கூட, பின்வரும் விளைவுகள் எழுகின்றன.
  - மல்டிகோலினியரிட்டி என்பது பல பின்னடைவு மாதிரியில், இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட எண்ணிக்கையிலான முன்கணிப்பு மாறிகள் மாறிகள் மிகவும் தொடர்புள்ள நிகழ்வைக் குறிக்கிறது. ஒருவரை மற்றவற்றிலிருந்து அதிக அளவு துல்லியத்துடன் நேர்கோட்டில் கணிக்க முடியும் என்பதை இது குறிக்கிறது.
  - மல்டிகோலினியரிட்டியின் உயர் மட்டத்தின் விளைவு

என்னவென்றால், மேட்ரிக்ஸ்  $X^T X$  இருந்தாலும் தலைகீழாக இருப்பதால், தோராயமான தலைகீழ் பெறுவதில் கணினி அல்காரிதம் வெற்றியடையாமல் போகலாம், மேலும் அது அல்காரிதம் மூலம் பெறப்பட்டால், அது எண்ணியல் துல்லியம்

இல்லாமல் இருக்கலாம். ஆயினும் கூட,  $X^T X$  மேட்ரிக்ஸ் துல்லியமானது, பல விளைவுகளுக்கு வாய்ப்பு உள்ளது.

- மல்டிகோலினியரிட்டிக்கு முறையான கண்டறிதல்-சுதிப்புத்தன்மை அல்லது மாறுபாடு பணவீக்க காரணி (VIF) இருப்பதாக பரிந்துரைக்கப்படுகிறது:

$$\text{tolerance} = 1 - R_j^2, \quad \text{VIF} = \frac{1}{\text{tolerance}}$$

- 'ஹீட்டோரோஸ்கெடாஸ்டிசிட்டி' என்ற வார்த்தை கிரேக்க மொழியில் இருந்து வந்தது, மேலும் வேறுவிதமான (ஹீட்டோரோ) சிதறல் (ஸ்கேடாசிஸ்) கொண்ட தரவு என்று பொருள்படும். எளிமையான சொற்களில், ஹீட்டோரோஸ்கெடாஸ்டிசிட்டி என்பது ஹோமோசெடாஸ்டிக் இல்லாத தரவுகளின் தொகுப்பாகும். மேலும் தொழில்நுட்ப ரீதியாக, இது இரண்டாவது, பிரிஃபிக்டர் மாறிகளின் தொகுப்பில் உள்ள சமமற்ற மாறுபாடு (ஸ்கால்டர்) கொண்ட தரவைக் குறிக்கிறது.
- பார்க்  $\sigma^2$  என்று பரிந்துரைப்பதன் மூலம் வரைகலை முறையை முறைப்படுத்துகிறது விளக்க மாறிகள்  $X_i$  இன் சில செயல்பாடு ஆகும். அவர் பரிந்துரைத்த செயல்பாட்டு வடிவம்  $\sigma^2 = \sigma^2$  எக்ஸ்  $\beta$  இ  $v_i$  அல்லது  $\sigma^2$  இல்  $\sigma^2 + \beta \ln X_i + V_i$  இல் இல்,  $V_i$  என்பது ஸ்டோகாஸ்டிக் இடையூறு சொல்.

$$\sigma_i^2 = \sigma^2 X_i^{\beta} e^{v_i}$$

- க்ளெஜ்சர் சோதனையானது பார்க் சோதனையைப் போன்றது. எஞ்சியவற்றைப் பெற்ற பிறகு  $e_i$  OLS பின்னடைவில் இருந்து,

க்ளெஜ்சர்  $\sigma_i^2$ ,  $e_i$ ,  $|e_i|$  உடன் நெருக்கமாக தொடர்புடையதாகக் கருதப்படும்  $X$  மாறியில்.



## குறிப்பு

- ஸ்பியர்மேனின் தரவரிசை தொடர்பு குணகம் என வரையறுக்கப்படுகிறது

$$r_s = 1 - 6 \left[ \frac{\sum d_i^2}{N(N^2 - 1)} \right]$$

- பொருளாதார அளவியலில், குறிப்பிட்ட கால இடைவெளியில் ஒரே மாறியின் அவதானிப்புகளுக்கு இடையிலான உறவை விவரிக்க தொடர் தொடர்பு பயன்படுத்தப்படுகிறது. ஒரு மாறியின் தொடர் தொடர்பு பூஜ்ஜியமாக அளவிடப்பட்டால், எந்த தொடர்பும் இல்லை, மேலும் ஒவ்வொரு அவதானிப்புகளும் ஒன்றையொன்று சுயாதீனமாக இருக்கும்.
- பொருளாதார அளவியல் மற்றும் புள்ளியியல் ஆகியவற்றில், உண்மையான அல்லது சிக்கலான சீரற்ற செயல்முறையின் தன்னியக்க தொடர்பு என்பது இரண்டு நேரங்கள் அல்லது கால தாமதத்தின் செயல்பாடாக வெவ்வேறு நேரங்களில் செயல்முறையின் மதிப்புகளுக்கு இடையேயான பியர்சன் தொடர்பு ஆகும். ஆர்டினரி லீஸ்ட் ஸ்கொயர்களில் (OLS), பின்னடைவு எச்சங்களின் தன்னியக்க தொடர்பு உள்ளதா என்பதை நிறுவுவதன் மூலம் ஒரு மாதிரி விவரக்குறிப்பின் போதுமான தன்மையை ஓரளவு சரிபார்க்கலாம். கவனிக்கப்படாத பிழைகளின் சிக்கலான தன்னியக்க தொடர்பு பொதுவாக கண்டறியப்படலாம், ஏனெனில் இது கவனிக்கக்கூடிய எச்சங்களில் தன்னியக்க தொடர்புகளை உருவாக்குகிறது.

## 5.8 முக்கிய வார்த்தைகள்

- **கிளாசிக்கல் மாதிரி:** கிளாசிக்கல் மாதிரியானது "முடிவு மாதிரி" மதிப்பீடு மற்றும் அனுமானத்தின் மீது கவனம் செலுத்துகிறது, அதாவது அவதானிப்புகளின் எண்ணிக்கை  $n$  நிலையானது.
- **புறநிலை அனுமானம்:** OLS கோட்பாட்டிற்கு வெளிப்புற அனுமானம் முக்கியமானது. அது வைத்திருந்தால், பின்னடைவு மாறிகள் வெளிப்புறமாக அழைக்கப்படுகின்றன.
- **கோலினியர் மாறிகள்:** கோலினியர் மாறிகள் சார்பு மாறியைப் பற்றிய அதே தகவலைக் கொண்டிருக்கும். பெயரளவிலான "வெவ்வேறு" நடவடிக்கைகள் உண்மையில் அதே நிகழ்வை அளவிட்டால், அவை தேவையற்றவை.
- **பன்முகத்தன்மை:** மல்டிகோலினியரிட்டி என்பது பல பின்னடைவு மாதிரியில், இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட எண்ணிக்கையிலான முன்கணிப்பு மாறிகள் மாறிகள் மிகவும் தொடர்புள்ள நிகழ்வைக் குறிக்கிறது.
- **பன்முகத்தன்மை:** 'ஹீட்டோரோஸ்கெடாஸ்டிசிட்டி' என்ற வார்த்தை கிரேக்க மொழியில் இருந்து வந்தது, மேலும் வேறுவிதமான (ஹீட்டோரோ) சிதறல் (ஸ்கேடாசிஸ்) கொண்ட தரவு என்று பொருள்படும். எளிமையான சொற்களில் ஹீட்டோரோஸ்கெடாஸ்டிசிட்டி என்பது ஹோமோஸெடாஸ்டிக் இல்லாத தரவுகளின் தொகுப்பாகும். மேலும் தொழில்நுட்ப ரீதியாக, இது இரண்டாவது, பிரிஃபிக்டர் மாறிகளின் தொகுப்பில் உள்ள சமமற்ற மாறுபாடு (ஸ்கால்டர்) கொண்ட தரவைக் குறிக்கிறது.



## குறிப்பு

- **Glejser சோதனை:** க்ளெஜ்சர் சோதனையானது பார்க் சோதனைக்கு ஒத்ததாகும். எஞ்சியவற்றைப் பெற்ற பிறகு  $e_i$  OLS பின்னடைவிலிருந்து, க்ளெஜ்சர்  $e$  இன் முழுமையான மதிப்புகளைத் திரும்பப் பெற பரிந்துரைக்கிறார்  $i$ ,  $|e_i| \propto 2$  உடன் நெருக்கமாக தொடர்புடையதாகக் கருதப்படும்  $X$  மாறியில்.
- **தொடர் தொடர்பு:** குறிப்பிட்ட கால இடைவெளியில் ஒரே மாறியின் அவதானிப்புகளுக்கு இடையிலான உறவை விவரிக்க தொடர் தொடர்பு பயன்படுத்தப்படுகிறது. ஒரு மாறியின் தொடர் தொடர்பு பூஜ்ஜியமாக அளவிடப்பட்டால், எந்த தொடர்பும் இல்லை, மேலும் ஒவ்வொரு அவதானிப்புகளும் ஒன்றையொன்று சுயாதீனமாக இருக்கும்.

## 5.9 சுய மதிப்பீட்டு கேள்விகள் மற்றும் பயிற்சிகள்

### குறுகிய பதில் கேள்விகள்

1. கிளாசிக்கல் அனுமானங்களின் விளைவுகளின் மீறல்களை வரையறுக்கவும்.
2. மல்டிகோலினியரிட்டி என்ற சொல்லை விளக்குக.
3. மல்டிகோலினியரிட்டியின் விளைவுகளை விளக்குங்கள்.
4. கண்டறியும் மல்டிகோலினியரிட்டியைக் குறிப்பிடவும்.
5. மல்டிகோலினியரிட்டிக்கான தீர்வுகளை விளக்கவும்.
6. பன்முகத்தன்மையால் நீங்கள் என்ன புரிந்துகொள்கிறீர்கள்?
7. பன்முகத்தன்மையைக் கண்டறிவதை வரையறுக்கவும்.
8. பார்க் சோதனையை விளக்குங்கள்.
9. Glejser சோதனையை விரிவாகக் கூறுங்கள்.
10. ஸ்பியர்மேனின் தரவரிசை தொடர்பு சோதனையைக் குறிப்பிடவும்.

### நீண்ட பதில் கேள்விகள்

1. எடுத்துக்காட்டுகளின் உதவியுடன் கிளாசிக்கல் அனுமானங்களின் விளைவுகளின் மீறல்களை சுருக்கமாக வரையறுக்கவும்.
2. பன்முகத்தன்மையைப் பற்றி விவாதிக்கவும். மல்டிகோலினியரிட்டியின் விளைவுகளை விளக்குங்கள்.
3. மல்டிகோலினியரிட்டிக்கான கண்டறிதல் மற்றும் தீர்வுகளை விளக்குங்கள்.
4. பன்முகத்தன்மையை விவரிக்கவும். பன்முகத்தன்மையைக் கண்டறிதல் என்பதன் மூலம் நீங்கள் என்ன சொல்கிறீர்கள்? பொருத்தமான உதாரணங்களைக் கொடுங்கள்.
5. பார்க் மற்றும் க்ளெஜ்சர் சோதனையை பகுப்பாய்வு செய்யுங்கள்.
6. ஸ்பியர்மேனின் தரவரிசை தொடர்பு சோதனை பற்றி விரிவாகக் கூறுங்கள்.

குறிப்பு

Johnston, J. and John DiNARDO. 1997. *Econometric Methods*, Fourth Edition. New Delhi: Tata McGraw-Hill.

Koutsoyiannis, A. I 1977. *Theo,y of Econometrics*, Second Edition. London: The Macmillan Press Ltd.

Ozdemir, Durmu, 2016. *Applied Statistics for Economics and Business*, Second Edition. Izmir (Thrkey): Springer.

Maddala, G.S. 1992. *Introduction to Econometrics*, Second Edition. New York: Macmillan Publishing Cornpany.

Pindyck, R. S and D. L. Rubinfeld. 1998. *Econometric Models and Economic Forecasts*, Fourth Edition. New York: McGraw Hill.

Goldberger, A. S. 1998. *Introductory Econometrics*. Cambridge: Harvard University Press.

Levirie, David M., Timothy C. Krehbiei, Mark L Berenson and P. K. Viswanathan. 2009. *Business Statist.*, Fifth Edition. New Delhi: Pearson Education.

Webster, Allen L. 1998. *Applied Statistics for Business and Economics*, Third Edition. New Delhi: Tata McGraw-Hill.

## அலகு 6

### விவரக்குறிப்பு பகுப்பாய்வு

#### குறிப்பு

#### கட்டமைப்பு

- 6.0 முன்னுரை
- 6.1 நோக்கங்கள்
- 6.2 விவரக்குறிப்பு பகுப்பாய்வின் அடிப்படை கருத்து
- 6.3 தொடர்புடைய மாறியின் புறக்கணிப்பு
- 6.4 பொருத்தமற்ற மாறியைச் சேர்த்தல்
- 6.5 விவரக்குறிப்பு பிழைகளின் சோதனை
- 6.6 உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சரிபார்க்கும் கேள்விகளின் பதில்கள்
- 6.7 சுருக்கத் தொகுப்பு
- 6.8 முக்கிய வார்த்தைகள்
- 6.9 சுய மதிப்பீட்டு கேள்விகள் மற்றும் பயிற்சிகள்
- 6.10 மேலும் படிக்க

#### 6.0 அறிமுகம்

பொருளாதார அளவீடுகளில் விவரக்குறிப்பு பகுப்பாய்வு முக்கிய பங்கு வகிக்கிறது. மாதிரி விவரக்குறிப்பு என்பது புள்ளிவிவர மாதிரியை உருவாக்கும் செயல்முறையின் ஒரு பகுதியாகும்: விவரக்குறிப்பு என்பது மாதிரிக்கு பொருத்தமான செயல்பாட்டு படிவத்தைத் தேர்ந்தெடுப்பது மற்றும் எந்த மாறிகளை சேர்க்க வேண்டும் என்பதைத் தேர்ந்தெடுப்பது. உதாரணமாக, கொடுக்கப்பட்ட தனிப்பட்ட வருமானம் பல வருடங்கள் பள்ளிப்படிப்பு மற்றும் வேலையில் இருக்கும் அனுபவத்துடன், ஒரு செயல்பாட்டு உறவைக் குறிப்பிடலாம்.

$$y = f(s, x) \quad \text{பின்வருமாறு} \quad y = \ln y_0 + \rho s + \beta_1 x + \beta_2 x^2 + \varepsilon.$$

இங்கே சுயாதீனமான மற்றும் ஒரே மாதிரியாக விநியோகிக்கப்படும் காஸியன் மாறிகளை உள்ளடக்கியதாகக் கருதப்படும் விவரிக்கப்படாத பிழைச் சொல். புள்ளியியல் நிபுணரான சர் டேவிட் காக்ஸ், "பொருள் சார்ந்த பிரச்சனையிலிருந்து புள்ளியியல் மாதிரிக்கு எவ்வாறு மொழிபெயர்ப்பது என்பது ஒரு பகுப்பாய்வின் மிக முக்கியமான பகுதியாகும்" என்று கூறினார்?

செயல்பாட்டு வடிவம் அல்லது சுயாதீன மாறிகளின் தேர்வு உண்மையான தரவு உருவாக்கும் செயல்முறையின் தொடர்புடைய அம்சங்களை மோசமாக பிரதிநிதித்துவப்படுத்தும் போது விவரக்குறிப்பு பிழை ஏற்படுகிறது. குறிப்பாக, சார்பு (மதிப்பிடப்பட்ட அளவுருவின் வேறுபாட்டின் எதிர்பார்க்கப்படும் மதிப்பு மற்றும் உண்மையான அடிப்படை மதிப்பு) ஒரு சுயாதீன மாறியானது அடிப்படை செயல்பாட்டில் உள்ளார்ந்த பிழைகளுடன் தொடர்புபடுத்தப்பட்டால் ஏற்படுகிறது. விவரக்குறிப்பு பிழைக்கான பல்வேறு சாத்தியமான காரணங்கள் உள்ளன; சில

## குறிப்பு

பின்வருமாறு: ஒரு பொருத்தமற்ற செயல்பாட்டு வடிவம் பயன்படுத்தப்படலாம், மாதிரியில் இருந்து தவிர்க்கப்பட்ட ஒரு மாறியானது சார்பு மாறி மற்றும் ஒன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட சுயாதீன மாறிகள் (தவிர்க்கப்பட்ட-மாறி சார்புகளை ஏற்படுத்தும்) ஆகிய இரண்டுமும் உறவைக் கொண்டிருக்கலாம், பொருத்தமற்ற மாறி சேர்க்கப்படலாம் மாதிரி (இது சார்புநிலையை உருவாக்காவிட்டாலும், அது பொருத்துதலின் மீது ஈடுபடுத்துகிறது மற்றும் அதனால் மோசமான முன்கணிப்பு செயல்திறனுக்கு வழிவகுக்கும்), மற்றும் சார்பு மாறியானது ஒரே நேரத்தில் சமன்பாடுகளின் அமைப்பின் ஒரு பகுதியாக இருக்கலாம் (ஒரே நேரத்தில் சார்பு கொடுக்கும்).

டர்பின்-வு-ஹவுஸ்மேன் சோதனை (ஹவுஸ்மேன் விவரக்குறிப்பு சோதனை என்றும் அழைக்கப்படுகிறது) என்பது ஜேம்ஸ் டர்பின், டி-மின் வு மற்றும் ஜெர்ரி ஏ. ஹவுஸ்மேன் ஆகியோரின் பெயரிடப்பட்ட பொருளாதாரக் கணிதத்தில் ஒரு புள்ளிவிவர கருதுகோள் சோதனை ஆகும். ஏற்கனவே சீரானதாக அறியப்பட்ட மாற்று திறனுள்ள மதிப்பீட்டாளருடன் ஒப்பிடும்போது, மதிப்பீட்டாளரின் நிலைத்தன்மையை சோதனை மதிப்பிடுகிறது. ஒரு புள்ளிவிவர மாதிரியானது தரவுகளுடன் ஒத்துப்போகிறதா என்பதை மதிப்பிடுவதற்கு இது உதவுகிறது. ராம்சே பின்னடைவு சமன்பாடு விவரக்குறிப்பு பிழை சோதனை (RESET) சோதனையானது நேரியல் பின்னடைவு மாதிரிக்கான பொதுவான விவரக்குறிப்பு சோதனை ஆகும். மேலும் குறிப்பாக, பொருத்தப்பட்ட மதிப்புகளின் நேரியல் அல்லாத சேர்க்கைகள் பதில் மாறியை விளக்க உதவுகின்றனவா என்பதை இது சோதிக்கிறது. சோதனையின் பின்னணியில் உள்ள உள்ளுணர்வு என்னவென்றால், விளக்க மாறிகளின் நேரியல் அல்லாத சேர்க்கைகள் பதில் மாறியை விளக்குவதில் ஏதேனும் சக்தியைக் கொண்டிருந்தால், தரவு உருவாக்கும் செயல்முறையானது ஒரு பல்லுறுப்புக்கோவை அல்லது மற்றொரு நேரியல் அல்லாத செயல்பாட்டின் மூலம் சிறப்பாக தோராயமாக மதிப்பிடப்படலாம் என்ற பொருளில் மாதிரி தவறாகக் குறிப்பிடப்படுகிறது. வடிவம்.

இந்த யூனிட்டில், விவரக்குறிப்பு பகுப்பாய்வு, தொடர்புடைய மாறியை விடுவித்தல், பொருத்தமற்ற மாறியைச் சேர்ப்பது மற்றும் விவரக்குறிப்பு பிழைகளின் சோதனை பற்றி நீங்கள் படிப்பீர்கள்.

### 6.1 நோக்கங்கள்

இந்த அலகுக்குச் சென்ற பிறகு, உங்களால் முடியும்:

- விவரக்குறிப்பு பகுப்பாய்வை வரையறுக்கவும்
- தொடர்புடைய மாறியின் புறக்கணிப்பைப் புரிந்து கொள்ளுங்கள்
- பொருத்தமற்ற மாறியைச் சேர்ப்பதை விளக்குங்கள்
- விவரக்குறிப்பு பிழைகளின் சோதனையை பகுப்பாய்வு செய்யுங்கள்

### 6.2 விவரக்குறிப்பு பகுப்பாய்வின் அடிப்படை கருத்து

பொருளாதார அளவீட்டில், ஒரு நேரத்தில் ஒரு விவரக்குறிப்பின் செல்லுபடியை சரிபார்க்க விவரக்குறிப்பு சோதனைகள் முக்கிய பங்கு வகிக்கின்றன. இந்த சோதனைகளில் பெரும்பாலானவை மற்ற தவறான

## குறிப்பு

விவரக்குறிப்புகள் முன்னிலையில் பொதுவாக வலுவானவை அல்ல என்று கூறப்படுகிறது. இந்த சோதனைகள் தடைசெய்யப்பட்ட மாதிரியின் மதிப்பீடுகள் மட்டுமே தேவைப்படும் பொதுவான மாதிரியின் செல்லுபடியை (அல்லது செல்லாத தன்மையை) 'உறுதிப்படுத்துதல்'.

மாதிரி விவரக்குறிப்பு என்பது ஒரு புள்ளிவிவர மாதிரியை உருவாக்கும் செயல்முறையின் ஒரு பகுதியாகும்: விவரக்குறிப்பு என்பது மாதிரிக்கு பொருத்தமான செயல்பாட்டு படிவத்தைத் தேர்ந்தெடுப்பது மற்றும் எந்த மாறிகளை சேர்க்க வேண்டும் என்பதைத் தேர்ந்தெடுப்பது. உதாரணமாக, கொடுக்கப்பட்ட தனிப்பட்ட வருமானம் பல வருட பள்ளிப்படிப்பு மற்றும் வேலை அனுபவத்துடன் ஒரு செயல்பாட்டு உறவை நாம் பின்வருமாறு குறிப்பிடலாம்:

$$y = f(s, x)$$

$$\ln y = \ln y_0 + \rho s + \beta_1 x + \beta_2 x^2 + \epsilon.$$

இங்கு  $\epsilon$  என்பது விவரிக்கப்படாத பிழைச் சொல்லாகும், இது சுயாதீனமான மற்றும் ஒரே மாதிரியாக விநியோகிக்கப்படும் காஸியன் மாறிகளை உள்ளடக்கியதாகக் கருதப்படுகிறது. புள்ளியியல் நிபுணர் சர் டேவிட் காஃஸ் கூறியது, "பொருள் சார்ந்த பிரச்சனையிலிருந்து புள்ளியியல் மாதிரிக்கு எவ்வாறு மொழிபெயர்ப்பது என்பது ஒரு பகுப்பாய்வின் மிக முக்கியமான பகுதியாகும்"?

செயல்பாட்டு வடிவம் அல்லது சுயாதீன மாறிகளின் தேர்வு உண்மையான தரவு உருவாக்கும் செயல்முறையின் தொடர்புடைய அம்சங்களை மோசமாக பிரதிநிதித்துவப்படுத்தும் போது விவரக்குறிப்பு பிழை ஏற்படுகிறது. குறிப்பாக, சார்பு (மதிப்பிடப்பட்ட அளவுருவின் வேறுபாட்டின் எதிர்பார்க்கப்படும் மதிப்பு மற்றும் உண்மையான அடிப்படை மதிப்பு) ஒரு சுயாதீன மாறியானது அடிப்படை செயல்பாட்டில் உள்ளார்ந்த பிழைகளுடன் தொடர்புபடுத்தப்பட்டால் ஏற்படுகிறது. விவரக்குறிப்பு பிழைக்கான பல்வேறு சாத்தியமான காரணங்கள் உள்ளன; சில பின்வருமாறு: ஒரு பொருத்தமற்ற செயல்பாட்டு வடிவம் பயன்படுத்தப்படலாம், மாதிரியில் இருந்து தவிர்க்கப்பட்ட ஒரு மாறியானது சார்பு மாறி மற்றும் ஒன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட சுயாதீன மாறிகள் (தவிர்க்கப்பட்ட-மாறி சார்புகளை ஏற்படுத்தும்) ஆகிய இரண்டுமும் உறவைக் கொண்டிருக்கலாம், பொருத்தமற்ற மாறி சேர்க்கப்படலாம் மாதிரி (இது சார்புநிலையை உருவாக்காவிட்டாலும், அது பொருத்துதலின் மீது ஈடுபடுத்துகிறது மற்றும் அதனால் மோசமான முன்கணிப்பு செயல்திறனுக்கு வழிவகுக்கும்), மற்றும் சார்பு மாறியானது ஒரே நேரத்தில் சமன்பாடுகளின் அமைப்பின் ஒரு பகுதியாக இருக்கலாம் (ஒரே நேரத்தில் சார்பு கொடுக்கும்). டர்பின்-வு-ஹவுஸ்மேன் சோதனை (ஹவுஸ்மேன் விவரக்குறிப்பு சோதனை என்றும் அழைக்கப்படுகிறது) என்பது ஜேம்ஸ் டர்பின், டி-மின் வு மற்றும் ஜெர்ரி ஏ. ஹவுஸ்மேன் ஆகியோரின் பெயரிடப்பட்ட பொருளாதாரக் கணிதத்தில் ஒரு புள்ளிவிவர கருதுகோள் சோதனை ஆகும். ஏற்கனவே சீரானதாக அறியப்பட்ட மாற்று திறனுள்ள மதிப்பீட்டாளருடன் ஒப்பிடும்போது, மதிப்பீட்டாளரின் நிலைத்தன்மையை சோதனை மதிப்பிடுகிறது. ஒரு புள்ளிவிவர மாதிரியானது தரவுகளுடன் ஒத்துப்போகிறதா என்பதை மதிப்பிடுவதற்கு இது உதவுகிறது.

ராம்சே பின்னடைவு சமன்பாடு விவரக்குறிப்பு பிழை சோதனை (RESET) சோதனையானது நேரியல் பின்னடைவு மாதிரிக்கான பொதுவான விவரக்குறிப்பு சோதனை ஆகும். மேலும் குறிப்பாக, பொருத்தப்பட்ட மதிப்புகளின் நேரியல் அல்லாத சேர்க்கைகள் பதில் மாறியை விளக்க உதவுகின்றனவா என்பதை இது சோதிக்கிறது. சோதனையின் பின்னணியில்

## குறிப்பு

உள்ள உள்ளுணர்வு என்னவென்றால், விளக்க மாறிகளின் நேரியல் அல்லாத சேர்க்கைகள் பதில் மாறியை விளக்குவதில் ஏதேனும் சக்தியைக் கொண்டிருந்தால், தரவு உருவாக்கும் செயல்முறையானது ஒரு பல்லுறுப்புக்கோவை அல்லது மற்றொரு நேரியல் அல்லாத செயல்பாட்டின் மூலம் சிறப்பாக தோராயமாக மதிப்பிடப்படலாம் என்ற பொருளில் மாதிரி தவறாகக் குறிப்பிடப்படுகிறது. வடிவம்.

தரவு உருவாக்கும் செயல்முறையின் தத்துவார்த்த புரிதலை நம்பியிருக்கும் பொதுவான வடிவத்தில் ஒரு மாதிரியுடன் தொடங்குவது ஒரு அணுகுமுறை. புள்ளிவிவர மாதிரி சரிபார்ப்பு எனப்படும் பணியில், மாதிரியானது தரவுகளுடன் பொருத்தமாக இருக்கும் மற்றும் தவறான விவரக்குறிப்பின் பல்வேறு ஆதாரங்களைச் சரிபார்க்கலாம். கோட்பாட்டு புரிதல் பின்னர் தவறான விவரக்குறிப்பின் மூலங்களை அகற்றும் போது கோட்பாட்டு செல்லுபடியை தக்கவைக்கும் வகையில் மாதிரியின் மாற்றத்தை வழிநடத்தும். ஆனால் தரவுக்கு பொருந்தக்கூடிய ஒரு கோட்பாட்டு ரீதியாக ஏற்றுக்கொள்ளக்கூடிய விவரக்குறிப்பைக் கண்டறிவது சாத்தியமற்றது என நிரூபிக்கப்பட்டால், கோட்பாட்டு மாதிரி நிராகரிக்கப்பட வேண்டும் மற்றும் வேறு ஒன்றை மாற்ற வேண்டும்.

கார்ல் பாப்பரின் மேற்கோள் இங்கே பொருத்தமானது: "ஒரு கோட்பாடு உங்களுக்கு ஒரே சாத்தியமானதாகத் தோன்றும் போதெல்லாம், நீங்கள் கோட்பாட்டையோ அல்லது அது தீர்க்க விரும்பிய சிக்கலையோ புரிந்து கொள்ளவில்லை என்பதற்கான அடையாளமாக இதை எடுத்துக் கொள்ளுங்கள்." மாதிரி கட்டிடத்திற்கான மற்றொரு அணுகுமுறை, பல வேறுபட்ட மாதிரிகளை வேட்பாளர்களாகக் குறிப்பிடுவதும், பின்னர் அந்த வேட்பாளர் மாதிரிகளை ஒருவருக்கொருவர் ஒப்பிடுவதும் ஆகும். புள்ளிவிவர அனுமானத்திற்கு எந்த வேட்பாளர் மாதிரி மிகவும் பொருத்தமானது என்பதைத் தீர்மானிப்பதே ஒப்பிடுதலின் நோக்கமாகும்.

மாதிரிகளை ஒப்பிடுவதற்கான பொதுவான அளவுகோல்கள் பின்வருவனவற்றை உள்ளடக்குகின்றன:  $R^2$ , பேய்ஸ் காரணி மற்றும் நிகழ்தகவு-விகித சோதனை மற்றும் அதன் பொதுமைப்படுத்தல் ஒப்பீட்டு சாத்தியக்கூறுகள். இந்த தலைப்பைப் பற்றி மேலும் அறிய, புள்ளிவிவர மாதிரித் தேர்வைப் பார்க்கவும். ஒரு நேரியல் பின்னடைவு மாதிரியின் விவரக்குறிப்பு, பின்னடைவு உறவுகளின் உருவாக்கம் மற்றும் விளக்கமளிக்கும் மாறிகள் மற்றும் இடையூறுகள் தொடர்பான அறிக்கைகள் அல்லது அனுமானங்களைக் கொண்டுள்ளது. முழுமையான பின்னடைவு பகுப்பாய்வு மாதிரியில் இருக்கும் விளக்க மாறிகளைப் பொறுத்தது.

### 6.3 தொடர்புடைய மாறியின் விடுபடல்

மாதிரியை எளிமையாக வைத்திருக்க, ஆய்வாளர் சில விளக்க மாறிகளை நீக்கலாம். இத்தகைய முடிவுகளுக்குப் பின்னால் பல காரணங்கள் இருக்கலாம், எ.கா., சுவை, புத்திசாலித்தனம் போன்ற மாறிகளைக் கணக்கிடுவது கடினமாக இருக்கலாம். சில நேரங்களில், வருமானம் போன்ற மாறிகளில் சரியான அவதானிப்புகளை எடுப்பது கடினமாக இருக்கலாம்.

இருக்கட்டும்  $k$  வேட்பாளரின் விளக்க மாறிகள் இதில் உள்ளவை என்று வைத்துக்கொள்வோம்  $r$  மாறிகள் சேர்க்கப்பட்டுள்ளன மற்றும்  $(k \times r)$  மாறிகள் மாதிரியிலிருந்து நீக்கப்பட வேண்டும். எனவே  $X$  ஐ பிரித்து  $\beta$  என மாதிரி என வெளிப்படுத்தலாம்

## குறிப்பு

$$X = \begin{pmatrix} X_1 & X_2 \\ n \times k & n \times (k-r) \end{pmatrix} \text{ and } \beta = \begin{pmatrix} \beta_1 & \beta_2 \\ r \times 1 & (k-r) \times 1 \end{pmatrix}.$$

இது முழு மாதிரி அல்லது உண்மையான மாதிரி என்று அழைக்கப்படுகிறது.

$$y = X\beta + \varepsilon, E(\varepsilon) = 0, V(\varepsilon) = \sigma^2 I$$

$$y = X_1\beta_1 + X_2\beta_2 + \varepsilon$$

கைவிடப்பட்ட பிறகு ஆர் மாதிரியில் விளக்க மாற்றி, புதிய மாடல்

$$y = X_1\beta_1 + \delta$$

இது தவறான மாதிரி அல்லது தவறான மாதிரி என்று அழைக்கப்படுகிறது. தவறான மாதிரிக்கு OLS ஐப் பயன்படுத்துதல், OLSE இன்  $\beta_1$  இருக்கிறது

$$b_{1F} = (X_1'X_1)^{-1}X_1'y.$$

மதிப்பீட்டு பிழை பின்வருமாறு பெறப்படுகிறது:

$$\begin{aligned} b_{1F} &= (X_1'X_1)^{-1}X_1'(X_1\beta_1 + X_2\beta_2 + \varepsilon) \\ &= \beta_1 + (X_1'X_1)^{-1}X_1'X_2\beta_2 + (X_1'X_1)^{-1}X_1'\varepsilon \\ b_{1F} - \beta_1 &= \theta + (X_1'X_1)^{-1}X_1'\varepsilon \end{aligned}$$

$$\text{Where } \theta = (X_1'X_1)^{-1}X_1'X_2\beta_2.$$

Thus,

$$\begin{aligned} E(b_{1F} - \beta_1) &= \theta + (X_1'X_1)^{-1}E(\varepsilon) \\ &= \theta \end{aligned}$$

இது ஒரு நேரியல் சார்பு  $\beta_2$ , அதாவது, விலக்கப்பட்ட மாறிகளின் குணகங்கள். அதனால்  $b_{1F}$  பொதுவாக, ஒரு சார்புடையது. இருந்தால் சார்பு மறைந்துவிடும்

$$MSE(b_{1F}) = E(b_{1F} - \beta_1)(b_{1F} - \beta_1)$$

$$\begin{aligned} &= E[\theta\theta' + \theta\varepsilon'X_1(X_1'X_1)^{-1} + (X_1'X_1)^{-1}X_1'\varepsilon\theta' + (X_1'X_1)^{-1}X_1'\varepsilon\varepsilon'X_1(X_1'X_1)^{-1}] \\ &= \theta\theta' + 0 + 0 + \sigma^2(X_1'X_1)^{-1}X_1'IX_1(X_1'X_1)^{-1} \\ &= \theta\theta' + \sigma^2(X_1'X_1)^{-1}. \end{aligned}$$

அதாவது,  $X_1$  மற்றும்  $X_2$  ஆர்த்தோகனல் அல்லது தொடர்பற்றவை.

## குறிப்பு

The residual sum of squares is

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{SS_{res}}{n-r} = \frac{e'e}{n-r}$$

Where  $e = y - X_1 b_{1F} = H_1 y$ ,

$$\bar{H}_1 = I - X_1 (X_1' X_1)^{-1} X_1'$$

Thus,

$$\begin{aligned} \bar{H}_1 y &= \bar{H}_1 (X_1 \beta_1 + X_2 \beta_2 + \varepsilon) \\ &= 0 + \bar{H}_1 (X_2 \beta_2 + \varepsilon) \\ &= \bar{H}_1 (X_2 \beta_2 + \varepsilon). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y' \bar{H}_1 y &= (X_1 \beta_1 + X_2 \beta_2 + \varepsilon)' \bar{H}_1 (X_2 \beta_2 + \varepsilon) \\ &= (\beta_2' X_2' \bar{H}_1 X_2 \beta_2 + \beta_2' X_2' \bar{H}_1 \varepsilon + \beta_2' X_2' \bar{H}_1 X_2 \beta_2 + \beta_2' X_2' \bar{H}_1 \varepsilon + \varepsilon' \bar{H}_1 X_2 \beta_2 + \varepsilon' \bar{H}_1 \varepsilon). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E(s^2) &= \frac{1}{n-r} [E(\beta_2' X_2' \bar{H}_1 X_2 \beta_2) + 0 + 0 + E(\varepsilon' \bar{H}_1 \varepsilon)] \\ &= \frac{1}{n-r} [\beta_2' X_2' \bar{H}_1 X_2 \beta_2 + (n-r)\sigma^2] \\ &= \sigma^2 + \frac{1}{n-r} \beta_2' X_2' \bar{H}_1 X_2 \beta_2. \end{aligned}$$

இதனால்  $S_2$   $\sigma_2$  இன் ஒரு சார்பு மதிப்பீட்டாளர் மற்றும்  $S_2$   $\sigma_2$  இன் மிகை

மதிப்பீட்டை வழங்குகிறது.  $X_1' X_2 = 0$ , இருந்தாலும் கவனிக்கவும் பின்னர் கூட  $S_2$   $\sigma_2$  இன் மிகை மதிப்பீட்டைக் கொடுக்கிறது. எனவே இதை அடிப்படையாகக் கொண்ட புள்ளிவிவர அனுமானங்கள் தவறானதாக இருக்கும். டி-டெஸ்ட் மற்றும் நம்பிக்கை மண்டலம்

## 6.4 பொருத்தமற்ற மாறியின் உள்ளடக்கம்

சில மாறிகள் மாதிரியின் விளக்க சக்திக்கு மிகக் குறைவாகவே பங்களிக்கக்கூடும். இது சுதந்திரத்தின் அளவைக் குறைக்கும் ( $n - k$ ), இதன் விளைவாக, வரையப்பட்ட அனுமானத்தின் செல்லுபடியாகும் தன்மை கேள்விக்குரியதாக இருக்கலாம். எடுத்துக்காட்டாக, நிர்ணய குணகத்தின் மதிப்பு அதிகரிக்கும், இது மாதிரி சிறப்பாக வருவதைக் குறிக்கிறது, இது உண்மையில் உண்மையாக இருக்காது.

உண்மை மாதிரி இருக்கட்டும்

$$y = X\beta + \varepsilon, E(\varepsilon) = 0, V(\varepsilon) = \sigma^2 I$$



இதில் அடங்கும்  $k$  விளக்க மாறி. இப்போது வைத்துக்கொள்வோம்  $r$  கூடுதல் விளக்க மாறிகள் மாதிரியில் சேர்க்கப்பட்டு அதன் விளைவாக மாதிரியாக மாறும்

$$y = X\beta + Z\gamma + \delta$$

$Z$  என்பது இங்கே  $n \times r$  அணி  $n$  ஒவ்வொன்றின் மீதான அவதானிப்புகள்  $r$  விளக்க மாறிகள் மற்றும் இருக்கிறது  $r \times Z$  மற்றும் உடன் தொடர்புடைய பின்னடைவு குணகத்தின்  $\times 1$  திசையன்  $\delta$  இடையூறு என்ற சொல். இந்த மாதிரி தவறான மாதிரி என்று அழைக்கப்படுகிறது.

தவறான மாதிரிக்கு OLS ஐப் பயன்படுத்தினால், நாங்கள் பெறுகிறோம்

$$\begin{pmatrix} b_F \\ c_F \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X'X & X'Z \\ Z'X & Z'Z \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} X'y \\ Z'y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} X'X & X'Z \\ Z'X & Z'Z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_F \\ c_F \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X'y \\ Z'y \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow X'Xb_F + X'Zc_F = X'y$$

$$Z'Xb_F + Z'Zc_F = Z'y$$

இங்கே  $b_F$  மற்றும்  $c_F$  முறையே  $\beta$  மற்றும் OLSEகள். முன்கூட்டிய சமன்பாடு மூலம்  $X'Z(Z'Z)^{-1}$ , நாங்கள் பெறுகிறோம்

$$X'Z(Z'Z)^{-1}Z'Xb_F + X'Z(Z'Z)^{-1}Z'Zc_F = X'Z(Z'Z)^{-1}Z'y.$$

(6.3) இலிருந்து சமன்பாட்டை (6.1) கழித்தால், நமக்குக் கிடைக்கும்

$$\begin{aligned} [X'X - X'Z(Z'Z)^{-1}Z'X]b_F &= X'y - X'Z(Z'Z)^{-1}Z'y \\ X'[I - Z(Z'Z)^{-1}Z']Xb_F &= X'[I - Z(Z'Z)^{-1}Z']y \\ \Rightarrow b_F &= (X'\bar{H}_Z X)^{-1}X'\bar{H}_Z y \end{aligned}$$

இங்கே மதிப்பீடு பிழை  $b_F$  இருக்கிறது

$$\bar{H}_Z = I - Z(Z'Z)^{-1}Z'.$$

$$\begin{aligned} b_F - \beta &= (X'\bar{H}_Z X)^{-1}X'\bar{H}_Z y - \beta \\ &= (X'\bar{H}_Z X)^{-1}X'\bar{H}_Z (X\beta + \epsilon) - \beta \\ &= (X'\bar{H}_Z X)^{-1}X'\bar{H}_Z \epsilon. \end{aligned}$$

இதனால்,

$$E(b_F - \beta) = (X'\bar{H}_Z X)^{-1}X'\bar{H}_Z E(\epsilon) = 0$$

அதனால்,  $b_F$  சில பொருத்தமற்ற மாறிகள் மாதிரியில் சேர்க்கப்படும்போதும் பக்கச்சார்பற்றது.

கோவாரியன்ஸ் மேட்ரிக்ஸ் என்பது

## குறிப்பு

## குறிப்பு

$$\begin{aligned} V(b_f) &= E(b_f - \beta)(b_f - \beta)' \\ &= E\left[(X' \bar{H}_2 X)^{-1} X' \bar{H}_2 \varepsilon \varepsilon' \bar{H}_2 X (X' \bar{H}_2 X)^{-1}\right] \\ &= \sigma^2 (X' \bar{H}_2 X)^{-1} X' \bar{H}_2 I \bar{H}_2 X (X' \bar{H}_2 X)^{-1} \\ &= \sigma^2 (X' \bar{H}_2 X)^{-1} \end{aligned}$$

### 6.5 விவரக்குறிப்பு பிழைகளின் சோதனை

ஒரு நேரியல் பின்னடைவு மாதிரியில், மாதிரி விவரக்குறிப்பு செயல்முறைக்கு மூன்று முக்கிய முடிவுகள் தேவைப்படுகின்றன:

- சுயாதீன மாறிகளின் தேர்வு
- மாறிகளை விட்டுவிடுதல்
- செயல்பாட்டு படிவத்தைத் தேர்ந்தெடுப்பது

எல்லா அனுமானங்களையும் பூர்த்தி செய்யாமல் நேரியல் பின்னடைவு மாதிரியைப் பயன்படுத்தும்போது, அதாவது அது பொருத்தமற்றதாக இருக்கும்போது என்ன தாக்கம் இருக்கும் என்ற கேள்வி எழுகிறது. மேலும், விவரக்குறிப்பு பிழை இருக்கும்போது OLS மதிப்பீட்டாளர்களுக்கு என்ன பண்புகள் உள்ளன?

பின்வரும் விவரக்குறிப்பு பிழைகள் மற்றும் அவை என்ன தாக்கத்தை ஏற்படுத்தும் என்பதைப் பார்ப்போம். விவரக்குறிப்பு பிழைகள் பின்வருமாறு:

- சம்பந்தமான மாறிகளை விடுவித்தல்
- பொருத்தமற்ற மாறிகளை சேர்த்தல்
- மாறிகளில் அளவீட்டு பிழைகள்

#### (a) தொடர்புடைய மாறியைத் தவிர்க்கிறது

பின்வரும் பல நேரியல் பின்னடைவு மாதிரியைப் பார்த்து ஆரம்பிக்கலாம்:  $Y$

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \varepsilon$$

$X_2$  இல் தரவு கிடைக்காதது போன்ற காரணங்களால், பின்னடைவு மாதிரி  $X_2$  மாறி இல்லாமல் உருவாக்கப்பட்டது பின்வருமாறு:

$$Y = \gamma_0 + \gamma_1 X_1 + \varepsilon_1$$

இந்த சிக்கலை, பொருளாதார அளவீட்டில், 'தொடர்புடைய மாறியைத் தவிர்ப்பது' என்று அழைக்கப்படுகிறது. எடுக்க ஒரு உதாரணம், என்றால்  $\beta_2 \neq 0$ , மற்றும் இது ஒரு வகை தவறான விவரக்குறிப்பு, பின்னர் பின்வருபவை சமன்பாடு தொடர்புடைய மாறியைத் தவிர்ப்பதன் விளைவு என்ன என்பதைக் காட்டுகிறது.

$$\gamma_1 = \beta_1 + \beta_2 \frac{C(X_1, X_2)}{V(X_1)}$$

மேலே உள்ள சமன்பாடு (6.4) 'விலக்கப்பட்ட மாறியின் விதி' என்று குறிப்பிடப்படுகிறது. குறைக்கப்பட்ட மாதிரியின் சாய்வு நேரியல் கலவையாக இருப்பதை இது சித்தரிக்கிறது  $\beta_1$  மற்றும்  $\beta_2$  (முழு மாதிரியின் 2 சரிவுகள்). மேலும், புறக்கணிப்புடன்  $X_2$ , விளைவு பின்வருமாறு குறைக்கப்பட்ட மாதிரியில் பிழையின் ஒரு பகுதியாக இருக்கும்:

$\varepsilon_1 = \varepsilon + \beta_2 X_2$  இது பின்வருவனவற்றைக் குறிக்கிறது:

$$\begin{aligned} E[\varepsilon_1 | X_1] &= E[\varepsilon + \beta_2 X_2 | X_1] \\ &= E[\varepsilon | X_1] + E[\beta_2 X_2 | X_1] \\ &= E[E[\varepsilon | X_1, X_2] | X_1] + \beta_2 E[X_2 | X_1] \\ &= \beta_2 E[X_2 | X_1] \end{aligned}$$

ஆக

$$E[Y | X_1] = \gamma_0 + \gamma_1 X_1 + \beta_2 E[X_2 | X_1]$$

**OLS மதிப்பீட்டாளர்களின் பண்புகள்**

பல நேரியல் மாதிரிக்கு தவறாகக் குறிப்பிடப்பட்ட மாதிரியை இது குறிக்கிறது:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \dots + \beta_k X_k + \varepsilon$$

பின்வருபவை உள்ளன:

$$E[\varepsilon | X_1, \dots, X_k] \neq 0$$

அத்தகைய விவரக்குறிப்பு பிழை இருக்கும்போது OLS மதிப்பீட்டாளர்களின் பண்புகளைக் கருத்தில் கொள்ள, எளிய பல நேரியல் பின்னடைவு மற்றும் மாறிகளில் ஒன்றைப் பயன்படுத்தி ஒரு எளிய பின்னடைவைக் கருத்தில் கொள்ளுங்கள்.

MLR மாதிரி கருதப்படுகிறது:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \varepsilon,$$

விவரக்குறிப்பு பகுப்பாய்வு

$$\hat{Y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_1 + \hat{\beta}_2 X_2$$

மற்றும் அதன் மதிப்பிடப்பட்ட மாதிரி:

$$\hat{Y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_1 + \hat{\beta}_2 X_2$$

SR மாதிரி கருதப்படுகிறது:

$$Y = \gamma_0 + \gamma_1 X_1 + \varepsilon,$$

மற்றும் அதன் மதிப்பிடப்பட்ட மாதிரி:

$$\hat{Y} = \hat{\gamma}_0 + \hat{\gamma}_1 X_1$$

எனவே, இது தெளிவாகிறது:

$$\hat{\gamma}_1 = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 \hat{\delta}_1$$

இங்கே,  $\hat{\delta}_1$  L இன் சாய்வின் OLS மதிப்பீட்டாளர்  $(X_2 | X_1) = \delta_0 + \delta_1 X_1$ .

$$E[\hat{\beta}_1] = \beta_1 \text{ and } \text{plim} \hat{\beta}_1 = \beta_1$$

$$E[\hat{\gamma}_1] = \gamma_1 \text{ and } \text{plim} \hat{\gamma}_1 = \gamma_1$$

பின்வருபவை அறியப்படுகின்றன:

## குறிப்பு

$$E[\hat{\gamma}_1 | X_1, X_2] = E[\hat{\beta}_1 | X_1, X_2] + E[\hat{\beta}_2 \hat{\delta}_1 | X_1, X_2] = \beta_1 + \beta_2 \hat{\delta}_1$$

மேலே உள்ள அனைத்து தகவல்களையும் சேர்த்து, பின்வருவனவற்றைப் பெறலாம்:  
இது குறிக்கிறது:

$$E[\hat{\gamma}_1] = \beta_1 + \beta_2 E[\hat{\delta}_1]$$

$$plim(\hat{\gamma}_1) = \beta_1 + \beta_2 \delta_1$$

பொதுவாக சொன்னால்,  $\hat{\gamma}_1$  என்பது பற்றி அனுமானம் செய்ய வேண்டியிருந்தால் பொருத்தமாக இருக்காது  $\beta_1$ . மேலும், அதை எளிதாகக் காட்டலாம்:

$$V(\hat{\gamma}_1) \leq V(\hat{\beta}_1)$$

எப்பொழுது  $X_2$  என்பது 'தொடர்புடைய மாறி',  $\beta_2 \neq 0, \hat{\gamma}_1 \Rightarrow$  அதைக் குறிக்கிறது  $\hat{\beta}_1 \Rightarrow$  ஒரு சார்பு மற்றும் இருப்பின் சீரற்ற மதிப்பீட்டாளர்.

$$V(\hat{\gamma}_1) = \frac{\sigma^2}{\sum_i x_{1i}} \text{ and } V(\hat{\beta}_1) = \frac{\sigma^2}{\sum_i x_{1i} (1 - R_1^2)}, \text{ that is } V(\hat{\gamma}_1) \leq V(\hat{\beta}_1),$$

,  $\hat{V}(\hat{\gamma}_1)$  மாதிரியின் அளவைப் பொருட்படுத்தாமல்,  $\hat{\beta}_1$  சார்பு இருக்கும் மதிப்பீட்டாளரின் மாறுபாட்டைக் குறைப்பதன் மூலம், மாறிகளின் விளைவுகளை மதிப்பிடும் போது, பகுப்பாய்வில் 'தொடர்புடைய மாறிகளைத் தவிர்த்துவிடுவது' சார்பு மற்றும் சீரற்ற தன்மையை ஏற்படுத்துகிறது என்பதை இது சித்தரிக்கிறது.

அதாவது, இது குணகம்  $X_1$  தவறாக தவிர்க்கப்பட்ட பின்னடைவில்  $X_2$ , அது முதல்:

- $X_1$  இல் மாற்றம் ஏற்படும் போது  $Y$  மீது என்ன விளைவு ஏற்படுகிறது மற்றும் அதன் விளைவு என்ன என்பதைப் பிடிக்கிறது  $X_1$  அன்று  $X_2$  (இது  $Y$  ஐயும் பாதிக்கிறது)
- செட்டரிஸ் பாரிபஸ் விளைவைப் பிடிக்கவில்லை  $X$  ஒரு மாற்றத்திற்கு வழிவகுக்கிறது  $X_2$ ) அன்று  $Y$  (ஒரு மாற்றமாக  $X_1$

மதிப்பீட்டில் சார்பு  $\beta_1$  எப்பொழுது  $X_2$  தவறாக தவிர்க்கப்பட்டதை பின்வரும் அட்டவணை 6.1 இல் சுருக்கமாகக் கூறலாம்:

அட்டவணை 6.1

Table 6.1

	$C(X_1, X_2) > 0$	$C(X_1, X_2) < 0$
$\beta_2 > 0$	+	-
$\beta_2 < 0$	-	+

(b) ஒரு பொருத்தமற்ற மாறி உட்பட

எப்பொழுது  $X_2$  பொருத்தமற்ற ஒரு மாறியாகக் கருதப்படுகிறது, அதாவது  $\beta_2 = 0$  பின்னர், உண்மையான மாதிரி இருக்கும்:

## குறிப்பு

$$Y = \gamma_0 + \gamma_1 X_1 + \epsilon_1$$

எப்பொழுது எக்ஸ் 2 தொடர்புடையதாகக் கருதப்படுகிறது, இது மதிப்பிடப்பட்டுள்ளது:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \epsilon_1$$

இதன் அடிப்படையில், என  $\beta_2$  உண்மையான மாதிரியில்  $\beta_2 = 0$ :

$$\epsilon = \epsilon_1 - \beta_2 X_2 = \epsilon_1$$

இது குறிக்கிறது:

$$\begin{aligned} E[\epsilon | X_1, X_2] &= E[\epsilon_1 - \beta_2 X_2 | X_1, X_2] \\ &= E[\epsilon_1 | X_1] \end{aligned}$$

### OLS மதிப்பீட்டாளர்களின் பண்புகள்

மேற்கூறியவற்றின் அடிப்படையில்,  $\beta_1$  ஒரு பாரபட்சமற்ற மற்றும்  $\gamma_1$ :  
$$V(\hat{\beta}_1) \geq V(\hat{\gamma}_1)$$
  
நிலையான மதிப்பீட்டாளர், குறைந்த உடன் விட மாறுபாடு  
வி, இது சீரான மற்றும் பக்கச்சார்பற்றது.

வேறு வார்த்தைகளில் கூறுவதானால், பொருத்தமற்ற மாறிகள் பகுப்பாய்வில் சேர்க்கப்பட்டால், மாறிகளின் மதிப்பிடப்பட்ட விளைவின் நிலைத்தன்மை பாதிக்கப்படாது.

**உள்ளுணர்வு:** பொருத்தமற்ற மாறியின் குணகத்தின் உண்மையான மக்கள் தொகை மதிப்பு 0. எனவே, இந்த மாறியின் சேர்க்கையுடன், வரம்பில் உள்ள மற்ற மாறிகளுக்கான குணக மதிப்பீட்டாளர்களில் எந்த விளைவும் இல்லை.

இருப்பினும், மதிப்பிடப்பட்டுள்ளது  $\beta'$  கள் பொதுவாக திறனற்றதாக இருக்கும். வேறு வார்த்தைகளில் கூறுவதானால், அவர்கள் கொண்டிருக்கும் மாறுபாடுகள் உண்மையான மாதிரியை விட அதிகமாக இருக்கும்.

**உள்ளுணர்வு:** தொடர்புடைய மற்றும் பொருத்தமற்ற மாறிகளுக்கு இடையிலான தொடர்பு அதிகமாகவும் அதிகமாகவும் மாறும்போது, தொடர்புடைய மாறிகளுக்கான மதிப்பிடப்பட்ட குணகத்தின் மாறுபாட்டில் அதிகரிப்பு உள்ளது. வேறு வார்த்தைகளில் கூறுவதானால், பொருத்தமற்ற மாறிகள் சேர்க்கப்படும் போது, OLS மதிப்பீட்டாளரின் சீரற்ற தன்மையின் சிக்கல் இருக்காது.

ஆயினும்கூட, திறமையின்மையால் உருவாக்கப்பட்ட ஒரு கடுமையான விளைவு இருக்கலாம்.  $H_0: \beta_2 = 0$  வகை கருதுகோள்களை சோதிக்கும் போது சிக்கல். நஷ்டம்தான் இதற்குக் காரணம் பவர் அவை உண்மையில் இருக்கும் போது (வகை II பிழை) தொடர்புடைய மாறிகள் அல்ல என்று அனுமானம் வரையலாம்.

எந்த மாதிரி பொருத்தமானது, எப்போது அதை நடைமுறை பயன்பாட்டிற்கு கொண்டு வர வேண்டும் என்பதை தீர்மானிக்க முடியாது.

எனவே, பொருளாதாரக் கோட்பாட்டின் அடிப்படையில், சார்பு மாறியைப் பாதிக்கும் மற்றும் மாதிரியில் உள்ள மற்ற மாறிகளுக்குக் கணக்கிடப்படாத மாறிகளை மட்டும் சேர்ப்பதே மிகவும் பொருத்தமான வழி. கருதுகோள்களைச் சோதிப்பதன் மூலம் மாறி(களின்) 'பொருத்தமின்மை' அல்லது 'பொருத்தம்' என்பதற்கு எதிராக அல்லது ஆதாரங்களைச் சேகரிக்க இது உதவும்.

ஒரு உதாரணத்தின் உதவியுடன் இதைப் புரிந்துகொள்வோம்:

## குறிப்பு

### எடுத்துக்காட்டு 6.1:

- 2 குழுக்கள் உள்ளன: புகைபிடிக்காதவர்கள் மற்றும் புகைப்பிடிப்பவர்கள்
- குழுக்களிடையே புற்றுநோய் வழக்குகள் பற்றிய தகவல்கள் சேகரிக்கப்படுகின்றன.
- புகைப்பிடிப்பவர்கள் உடல் செயல்பாடுகளில் ஈடுபடுவதற்கான அதிக வாய்ப்புகள் உள்ளன, இது புற்றுநோய்க்கான வாய்ப்பு குறைவதற்கு வழிவகுக்கிறது. இவ்வாறான செயற்பாடுகளை ஆய்வினால் அவதானிக்க முடியாது.

புகையிலை உட்கொள்வது உடல் செயல்பாடுகளின் அளவைக் குறைக்கும் என்ற உண்மையின் காரணமாக, புற்றுநோயில் புகைபிடிப்பதால் ஏற்படும் தாக்கத்தை மிகைப்படுத்தி மதிப்பிடுவதற்கான சாத்தியக்கூறுகளை இது வழங்குகிறது.

இவை அனைத்தையும் இவ்வாறு சித்தரிக்கலாம்:

$$C_i = \beta_0 + \beta_1 F_i + \beta_2 J_i + \epsilon_i$$

மேலே உள்ள சமன்பாட்டில்:

$C_i$  தனிநபருக்கான புற்றுநோயின் அளவைக் குறிக்கிறது  $i$

$F_i$  புகைப்பிடிப்பவருக்கு மதிப்பு 1 மற்றும் புகைப்பிடிக்காதவருக்கு 0 என மதிப்பிடும் போலி மாறி

$J_i$  நான் உடல் செயல்பாடுகளின் அளவைக் குறிக்கிறது (உடற்பயிற்சி)

உண்மையான மதிப்புகள் பின்வருமாறு கருதப்படுகின்றன:

$$\beta_1 > 0, \beta_2 < 0$$

மேலும்,

$$C_i = \delta_0 + \delta_1 F_i + \epsilon_i$$

இங்கே

$$\delta_1 < 0$$

எனவே, ஒரு எளிய பின்னடைவு நிகழ்த்தப்படும் போது  $C_i$  அன்று  $F_i$ , இது வழங்குகிறது:

$$C_i = \gamma_0 + \gamma_1 F_i + \epsilon_2 \quad \text{இது மேலும் வழங்குகிறது:}$$

$$\gamma_1 = \beta_1 + \beta_2 \delta_1$$

இந்த உதாரணத்தை மேலும் எடுத்துக்கொள்வோம். உடல்நல பாதிப்புகள் தவிர, புகைபிடிப்பதால் பொருளாதார விளைவுகளும் உள்ளன. எடுத்துக்காட்டாக, புகைபிடிக்காதவர்களுடன் ஒப்பிடும்போது புகைப்பிடிப்பவர்களின் ஊதியம் குறைவாக இருக்கலாம். சிகரெட் இடைவேளைகளை எடுத்துக்கொள்வது, நோய்வாய்ப்பட்டு விடுப்பில் இருப்பதற்கான அதிக நிகழ்தகவு மற்றும் பலவற்றின் காரணமாக அவர்களின் குறைந்த உற்பத்தித்திறன் இதற்குக் காரணமாக இருக்கலாம்.

30 வயது நபர்களுக்கான USAவில் இருந்து உண்மையான பிரதிநிதித்துவ தரவு இங்கே உள்ளது. லெவின், குஸ்டாஃப்சன் மற்றும் வெலென்சிக் (1997) ஆகியோரால் ஊதிய சமன்பாடு மதிப்பிடப்பட்டது, மேலும் அவர்கள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள மாறிகளைப் பயன்படுத்தினர்:

$$Y = \ln$$

$F$  = புகைப்பிடிப்பவர்களுக்கு 1 மற்றும் புகைப்பிடிக்காதவர்களுக்கு 0 மதிப்பை எடுக்கும் போலி மாறி

ED = கல்வியின் ஆண்டுகள்  
சராசரியாக, புகைப்பிடிப்பவர்களை விட புகைபிடிக்காதவர்கள் அதிகம் படித்தவர்கள் என்பதை கருத்தில் கொள்ள வேண்டும். எனவே, புகைபிடிக்கும் கல்விக்கும் எதிர்மறையான தொடர்பு உள்ளது.

2 விவரக்குறிப்புகள் பரிசீலிக்கப்படுகின்றன: கல்வி தவிர்க்கப்பட்டது: கல்வி சேர்க்கப்பட்டுள்ளது:

$$\hat{Y}_i = -0.176F_i \text{ with } s_{\beta_1} = 0.021$$

$$\hat{Y}_i = -0.080F_i + 0.070ED_i$$

$$\text{with: } s_{\beta_1} = 0.021 \text{ and } s_{\beta_2} = 0.004$$

கல்வி பின்னடைவில் சேர்க்கப்படவில்லை என்றால், புகைபிடிப்பதால் ஏற்படும் பாதிப்பு மிகையாக மதிப்பிடப்படும்.

### (c) அளவீட்டில் பிழை

என்ற அனுமானம் இதுவரை இருந்து வந்தது Y மற்றும் Xj அளவீட்டு பிழைகள் இல்லாமல் துல்லியமாக இருக்கும்.

சில நேரங்களில் அளவீட்டு பிழைகளுடன் தரவு இருக்கும் என்பதை நினைவில் கொள்ள வேண்டும். பரிசீலனையில் உள்ள மாறிக்கான தரவு கிடைப்பதில் பற்றாக்குறை இருக்கும் நேரங்களும் இருக்கலாம்.

பின்வரும் உதாரணத்தைக் கவனியுங்கள். வாழ்க்கைச் சுழற்சி மாதிரிகள், நுகர்வு என்பது பிழையின்றி அளவிட முடியாத நிரந்தர வருமானத்தைச் சார்ந்தது என்று கருதுகிறது, அல்லது, அறிக்கையிடப்பட்ட ஆண்டு வருமானம் குறித்த தரவு எங்களிடம் உள்ளது, ஆனால் உண்மையான ஆண்டு வருமானம் அல்ல.

வட்டி அளவின் மாறியை துல்லியமாக அளவிட முடியாவிட்டால், அளவீட்டு பிழை ஏற்படும். இத்தகைய பிழைகள் OLS மதிப்பீட்டாளர்களை எவ்வாறு பாதிக்கிறது என்பதுதான் ஆர்வமான விஷயம்.

அளவீட்டு பிழை இரண்டு வகைகளாக இருக்கலாம்:

- சார்பற்ற மாறியில் நிகழ்பவை, X
- சார்பு மாறியில் ஏற்படுபவை, Y

சார்பு மாறி, Y இல் உள்ள அளவீட்டு பிழைகளுக்கு, பின்வரும் மாதிரியைக் கவனியுங்கள்.

$$Y^* = \beta_0 + \beta_1 X + \epsilon$$

$$E[\epsilon | X] = 0 \Rightarrow E[Y^* | X] = L(Y^* | X) = \beta_0 + \beta_1 X$$

$$E(\epsilon) = 0, C(X, \epsilon) = 0 \text{ and } \beta_0 = E[Y^*] - \beta_1 E[X],$$

$$\beta_1 = \frac{C(X, Y^*)}{V(X)}$$

சமன்பாட்டில் (6.5) அளவீட்டுப் பிழை இருப்பதைக் கவனியுங்கள். Y\*, போன்ற

$$Y = Y^* + v_0$$

இதில், v உள்ள அளவீட்டு பிழை Y\*.

இந்த விஷயத்தில் மாதிரி இருக்கும்:



## குறிப்பு

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon + v_0, \text{ இது கொடுக்கிறது}$$

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \underbrace{(\varepsilon + v_0)}_u$$

இங்கே,  $u$  என்பது கூட்டுப் பிழைச் சொல்.  
முன்பு காட்டப்பட்டது போல்:

$$\begin{aligned} &= \frac{C(X, Y^* + v_0)}{V(X)} = \frac{C(X, Y^*) + C(X, v_0)}{V(X)} \\ &= \beta_1 + \frac{C(X, v_0)}{V(X)} \Rightarrow \text{consistent if } C(X, v_0) = 0 \end{aligned}$$

In case of  $\hat{\beta}_0$

$$\begin{aligned} p_{n \rightarrow \infty}^{\lim} \hat{\beta}_0 &= p_{n \rightarrow \infty}^{\lim} (\bar{Y} - \hat{\beta}_1 \bar{X}) \\ &= E[Y^* + v_0] - E[X] p_{n \rightarrow \infty}^{\lim} \hat{\beta}_1 \end{aligned}$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\frac{1}{n} \sum_i x_i y_i}{\frac{1}{n} \sum_i x_i^2}, y_i = Y_i - \bar{Y}, \text{ and } x_i = X_i - \bar{X}$$

$$p_{n \rightarrow \infty}^{\lim} \hat{\beta}_1 = \frac{p_{n \rightarrow \infty}^{\lim} \frac{1}{n} \sum_i x_i y_i}{p_{n \rightarrow \infty}^{\lim} \frac{1}{n} \sum_i x_i^2} = \frac{C(X, Y)}{V(X)}$$

இதனால், மற்றும்  $\hat{\beta}_1$  சீராக இருக்கும் போது,

- $C(X, v_0) = 0$

மற்றும்

- $E[v_0] = 0$

இப்போது, அளவீட்டுப் பிழையின் கீழ் மாறுபாடுகள் பெரியதாக இருக்கும்:

- $V(Y^* | X) = V(\varepsilon | X) = \sigma^2$

$$V(V|X) = V(Y^* + v_0 | X) = \sigma^2 + \sigma_{v_0}^2, \text{ having assumed that } C(\varepsilon, v_0 | X) = 0$$

$X$  இல் அளவீட்டு பிழை

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள மாதிரியைப் பாருங்கள்:



## குறிப்பு

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X^* + \varepsilon$$

$$E[\varepsilon | X^*] = 0 \Rightarrow E[Y | X^*] = L(Y | X^*) = \beta_0 + \beta_1 X^*$$

$$E(\varepsilon) = 0, C(X^*, \varepsilon) = 0 \text{ and } \beta_0 = E[Y] - \beta_1 E[X^*],$$

$$\beta_1 = \frac{C(X^*, Y)}{V(X^*)}$$

சமன்பாட்டில் (6.7) அளவீட்டு பிழை இருப்பதைக் கவனியுங்கள்  $X^*$ , அதை

$$X = X^* + v_1$$

உடன்  $v$  அளவீட்டு பிழை.

பின்னர் மாதிரி இருக்கும்:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 (X - v_1) + \varepsilon$$

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \underbrace{(\varepsilon - \beta_1 v_1)}_{v_1}$$

எந்த தொடர்பும் இல்லை

$$E[v_1] = 0, \text{ and } C(X, \varepsilon) = 0; \varepsilon \text{ with } X, X^* \text{ or } v_1. E[Y | X^*, X] = E[Y | X^*] \Rightarrow$$

விவரக்குறிப்பு பகுப்பாய்வு

கொடுக்கப்பட்ட  $X, X^*$ . இதில் கூடுதல் தொடர்புடைய தகவல்கள் எதுவும் இல்லை. கிளாசிக்கல் அளவீட்டு பிழை அனுமானங்கள் உண்மை என்று கருதி. அதாவது என்னவென்றால்:

$$C(X^*, v_1) = 0 \text{ and } C(v_1, \varepsilon) = 0$$

$$\begin{aligned} p \lim_{n \rightarrow \infty} \hat{\beta}_1 &= \frac{p \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_i x_i y_i}{p \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_i x_i^2} = \frac{C(X, Y)}{V(X)} \\ &= \frac{C(X^* - v_1, Y)}{V(X^* - v_1)} = \frac{C(X^*, Y) + \overbrace{C(Y, v_1)}^0}{V(X^*) + V(v_1)} \\ &= \frac{C(X^*, Y)/V(X^*)}{(V(X^*) + V(v_1))/V(X^*)} \\ &= \frac{\beta_1}{1 + V(v_1)/V(X^*)} \neq \beta_1 \end{aligned}$$

பின்னர், அறிகுறியற்ற சார்பு:

$$\begin{aligned} p \lim_{n \rightarrow \infty} (\hat{\beta}_1 - \beta_1) &= \frac{\beta_1}{1 + V(v_1)/V(X^*)} - \beta_1 \\ &= -\beta_1 \frac{V(v_1)}{V(v_1) + V(X^*)} \end{aligned}$$

பல பின்னடைவு மாதிரியின் விஷயத்தில், ஒரு விளக்க மாறியில் உள்ள ஒட்டுமொத்த அளவீட்டுப் பிழையானது, ஒவ்வொரு மதிப்பீட்டின் சீரற்ற தன்மைக்கு வழிவகுக்கும்,

$$\hat{\beta}_j'$$

அனைத்து என்று அர்த்தம். வின் சீரற்றதாக இருக்கும். பல பின்னடைவு மாதிரிக்கு ஒரே ஒரு அளவீட்டு பிழை  $X_j$  மற்றும் தொடர்பு இல்லாத

## குறிப்பு

பிழையுடன் ஒன்று தவறாக அளவிடப்படுகிறது, சொல்லுங்கள்  $X_m$  அல்லது மீதமுள்ளவற்றுடன்  $X$  இன் ( $m \neq j$ ):

- ஒரு சார்பு இருக்கும்  $\hat{\epsilon}$  மேலும் அது சீரற்றதாகவும் இருக்கும்.
- மீதமுள்ள விஷயத்தில்  $\hat{\epsilon}$  ஜே  $S(m \neq j)$ , சீரற்ற தன்மை மற்றும் சார்பு அளவு மற்றும் திசையை அறிந்து கொள்வது கடினம் என்றாலும், அவை பொதுவாக சீரற்றதாக இருக்கும்.
- இருந்தால் மட்டுமே  $X$  உடன் orthogonal உள்ளது  $X$  கள் ( $m \neq j$ ), (இது சாத்தியமில்லை என்றாலும்), சாப்பிடுவேன்  $\hat{\epsilon}$  சீரற்றதாக இருக்கும்.

குடும்ப வருமானம் கல்லூரி தரப் புள்ளி சராசரியில் ஏற்படுத்தும் விளைவைப் பற்றிய ஒரு உதாரணத்துடன் இதைப் புரிந்துகொள்வோம்.

கல்விச் செயல்திறனில் குடும்ப வருமானத்தின் நேரடி விளைவு ஏதேனும் உள்ளதா என்பது குறித்து எந்தத் தெளிவும் இல்லாததால், இந்த மாறியை ஒரு பின்னடைவாகச் சேர்த்து, அது குறிப்பிடத்தக்க குணகத்தை வழங்குகிறதா என்பதைச் சோதிக்கும் உத்தியைப் பயன்படுத்த பரிந்துரைக்கப்படுகிறது.

இதனால்,

$$CAL = \beta_0 + \beta_1 I^* + \beta_2 PRE + \beta_3 SEL + \epsilon$$

மேலே உள்ளவற்றில்:

- CAL என்பது கல்லூரியில் சராசரி தரத்தை குறிக்கிறது
- $I^*$  குடும்ப வருமானத்தை சித்தரிக்கிறது,
- PRE ஆனது கல்லூரி நுழைவுக்கு முந்தைய சராசரி தரத்தை சித்தரிக்கிறது
- SEL சேர்க்கை தேர்வில் சராசரி தரத்தை சித்தரிக்கிறது

மாணவர்களை ஆய்வு செய்வதன் மூலம் தரவு பெறப்படுகிறது என்று வைத்துக்கொள்வோம். அறிவிக்கப்பட்ட குடும்ப வருமானத்தில் பிழைகள் இருக்கலாம், அதனால்  $\epsilon = \epsilon^* + v$ .

அளவீட்டு பிழையை நாம் கருத்தில் கொண்டால்,  $v$ , தொடர்பு இல்லாமல் இருக்க வேண்டும்  $I^*$  அல்லது வேறு ஏதேனும் விளக்க மாறிகள் (PRE, SEL), பயன்படுத்துவதன் மூலம் பெறப்படும் மதிப்பீட்டாளர்கள் நான் உண்மையான மதிப்பைப் பயன்படுத்துவதை விட  $I^*$  சீரற்றதாக இருக்கும்.

என்ற குறைமதிப்பீடு இருக்கும்  $\beta_1$  | எனவே, நாங்கள் எப்படி சோதிக்கிறோம் குறிப்பிடத்தக்க  $\beta_1$  இது மிகவும் சாத்தியமானது (DNR)  $H$  நிராகரிக்கப்படாது.

மேலே கொடுக்கப்பட்ட உதாரணம், சார்புகளின் திசை மற்றும் அளவு மற்றும் மதிப்பீட்டாளர்களின் சீரற்ற தன்மையை மதிப்பிடுவது கடினம்.  $\beta_2$  மற்றும்  $\beta_3$ .

**எடுத்துக்காட்டு 6.2:** புகையிலை நுகர்வு பயனர்களுக்கு ஏற்படும் தாக்கத்தை ஆராய்வோம்.

- புகைப்பிடிக்காதவர்கள் மற்றும் புகைப்பிடிக்கும் குழுவில் புற்றுநோய்க்கான ஆதாரம் உள்ளது.
- புகைப்பிடிப்பவர்கள் புகைபிடிக்காதவர்களை விட உடல் ரீதியாக சுறுசுறுப்பாக உள்ளனர், அதே நேரத்தில் நாம் செயல்பாட்டைக் கவனிக்க முடியாது, மேலும் இது புற்றுநோயின் அபாயத்தை குறைக்க வழிவகுக்கிறது.
- புகையிலையின் நுகர்வு உடல் செயல்பாடுகளின் அளவைக் குறைப்பதால் புற்றுநோயில் புகைபிடிக்கும் தாக்கத்தை மிகைப்படுத்தி மதிப்பிடலாம்.

இதனால்

$$C_i = \beta_0 + \beta_1 F_i + \beta_2 J_i + \varepsilon$$

இங்கே

$C_i$  தனிநபருக்கு புற்றுநோயின் அளவுகோலாக  $i$

$F_i$  தனிநபரின் மதிப்பை 1 எடுக்கும் போலி மாறி  $i$  புகைப்பிடிப்பவர் மற்றும் 0 இல்லையெனில்

$E_i$  உடல் செயல்பாடுகளின் அளவீடு ஆகும், அதாவது உடற்பயிற்சி உண்மையான மதிப்புகள் இருக்கட்டும்  $\beta_1 > 0, \beta_2 < 0$

கூடுதலாக

$$C_i = \delta_0 + \delta_1 F_i + \varepsilon_i, \text{ with } \delta_1 < 0$$

இவ்வாறு, எளிய பின்னடைவு இயங்கும்  $C_i$  அன்று  $F_i$ , நாங்கள் பெறுகிறோம்:

$$C_i = \gamma_0 + \gamma_1 F_i + \varepsilon_i,$$

பிறகு எங்களிடம் உள்ளது  $\hat{\gamma}_1 = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 \hat{\delta}_1$

புகைபிடித்தல் ஆரோக்கியத்தை பாதிக்கிறதே தவிர, பொருளாதார தாக்கத்தை ஏற்படுத்துமா?

பதில் ஆம். புகைப்பிடிப்பவர்களை விட புகைபிடிக்காதவர்கள் அதிக ஊதியம் பெறலாம்:

- புகைப்பிடிக்காதவர்கள் 'சிகரெட் பிரேக்'களால் உற்பத்தி குறைவாக உள்ளனர்
- புகைபிடித்தல் உடல்நல விளைவுகளில் தாக்கத்தை ஏற்படுத்துகிறது, புகைப்பிடிப்பவர்கள் நோய்வாய்ப்பட்ட இலைகளை அதிகமாகக் கேட்பார்கள்
- புகைப்பிடிப்பவர்களுக்கு எதிராக அமைப்பு பாகுபாடு காட்டுகிறது; மற்றும் பிற காரணங்கள்.

சராசரியாக, மேற்கத்திய நாடுகளில் புகைபிடிக்காதவர்களை விட புகைப்பிடிப்பவர்கள் குறைவான கல்வியறிவு பெற்றுள்ளனர், இதனால் கல்வியானது புகைபிடிப்புடன் எதிர்மறையாக தொடர்புபடுத்துகிறது.

கணக்கில் எடுத்துக்கொள்ளப்பட்ட இரண்டு விவரக்குறிப்புகள்:

$$\text{கல்வியைத் தவிர்ப்பது: ஓய் } \hat{\gamma}_1 = -0.176F_i \text{ எஃப் } s_{\hat{\beta}_1} = 0.021$$

$$\text{கல்வி உட்பட: ஓய் } \hat{\gamma}_1 = -0.080F_i + 0.070ED_i \text{ எஃப் } s_{\hat{\beta}_1} = 0.021$$

$$s_{\hat{\beta}_2} = 0.004$$

பின்னடைவில் இருந்து கல்வியை விலக்குவது புகைபிடித்தல் ஏற்படுத்தக்கூடிய தாக்கத்தை மிகைப்படுத்தி மதிப்பிடுவதற்கு வழிவகுக்கிறது.

#### உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சரிபார்க்கவும்

1. விவரக்குறிப்பு பகுப்பாய்வின் அடிப்படைக் கருத்தை விளக்குங்கள்.
2. தொடர்புடைய மாறியின் புறக்கணிப்பை வரையறுக்கவும்.
3. பொருத்தமற்ற மாறியைச் சேர்ப்பதை விளக்கவும்.
4. விவரக்குறிப்பு பிழைகளின் சோதனையை விரிவாகக் கூறுங்கள்.
5. அளவீட்டின் பிழை மூலம் நீங்கள் என்ன புரிந்துகொள்கிறீர்கள்?

#### குறிப்பு

## 6.6 உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சரிபார்க்கும் கேள்விகளின் பதில்கள்

### குறிப்பு

1. பொருளாதார அளவீட்டில், ஒரு நேரத்தில் ஒரு விவரக்குறிப்பின் செல்லுபடியை சரிபார்க்க விவரக்குறிப்பு சோதனைகள் முக்கிய பங்கு வகிக்கின்றன. இந்த சோதனைகளில் பெரும்பாலானவை மற்ற தவறான விவரக்குறிப்புகள் முன்னிலையில் பொதுவாக வலுவானவை அல்ல என்று கூறப்படுகிறது. இந்த சோதனைகள் தடைசெய்யப்பட்ட மாதிரியின் மதிப்பீடுகள் மட்டுமே தேவைப்படும் பொதுவான மாதிரியின் செல்லுபடியை (அல்லது செல்லாத தன்மையை) 'உறுதிப்படுத்தும்'.
2. மாதிரியை எளிமையாக வைத்திருக்க, ஆய்வாளர் சில விளக்க மாறிகளை நீக்கலாம். இத்தகைய முடிவுகளுக்குப் பின்னால் பல காரணங்கள் இருக்கலாம், எ.கா., சுவை, புத்திசாலித்தனம் போன்ற மாறிகளைக் கணக்கிடுவது கடினமாக இருக்கலாம். சில நேரங்களில், வருமானம் போன்ற மாறிகளில் சரியான அவதானிப்புகளை எடுப்பது கடினமாக இருக்கலாம்.
3. சில மாறிகள் மாதிரியின் விளக்க சக்திக்கு மிகக் குறைவாகவே பங்களிக்கக்கூடும். இது சுதந்திரத்தின் அளவைக் குறைக்கும் ( $n - k$ ), இதன் விளைவாக, வரையப்பட்ட அனுமானத்தின் செல்லுபடியாகும் தன்மை கேள்விக்குரியதாக இருக்கலாம். எடுத்துக்காட்டாக, நிர்ணய குணகத்தின் மதிப்பு அதிகரிக்கும், இது மாதிரி சிறப்பாக வருவதைக் குறிக்கிறது, இது உண்மையில் உண்மையாக இருக்காது.
4. ஒரு நேரியல் பின்னடைவு மாதிரியில், மாதிரி விவரக்குறிப்பு செயல்முறைக்கு மூன்று முக்கிய முடிவுகள் தேவைப்படுகின்றன:
  - சுயாதீன மாறிகளின் தேர்வு,
  - மாறிகளை விலக்குதல்,
  - செயல்பாட்டு படிவத்தைத் தேர்ந்தெடுப்பது.
5. என்ற அனுமானம் இதுவரை இருந்து வந்தது  $Y$  மற்றும்  $X_i$  அளவீட்டு பிழைகள் இல்லாமல் துல்லியமாக இருக்கும். சில நேரங்களில் அளவீட்டு பிழைகளுடன் தரவு இருக்கும் என்பதை நினைவில் கொள்ள வேண்டும். பரிசீலனையில் உள்ள மாறிக்கான தரவு கிடைப்பதில் பற்றாக்குறை இருக்கும் நேரங்களும் இருக்கலாம்.

## 6.7 தொகுப்பு

- பொருளாதார அளவீட்டில், ஒரு நேரத்தில் ஒரு விவரக்குறிப்பின் செல்லுபடியை சரிபார்க்க விவரக்குறிப்பு சோதனைகள் முக்கிய பங்கு வகிக்கின்றன. இந்த சோதனைகளில் பெரும்பாலானவை மற்ற தவறான விவரக்குறிப்புகள் முன்னிலையில் பொதுவாக வலுவானவை அல்ல என்று கூறப்படுகிறது. இந்த சோதனைகள் தடைசெய்யப்பட்ட மாதிரியின் மதிப்பீடுகள் மட்டுமே தேவைப்படும் பொதுவான மாதிரியின் செல்லுபடியை (அல்லது செல்லாத தன்மையை) 'உறுதிப்படுத்தும்'.
- மாதிரி விவரக்குறிப்பு என்பது ஒரு புள்ளிவிவர மாதிரியை உருவாக்கும் செயல்முறையின் ஒரு பகுதியாகும்: விவரக்குறிப்பு என்பது மாதிரிக்கு பொருத்தமான செயல்பாட்டு படிவத்தைத்

## குறிப்பு

- தேர்ந்தெடுப்பது மற்றும் எந்த மாறிகளை சேர்க்க வேண்டும் என்பதைத் தேர்ந்தெடுப்பது.
- செயல்பாட்டு வடிவம் அல்லது சுயாதீன மாறிகளின் தேர்வு உண்மையான தரவு உருவாக்கும் செயல்முறையின் தொடர்புடைய அம்சங்களை மோசமாக பிரதிநிதித்துவப்படுத்தும் போது விவரக்குறிப்பு பிழை ஏற்படுகிறது. குறிப்பாக, சார்பு (மதிப்பிடப்பட்ட அளவுருவின் வேறுபாட்டின் எதிர்பார்க்கப்படும் மதிப்பு மற்றும் உண்மையான அடிப்படை மதிப்பு) ஒரு சுயாதீன மாறியானது அடிப்படை செயல்பாட்டில் உள்ளார்ந்த பிழைகளுடன் தொடர்புபடுத்தப்பட்டால் ஏற்படுகிறது.
  - டர்பின்-வு-ஹவுஸ்மேன் சோதனை (ஹவுஸ்மேன் விவரக்குறிப்பு சோதனை என்றும் அழைக்கப்படுகிறது) என்பது ஜேம்ஸ் டர்பின், டெ-மின் வு மற்றும் ஜெர்ரி A. ஹவுஸ்மேன் ஆகியோரின் பெயரிடப்பட்ட பொருளாதாரக் கணிதத்தில் ஒரு புள்ளியியல் கருதுகோள் சோதனை ஆகும். ஏற்கனவே சீரானதாக அறியப்பட்ட மாற்று திறனுள்ள மதிப்பீட்டாளருடன் ஒப்பிடும்போது, மதிப்பீட்டாளரின் நிலைத்தன்மையை சோதனை மதிப்பிடுகிறது. ஒரு புள்ளிவிவர மாதிரியானது தரவுகளுடன் ஒத்துப்போகிறதா என்பதை மதிப்பிடுவதற்கு இது உதவுகிறது.
  - ராம்சே பின்னடைவு சமன்பாடு விவரக்குறிப்பு பிழை சோதனை (RESET) சோதனையானது நேரியல் பின்னடைவு மாதிரிக்கான பொதுவான விவரக்குறிப்பு சோதனை ஆகும். மேலும் குறிப்பாக, பொருத்தப்பட்ட மதிப்புகளின் நேரியல் அல்லாத சேர்க்கைகள் பதில் மாறியை விளக்க உதவுகின்றனவா என்பதை இது சோதிக்கிறது.
  - மாதிரிகளை ஒப்பிடுவதற்கான பொதுவான அளவுகோல்கள் பின்வருவனவற்றை உள்ளடக்குகின்றன:  $R_2$ , பேய்ஸ் காரணி மற்றும் நிகழ்தகவு-விகித சோதனை மற்றும் அதன் பொதுமைப்படுத்தல் ஒப்பீட்டு சாத்தியக்கூறுகள். இந்த தலைப்பைப் பற்றி மேலும் அறிய, புள்ளிவிவர மாதிரித் தேர்வைப் பார்க்கவும்.
  - மாதிரியை எளிமையாக வைத்திருக்க, ஆய்வாளர் சில விளக்க மாறிகளை நீக்கலாம். இத்தகைய முடிவுகளுக்குப் பின்னால் பல காரணங்கள் இருக்கலாம், எ.கா., சுவை, புத்திசாலித்தனம் போன்ற மாறிகளைக் கணக்கிடுவது கடினமாக இருக்கலாம். சில நேரங்களில், வருமானம் போன்ற மாறிகளில் சரியான அவதானிப்புகளை எடுப்பது கடினமாக இருக்கலாம்.
  - சில மாறிகள் மாதிரியின் விளக்க சக்திக்கு மிகக் குறைவாகவே பங்களிக்கக்கூடும். இது சுதந்திரத்தின் அளவைக் குறைக்கும் ( $n - k$ ), இதன் விளைவாக, வரையப்பட்ட அனுமானத்தின் செல்லுபடியாகும் தன்மை கேள்விக்குரியதாக இருக்கலாம்.
  - ஒரு நேரியல் பின்னடைவு மாதிரியில், மாதிரி விவரக்குறிப்பு செயல்முறைக்கு மூன்று முக்கிய முடிவுகள் தேவைப்படுகின்றன:
    - சுயாதீன மாறிகளின் தேர்வு,
    - மாறிகளை விலக்குதல்,
    - செயல்பாட்டு படிவத்தைத் தேர்ந்தெடுப்பது.
  - என்ற அனுமானம் இதுவரை இருந்து வந்தது Y மற்றும் X பிழைகள் இல்லாமல் உள்ளன. அளவீடு மற்றும் எனவே துல்லியமானது. சில நேரங்களில் அளவீட்டு பிழைகளுடன் தரவு இருக்கும் என்பதை நினைவில் கொள்ள வேண்டும். பரிசீலனையில் உள்ள மாறிக்கான தரவு கிடைப்பதில் பற்றாக்குறை இருக்கும் நேரங்களும் இருக்கலாம்.

## குறிப்பு

### 6.8 முக்கிய வார்த்தைகள்

- **விவரக்குறிப்பு சோதனைகள்:** பொருளாதார அளவீட்டில், ஒரு நேரத்தில் ஒரு விவரக்குறிப்பின் செல்லுபடியை சரிபார்க்க விவரக்குறிப்பு சோதனைகள் முக்கிய பங்கு வகிக்கின்றன. இந்த சோதனைகளில் பெரும்பாலானவை மற்ற தவறான விவரக்குறிப்புகள் முன்னிலையில் பொதுவாக வலுவானவை அல்ல என்று கூறப்படுகிறது.
- **தொடர்புடைய மாறியின் புறக்கணிப்பு:** மாதிரியை எளிமையாக வைத்திருக்க, ஆய்வாளர் சில விளக்க மாறிகளை நீக்கலாம். இத்தகைய முடிவுகளுக்குப் பின்னால் பல காரணங்கள் இருக்கலாம், எ.கா., சுவை, புத்திசாலித்தனம் போன்ற மாறிகளைக் கணக்கிடுவது கடினமாக இருக்கலாம்.
- **பொருத்தமற்ற மாறியைச் சேர்த்தல்:** சில மாறிகள் மாதிரியின் விளக்க சக்திக்கு மிகக் குறைவாகவே பங்களிக்கக்கூடும். இது சுதந்திரத்தின் அளவைக் குறைக்கும் ( $n - k$ ), இதன் விளைவாக, வரையப்பட்ட அனுமானத்தின் செல்லுபடியாகும் தன்மை கேள்விக்குரியதாக இருக்கலாம்.
- **அளவீட்டில் பிழை:** என்ற அனுமானம் இதுவரை இருந்து வந்தது Y மற்றும் X அளவீட்டு பிழைகள் இல்லாமல் துல்லியமாக இருக்கும். சில நேரங்களில் அளவீட்டு பிழைகளுடன் தரவு இருக்கும் என்பதை நினைவில் கொள்ள வேண்டும்.

### 6.9 சுய மதிப்பீட்டு கேள்விகள் மற்றும் பயிற்சிகள்

#### குறுகிய பதில் கேள்விகள்

1. விவரக்குறிப்பு பகுப்பாய்வின் அடிப்படைக் கருத்தை வரையறுக்கவும்.
2. தொடர்புடைய மாறியின் விடுபட்டதை விளக்கவும்.
3. பொருத்தமற்ற மாறியைச் சேர்ப்பதை விளக்கவும்.
4. விவரக்குறிப்பு பிழைகளின் சோதனை மூலம் நீங்கள் என்ன புரிந்துகொள்கிறீர்கள்?
5. அளவீட்டு பிழையை விவரிக்கவும்.

#### நீண்ட பதில் கேள்விகள்

1. விவரக்குறிப்பு பகுப்பாய்வின் அடிப்படைக் கருத்தை சுருக்கமாக விவாதிக்கவும். பொருத்தமான உதாரணங்களைக் கொடுங்கள்.
2. தொடர்புடைய மாறியின் விடுபட்டதை விளக்கவும். இதற்கு OLS மதிப்பீட்டாளர்களின் பண்புகளை எழுதவும்.
3. உதாரணங்களின் உதவியுடன் பொருத்தமற்ற மாறியைச் சேர்ப்பதை விவரிக்கவும். இதற்கு OLS மதிப்பீட்டாளர்களின் பண்புகளைக் கொடுங்கள்.
4. விவரக்குறிப்பு பிழைகளின் சோதனையை பகுப்பாய்வு செய்யுங்கள்.
5. அளவீட்டு பிழையை வரையறுக்கவும்.

---

## 6.10 மேலும் படிக்க

---

Johnston, J. and John DiNARDO. 1997. *Econometric Methods*, Fourth Edition. New Delhi: Tata McGraw-Hill.

Koutsoyiannis, A. I 1977. *Theory of Econometrics*, Second Edition. London: The Macmillan Press Ltd.

Ozdemir, Durmu, 2016. *Applied Statistics for Economics and Business*, Second Edition. Izmir (Turkey): Springer.

Maddala, G.S. 1992. *Introduction to Econometrics*, Second Edition. New York: Macmillan Publishing Company.

Pindyck, R. S and D. L. Rubinfeld. 1998. *Econometric Models and Economic Forecasts*, Fourth Edition. New York: McGraw Hill.

Goldberger, A. S. 1998. *Introductory Econometrics*. Cambridge: Harvard University Press.

Levirie, David M., Timothy C. Krehbiei, Mark L Berenson and P. K. Viswanathan. 2009. *Business Statist.*, Fifth Edition. New Delhi: Pearson Education.

Webster, Allen L. 1998. *Applied Statistics for Business and Economics*, Third Edition. New Delhi: Tata McGraw-Hill.

பொருளாதார அளவை  
முறைகள்

குறிப்பு

*Self-Instructional  
Material*

குறிப்பு

அலகு 7

பேனல் டேட்டா மாடல்கள்

கட்டமைப்பு

- 7.0 முன்னுரை
- 7.1 நோக்கங்கள்
- 7.2 பேனல் தரவு மாதிரிகள்
  - 7.2.1 பேனல் தரவு மதிப்பீட்டின் நன்மைகள்
  - 7.2.2 சமச்சீர் மற்றும் சமநிலையற்ற குழு
- 7.3 பேனல் தரவு பின்னடைவு மாதிரிகளின் மதிப்பீடு
  - 7.3.1 நிலையான விளைவு மதிப்பீட்டு அணுகுமுறை
  - 7.3.2 ரேண்டம் எஃபெக்ட் மாடல்
  - 7.3.3 நிலையான விளைவுகள் (FE) மற்றும் ரேண்டம் எஃபெக்ட்ஸ் (RE) மாதிரிகளைத் தேர்ந்தெடுப்பது
- 7.4 ஹவுஸ்மேன் டெஸ்ட்
- 7.5 உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சரிபார்க்கும் கேள்விகளின் பதில்கள்
- 7.6 சுருக்கத் தொகுப்பு
- 7.7 முக்கிய வார்த்தைகள்
- 7.8 சுய மதிப்பீட்டு கேள்விகள் மற்றும் பயிற்சிகள்
- 7.9 மேலும் படிக்க

7.0 அறிமுகம்

பொருளாதார அளவீடுகளில், பேனல் தரவு மற்றும் நீளமான தரவு இரண்டும் காலப்போக்கில் அளவீடுகளை உள்ளடக்கிய பல பரிமாண தரவுகளாகும். பேனல் தரவு என்பது நீளமான தரவுகளின் துணைக்குழு ஆகும், அங்கு ஒவ்வொரு முறையும் ஒரே பாடங்களுக்கு அவதானிப்புகள் இருக்கும்.

நேரத் தொடர் மற்றும் குறுக்குவெட்டுத் தரவை ஒரு பரிமாணத்தில் மட்டுமே இருக்கும் பேனல் தரவின் சிறப்பு நிகழ்வுகளாகக் கருதலாம் (முன்னவருக்கு ஒரு குழு உறுப்பினர் அல்லது தனிநபர், பிந்தையதற்கு ஒரு நேரப் புள்ளி). பேனல் தரவைப் பயன்படுத்தும் ஒரு ஆய்வு நீளமான ஆய்வு அல்லது குழு ஆய்வு எனப்படும்.

சமநிலை பேனல் என்பது ஒவ்வொரு குழு உறுப்பினரும் (அதாவது நபர்) ஒவ்வொரு ஆண்டும் கண்காணிக்கப்படும் தரவுத்தொகுப்பாகும். இதன் விளைவாக, சமச்சீர் பேனலில்  $N$  குழு உறுப்பினர்கள் இருந்தால் மற்றும்  $T$  காலங்கள், அவதானிப்புகளின் எண்ணிக்கை ( $n$ ) தரவுத்தொகுப்பில் அவசியம் உள்ளது  $n = N \times T$ . சமநிலையற்ற பேனல் என்பது ஒவ்வொரு காலகட்டத்திலும் குறைந்தபட்சம் ஒரு குழு உறுப்பினர் கவனிக்கப்படாத தரவுத்தொகுப்பாகும். எனவே, சமநிலையற்ற குழு இருந்தால்  $N$ ன் குழு உறுப்பினர்கள் மற்றும்  $T$  காலங்கள், பின்னர் அவதானிப்புகளின் எண்ணிக்கையில் பின்வரும் கடுமையான சமத்துவமின்மை உள்ளது ( $n$ ) தரவுத்தொகுப்பில்:  $n < N \times T$ .



## குறிப்பு

குழு (தரவு) பகுப்பாய்வு என்பது இரு பரிமாண (பொதுவாக குறுக்குவெட்டு மற்றும் நீளமான) பேனல் தரவை பகுப்பாய்வு செய்ய சமூக அறிவியல், தொற்றுநோயியல் மற்றும் பொருளாதாரவியல் ஆகியவற்றில் பரவலாகப் பயன்படுத்தப்படும் ஒரு புள்ளிவிவர முறையாகும். தரவு பொதுவாக காலப்போக்கில் மற்றும் அதே நபர்களிடம் சேகரிக்கப்பட்டு பின்னர் இந்த இரண்டு பரிமாணங்களின் மீது ஒரு பின்னடைவு இயக்கப்படுகிறது. பல பரிமாண பகுப்பாய்வு என்பது ஒரு பொருளாதார அளவீட்டு முறையாகும், இதில் தரவு இரண்டு பரிமாணங்களுக்கு மேல் சேகரிக்கப்படுகிறது (பொதுவாக, நேரம், தனிநபர்கள் மற்றும் சில மூன்றாம் பரிமாணம்).

காலப்போக்கில் மாறுபடாத தனிநபர்களின் தனித்துவமான பண்புக்கூறுகள் உள்ளன. அதாவது, கொடுக்கப்பட்ட தனிநபருக்கான தனித்துவமான பண்புக்கூறுகள்  $i$  மற்றும்  $t$  மாறாத. இந்த பண்புக்கூறுகள் தனிப்பட்ட சார்பு மாறிகள்  $y_i$  உடன் தொடர்புடையதாக இருக்கலாம் அல்லது இல்லாமல் இருக்கலாம். சீரற்ற விளைவுகளுக்குப் பதிலாக நிலையான விளைவுகள் தேவையா என்பதைச் சோதிக்க, டர்பின்-வு-ஹவுஸ்மேன் சோதனையைப் பயன்படுத்தலாம்.

தனிப்பட்ட பின்னடைவுகளுடன் தொடர்புபடுத்தாத தனிநபர்களின் தனித்துவமான, நேர நிலையான பண்புக்கூறுகள் உள்ளன. பூல் செய்யப்பட்ட OLS {தெளிவுபடுத்துகூல் செய்யப்பட்ட OLS என்றால் என்ன? |தேதி= ஜூன் 2021}}, நேர நிலையான பண்புக்கூறுகள் இருக்கும்போது கூட, அளவுருக்களின் பக்கச்சார்பற்ற மற்றும் நிலையான மதிப்பீடுகளைப் பெறுவதற்குப் பயன்படுத்தப்படலாம், ஆனால் சீரற்ற விளைவுகள் மிகவும் திறமையானதாக இருக்கும். நிலையான விளைவுகள் என்பது ஒரு சாத்தியமான பொதுமைப்படுத்தப்பட்ட குறைந்தபட்ச சதுரங்கள் நுட்பமாகும், இது நேரநிலை பண்புக்கூறுகள் இருக்கும் போது பூல் செய்யப்பட்ட OLS ஐ விட அறிகுறியில்லாமல் அதிக செயல்திறன் கொண்டது. ரேண்டம் எஃபெக்ட்ஸ், கவனிக்கப்படாத நேர நிலையான பண்புக்கூறுகளால் தூண்டப்படும் தொடர் தொடர்புகளை சரிசெய்கிறது.

இந்த யூனிட்டில், பேனல் தரவு மாதிரிகள், மதிப்பிடும் முறைகள், நிலையான விளைவுகள் மாதிரி மற்றும் சீரற்ற விளைவுகள் மாதிரி பற்றி நீங்கள் படிப்பீர்கள்.

### 7.1 நோக்கங்கள்

இந்த அலகுக்குச் சென்ற பிறகு, உங்களால் முடியும்:

- பேனல் தரவு மாதிரிகளை விவரிக்கவும்
- மதிப்பிடும் முறைகளை விளக்குங்கள்
- நிலையான விளைவு மாதிரியை வரையறுக்கவும்
- சீரற்ற விளைவுகள் மாதிரியை பகுப்பாய்வு செய்யுங்கள்

### 7.2 பேனல் தரவு மாதிரிகள்

பொருளாதார அளவீடுகள் பல்வேறு தரவுத் தொகுப்பில் நடத்தப்படலாம். நேரத் தொடர், குறுக்குவெட்டு மற்றும் பேனல் தரவு மதிப்பீடு போன்ற அனுபவப் பகுப்பாய்விற்கு மூன்று வகையான தரவுகள் பொதுவாகக் கிடைக்கின்றன. நேரத் தொடரில், ஒன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட

## குறிப்பு

மாறிகளின் மதிப்பு ஒரு குறிப்பிட்ட காலத்திற்கு (GDP பல ஆண்டுகளாக) கவனிக்கப்படுகிறது. குறுக்குவெட்டில் தரவு சேகரிக்கப்படும் ஒன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட மாறிகள் ஒரே நேரத்தில் பல்வேறு மாதிரி அலகுகளுக்கு சேகரிக்கப்படுகின்றன (இந்தியாவின் 29 மாநிலங்களுக்கு ஒரு குறிப்பிட்ட வருடத்திற்கு ஒரு வீட்டிற்கு பெண் குழந்தைகளின் எண்ணிக்கை). பேனல் தரவு மதிப்பீட்டில் அதே குறுக்குவெட்டு அலகு குறிப்பிட்ட காலப்பகுதியில் கைப்பற்றப்படுகிறது. பேனல் தரவுகளுக்கு இடமும் நேர பரிமாணமும் உள்ளது என்று கூறலாம். பேனல் தரவை தொகுக்கப்பட்ட தரவு (நேரத் தொடர் மற்றும் குறுக்குவெட்டு தரவு புள்ளிகளைப் பயன்படுத்தி உருவாக்கப்பட்டது), நீளமான தரவு மற்றும் நிகழ்வு வரலாற்று பகுப்பாய்வு என்றும் குறிப்பிடலாம். குழு தரவு ஒரே குறுக்கு வெட்டு அவதானிப்புகளின் காலப்பகுதியில் தொடர்ச்சியான அவதானிப்புகளைக் கொண்டுள்ளது. இந்த அவதானிப்புகள் தனிநபர்கள், நிறுவனங்கள், பள்ளிகள், நகரங்கள் அல்லது காலப்போக்கில் ஆய்வு செய்யக்கூடிய அவதானிப்புகளின் தொகுப்பாக இருக்கலாம். பேனல் தரவுத் தொகுப்புகளில் உள்ள வளமான ஆதாரங்களைக் கண்டறிந்து அவற்றைப் பயன்படுத்த சிறப்பு பொருளாதார முறைகள் திட்டமிடப்பட்டுள்ளன. பேனல் தரவின் முக்கிய அம்சம் நேர பரிமாணம் அவதானிப்புகள், மல்டிகோலினியரிட்டி மற்றும் டைனமிக் விளைவுகளின் சிக்கல்கள் கவனம் செலுத்தப்பட வேண்டும். கூடுதல், குறுக்குவெட்டுத் தரவுகளிலிருந்து வேறுபட்டது, குழு தரவுத் தொகுப்புகள் அலகுகள் முழுவதும் முறையான, கவனிக்கப்படாத வேறுபாடுகள் இருப்பதை அனுமதிக்கின்றன.

### 7.2.1 பேனல் தரவு மதிப்பீட்டின் நன்மைகள்

1. பேனல் தரவு தனிப்பட்ட-குறிப்பிட்ட பன்முகத்தன்மையின் திட்டவட்டமான விளக்கத்தை எடுக்கலாம் (இங்கு "தனி" என்பது நிறுவனங்கள், நகரங்கள், நாடு போன்ற மைக்ரோ யூனிட்களுடன் தொடர்புடையது).
2. இரண்டு பரிமாணங்களில் தரவை இணைப்பதன் மூலம் பேனல் தரவு அதிக தரவு மாறுபாட்டை அளிக்கிறது, மல்டிகோலினரிட்டியை குறைக்கிறது மற்றும் அதிக அளவு சுதந்திரத்தை அனுமதிக்கிறது.
3. பேனல் தரவு புரிந்துகொள்வதற்கான குறுக்கு வெட்டு தரவுகளுடன் ஒப்பிடுகையில் நன்கு பொருத்தப்பட்டுள்ளது மாற்றத்தின் இயக்கவியல். உதாரணமாக, புரிந்து கொள்ள இது மிகவும் பொருத்தமானது பரிணாமம் நடத்தை - எடுத்துக்காட்டாக, நிறுவனம் தோல்வி அல்லது இணைப்பு மற்றும் கையகப்படுத்துதல் மூலம் வளர்ச்சி.
4. பேனல் தரவு என்பது மாதிரியின் விளைவுகளைக் கண்டறிவதற்கும் அளவிடுவதற்கும் குறுக்கு வெட்டு அல்லது நேரத் தொடர் தரவை மேம்படுத்துவதாகும்.
5. குழு தரவு மிகவும் சிக்கலான நடத்தை மாதிரிகள் ஆய்வு செயல்படுத்துகிறது. எடுத்துக்காட்டாக, புதுமைகளின் விளைவுகள் அல்லது வணிகச் சுழற்சிகள்.
6. குழு தரவு திரட்டுதல் சார்பு விளைவுகளை குறைக்கிறது மற்றும் தனிப்பட்ட மற்றும் குழு விளைவுகளுக்கு இடையே உள்ள வேறுபாட்டை தெளிவாக அடையாளம் காட்டுகிறது.

## குறிப்பு

### 7.2.2 சமச்சீர் மற்றும் சமநிலையற்ற குழு

ஒவ்வொரு குறுக்குவெட்டு அலகுக்கும் ஒரே எண்ணிக்கையிலான நேரத் தொடர் கண்காணிப்புகள் இருந்தால், அத்தகைய குழு (தரவு) சமநிலையான குழு எனப்படும். பேனல் அலகுகளுக்கு இடையே அவதானிப்புகளின் எண்ணிக்கை வேறுபட்டால் அல்லது வெவ்வேறு நேரத் தொடர் கண்காணிப்புகளைக் கொண்டிருந்தால், அத்தகைய குழு சமநிலையற்ற குழு எனப்படும்.

மாறி  $y$  இல் சமநிலை பேனல் தரவு அவதானிப்புகளின் அணி நான், என் குறுக்கு வெட்டு அவதானிப்புகள், டி நேர தொடர் அவதானிப்புகள்.

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{21} & \cdots & Y_{i1} & \cdots & Y_{N1} \\ Y_{12} & Y_{22} & \cdots & Y_{i2} & \cdots & Y_{N2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{1t} & Y_{2t} & \cdots & Y_{it} & \cdots & Y_{Nt} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{1T} & Y_{2T} & \cdots & Y_{iT} & \cdots & Y_{NT} \end{bmatrix}$$

### பேனல் தரவு: நன்கு அறியப்பட்ட எடுத்துக்காட்டு

மேடை அமைக்க, ஒரு உறுதியான உதாரணம் கீழே விவாதிக்கப்படுகிறது. Y. Grunfeld முன்மொழியப்பட்ட முதலீட்டுக் கோட்பாட்டின் புகழ்பெற்ற ஆய்வில் இருந்து எடுக்கப்பட்ட மாதிரியைக் கவனியுங்கள்.

உண்மையான மொத்த முதலீடு ( $Y$ ) நிறுவனத்தின் உண்மையான மதிப்பு ( $X_2$ ) மற்றும் உண்மையான மூலதனப் பங்கு ( $X_3$ ) ஆகியவற்றை எவ்வாறு சார்ந்துள்ளது என்பதை கிரன்ஃபீல்ட் ஆய்வு செய்தார்? இருப்பினும், அசல் ஆய்வு எளிமைக்காக பல நிறுவனங்களை உள்ளடக்கியது, ஜெனரல் எலக்ட்ரிக் (ஜிஇ), ஜெனரல் மோட்டார் (ஜிஎம்), யுஎஸ் ஸ்டீல் (யுஎஸ்) மற்றும் வெஸ்டிங்ஹவுஸ் ஆகிய நான்கு நிறுவனங்களின் தரவு ஆய்வு செய்யப்பட்டது. 1935-1954 காலகட்டத்தில் மேலே குறிப்பிட்டுள்ள மூன்று மாறிகள் பற்றிய ஒவ்வொரு நிறுவனத்திற்கும் தரவுகள் உள்ளன. எனவே, நான்கு குறுக்குவெட்டு மாறிகள் மற்றும் 20 காலங்கள் உள்ளன. மொத்தத்தில், எங்களிடம் 80 அவதானிப்புகள் உள்ளன. கோட்பாட்டின்படி,  $Y$  ஆனது  $X_2$  மற்றும்  $X_3$  உடன் நேர்மறையாக தொடர்புடையதாக இருக்கும் என எதிர்பார்க்கப்படுகிறது. நிலையான முறையில் நாம் நான்கு நேர தொடர் பின்னடைவுகளை இயக்கலாம், ஒவ்வொரு நிறுவனத்திற்கும் ஒன்று அல்லது 20 குறுக்குவெட்டு பின்னடைவுகளை இயக்கலாம், ஒவ்வொரு ஆண்டும் ஒன்று, சுதந்திரத்தின் அளவுகளில் சிக்கல்களை ஏற்படுத்தலாம்.

அனைத்து 80 அவதானிப்புகளையும் ஒருங்கிணைத்தல் அல்லது இணைத்தல், கிரன்ஃபீல்ட் முதலீட்டுச் செயல்பாட்டை இவ்வாறு எழுதலாம்:

Pooling, or combining, all the 80 observations, the Grunfeld investment function can be written as:

$$\begin{aligned} Y_{it} &= \beta_1 + \beta_2 X_{2it} + \beta_3 X_{3it} + u_{it} \\ i &= 1, 2, 3, 4 \\ t &= 1, 2, \dots, 20 \end{aligned} \quad (7.1)$$

## குறிப்பு

எங்கே  $i$  பிரதிபலிக்கிறது  $i$  -வது குறுக்கு வெட்டு அலகு மற்றும்  $t$  பிரதிபலிக்கிறது  $t$  - வது காலம். மாநாட்டாக, விடுங்கள்  $i$  குறுக்கு வெட்டு அடையாளங்காட்டியைக் குறிக்கவும் மற்றும்  $t$  நேர அடையாளங்காட்டி.

### 7.3 பேனல் டேட்டா ரெக்ரெஷன் மாடல்களின் மதிப்பீடு

பேனல் தரவு மாதிரிகளை நிலையான விளைவு மற்றும் சீரற்ற விளைவைப் பயன்படுத்தி மதிப்பிடலாம்.

#### 7.3.1 நிலையான விளைவு மதிப்பீட்டு அணுகுமுறை

நிலையான விளைவுகள் தனிநபர்கள் முழுவதும் நிலையான மாறிகள் ஆய்வுகள். ஒரு நிலையான விளைவு மாதிரியில், கவனிக்கப்படாத மாறிகள் கவனிக்கப்பட்ட மாறிகளுடன் எந்த உறவையும் கொண்டிருக்க அனுமதிக்கப்படுகின்றன. நிலையான விளைவுகள் மாதிரிகள் நேர-மாறாத விளைவுகளுடன் நேர-மாறாத மாறிகளின் விளைவுகளைக் கட்டுப்படுத்துகின்றன அல்லது கட்டுப்படுத்துகின்றன.

நிலையான விளைவுகளின் மதிப்பீடுகள் இடைமறிப்பு, சாய்வு மற்றும் பிழை கால  $u$  ஆகியவற்றின் மீது செய்யப்பட்ட அனுமானங்களைப் பொறுத்தது.

பல மாதிரிகளுக்கான அனுமானங்கள் கீழே உள்ளன:

1. இடைமறிப்பு மற்றும் சாய்வு குணகங்கள் நேரம் மற்றும் இடம் முழுவதும் நிலையானது.
2. சாய்வு குணகங்கள் நிலையானவை, ஆனால் இடைமறிப்பு தனிநபர்கள் மீது மாறுபடும்.
3. சாய்வு குணகங்கள் நிலையானவை ஆனால் இடைமறிப்பு தனிநபர்கள் மற்றும் நேரத்தைப் பொறுத்து மாறுபடும்.
4. அனைத்து குணகங்களும் (இடைமறிப்பு மற்றும் சாய்வு குணகங்கள்) தனிநபர்களைப் பொறுத்து மாறுபடும்.

கிரன்ஃபீல்ட் முதலீட்டுக் கோட்பாட்டின் உதாரணத்தைப் பயன்படுத்தி விவாதம் நிலையான விளைவுக்கான ஒவ்வொரு சாத்தியத்தையும் கைப்பற்றும்:

A. அனைத்து குணகங்களும் சாய்வு மற்றும் நேரம் மற்றும் தனிநபர்கள் முழுவதும் நிலையான இடைமறிப்பு: எளிதான, அணுகுமுறையானது தொகுக்கப்பட்ட தரவின் இடம் மற்றும் நேர பரிமாணங்களை புறக்கணித்து வழக்கமான OLS பின்னடைவை வெறுமனே மதிப்பிடுவதாகும். அதாவது, ஒவ்வொரு நிறுவனத்திற்கும் 20 அவதானிப்புகளை ஒன்றன் மேல் ஒன்றாகக் குவித்து, மாதிரியில் உள்ள ஒவ்வொரு மாறிகளுக்கும் 80 அவதானிப்புகளை உருவாக்கவும். OLS முடிவுகள் பின்வருமாறு:

$$Y^{\wedge} = -63.3041 + 0.1101X_2 + 0.3034X_3$$

$$se = (29.6124) (0.0137) (0.0493)$$

$$t = (-2.1376) (8.0188) (6.1545)$$

$$R^2 = 0.7565$$

$$\text{Durbin-Watson} = 0.2187$$

$$N(\text{observations}) = 80$$

$$\text{Degrees of freedom} = 77$$

Y என்பது உண்மையான மொத்த முதலீடு, X<sub>2</sub> நிறுவனம் மற்றும் X<sub>3</sub> இன் உண்மையான மதிப்பு உண்மையான பங்கு மூலதனம்.

அனைத்து குணகங்களும் தனித்தனியாக புள்ளிவிவர ரீதியாக முக்கியத்துவம் வாய்ந்தவை என்பதை நாங்கள் கவனிக்கிறோம், சாய்வு குணகங்கள் மதிப்பிடப்பட்ட நேர்மறையான அறிகுறிகளையும் R<sup>2</sup> மதிப்பு உயர்ந்தது மற்றும் ஏற்றுக்கொள்ளத்தக்கது. எதிர்பார்த்தபடி, Y ஆனது X<sub>2</sub> மற்றும் X<sub>3</sub> உடன் நேர்மறையாக தொடர்புடையது. மதிப்பிடப்பட்ட டர்பின்-வாட்சன் புள்ளிவிவரமானது, நான்கு நிறுவனங்களுக்கும் ஒரே மாதிரியான இடைமறிப்பு மதிப்பு மற்றும் நான்கு நிறுவனங்களுக்கும் ஒரே மாதிரியான சாய்வு குணகங்கள் ஆகியவற்றைக் கருத்தில் கொண்டு, தன்னியக்கத் தொடர்பு அல்லது விவரக்குறிப்பு பிழையின் சிக்கலைப் பரிந்துரைக்கிறது. சமன்பாடு 7.2 இல் உள்ள பூல் செய்யப்பட்ட பின்னடைவு நான்கு நிறுவனங்களில் Y மற்றும் X களுக்கு இடையிலான உறவின் உண்மையான படத்தை மாற்றலாம். எனவே, நான்கு நிறுவனங்களின் குறிப்பிட்ட தன்மையை கணக்கில் எடுத்துக்கொள்வது முக்கியம்.

B. சாய்வு குணகங்கள் நிலையானது ஆனால் இடைமறிப்பு தனிநபர்கள் முழுவதும் மாறுபடும்: நிலையான விளைவுகள் அல்லது குறைந்த-சதுர போலி மாறி (LSDV) பின்னடைவு மாதிரி: ஒவ்வொரு குறுக்குவெட்டு அலகு "தனித்துவம்" கணக்கில் எடுத்துக்கொள்ள, அதாவது, இந்த எடுத்துக்காட்டில் உள்ள நிறுவனம் அனுமதிக்கும் ஒவ்வொரு நிறுவனத்திற்கும் இடைமறிப்பு மாறுபடும். இதைப் பார்க்க, மாதிரி சமன்பாடு 1 ஐ இவ்வாறு எழுதவும்:

$$Y_{it} = \beta_{1i} + \beta_2 X_{2it} + \beta_3 X_{3it} + u_{it}$$

நான்கு நிறுவனங்களின் குறுக்கீடுகள் வேறுபட்டிருக்கலாம் என்று பரிந்துரைக்க இடைமறிப்பு வார்த்தையின் சப்ஸ்கிரிப்ட் i ஐக் கவனியுங்கள்; மேலாண்மை அல்லது பணியாளர்களின் பணி நெறிமுறைகள் போன்ற ஒவ்வொரு நிறுவனத்தின் தனித்தன்மையின் காரணமாக வேறுபாடுகள் இருக்கலாம்.

மாநாடாக, மாதிரி (7.2) நிலையான விளைவுகள் (பின்னடைவு) மாதிரி (FEM) என அறியப்படுகிறது. "நிலையான விளைவுகள்" என்ற சொல், ஏனெனில், குறுக்கீடு தனிநபர்கள் (இங்கே நான்கு நிறுவனங்கள்) வேறுபடலாம் என்றாலும், ஒவ்வொரு நபரின் குறுக்கீடும் காலப்போக்கில் சரி செய்யப்படுகிறது; அதாவது, அது நேரம் மாறாதது. இடைமறிப்பை β ஆக எழுதுவதைக் கவனியுங்கள் β<sub>1i</sub> அது பரிந்துரைக்கும் ஒவ்வொரு நிறுவனம் அல்லது தனிநபரின் இடைமறிப்பு நேரம் மாறாதது. பின்னடைவுகளின் சாய்வு குணகங்கள் நேரம் அல்லது தனிநபரை சார்ந்து இல்லை என்பதை FEM மேற்கொள்கிறது என்பதை கவனத்தில் கொள்ளலாம்.

(நிலையான விளைவு) இடைமறிப்பு போலி மாறி நுட்பத்தின் மூலம் நிறுவனங்களுக்கு இடையில் மாறுபடும், குறிப்பாக வேறுபட்ட இடைமறிப்பு டம்மீஸ்.

எனவே, நாம் (சமன்பாடு 7.3) இவ்வாறு எழுதுகிறோம்:

இங்கே D<sub>2i</sub>=1 கவனிப்பு ஜெனரல் மோட்டார்ஸுக்கு சொந்தமானதாக இருந்தால், 0 இல்லையெனில்;

D<sub>3i</sub> = 1 கண்காணிப்பு US Steels உடையதாக இருந்தால், 0 இல்லையெனில்; மற்றும் t<sub>4i</sub> = 1 என்றால்

கவனிப்பு வெஸ்டிங்ஹவுஸுக்கு சொந்தமானது, இல்லையெனில் 0. மூன்று டம்மிகள் பயன்படுத்தப்பட வேண்டும்

## குறிப்பு

## குறிப்பு

போலி-மாறி பொறியில் (அதாவது, சரியான இணைவு நிலைமை) விழுவதைத் தவிர்க்க நான்கு நிறுவனங்களுக்கு. இங்கே, GE க்கு போலி இல்லை. எனவே,  $\alpha_1$  என்பது GE மற்றும்  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$  மற்றும்  $\alpha_4$  ஆகியவற்றின் குறுக்கீடுகளைக் குறிக்கிறது, இது GM, US மற்றும் WEST ஆகியவற்றின் இடைமறிப்புகள் GE இன் இடைமறிப்பிலிருந்து எவ்வளவு வேறுபடுகின்றன என்பதை விளக்குகிறது. அனைத்து நிறுவனங்களும் GE உடன் ஒப்பிடப்படுகின்றன. நிலையான விளைவுகளை மதிப்பிடுவதற்கு டம்மீஸ் பயன்படுத்தப்படுவதால், மாடல் லீஸ்ட்-ஸ்கொயர்ஸ் டம்மி வேரியபிள் (LSDV) மாதிரி என்றும் அழைக்கப்படுகிறது.

(சமன்பாடு 7.4) அடிப்படையில் முடிவுகள் பின்வருமாறு:

Therefore, we write (Equation 7.3) as:

$$Y_{it} = \alpha_1 + \alpha_2 D_{2it} + \alpha_3 D_{3it} + \alpha_4 D_{4it} + \beta_2 X_{2it} + \beta_3 X_{3it} + u_{it}$$

இந்த பின்னடைவை சமன்பாடு 7.1 உடன் ஒப்பிடுக. சமன்பாடு 7.5 இல் அனைத்து மதிப்பிடப்பட்டது

குணகங்கள் தனித்தனியாக மிகவும் குறிப்பிடத்தக்கவை சித்தரிக்கப்படுகின்றன  $t$  மதிப்புகள். நான்கு நிறுவனங்களின் இடைமறிப்பு மதிப்புகள் புள்ளிவிவர ரீதியாக வேறுபட்டவை; GEக்கு -245.7924, -84.220 (= -245.7924 + 161.5722) GM க்கு, 93.8774 (= -245.7924 + 339.6328) அமெரிக்காவிற்கும், மேற்கு நாடுகளுக்கு -59.2258 (= -245.7924 + 186.5666). இடைமறிப்புகளில் உள்ள இந்த வேறுபாடுகள் ஒவ்வொரு நிறுவனத்தின் குறிப்பிட்ட குணாதிசயங்களையும் பணியாளர் திறமை அல்லது நிர்வாக திறமையாக பிரதிபலிக்கின்றன.

மதிப்பிடப்பட்ட குணகங்களின் புள்ளியியல் முக்கியத்துவத்தின் மூலம்,  $R^2$  மதிப்பு மற்றும் டர்பின் வாட்சன் மதிப்பு அதிகமாக உள்ளது, சமன்பாடு 7.2 உடன் ஒப்பிடுகையில் சமன்பாடு 7.5 மாதிரியானது சமன்பாடு 1 இல் குறிப்பிடப்பட்டுள்ள மாதிரி குறிப்பிடப்படவில்லை என்று பரிந்துரைக்கிறது.

## நேர விளைவை பகுப்பாய்வு செய்தல்

டம்மிவேரியபிள்கள் தனிப்பட்ட (நிறுவனம்) விளைவைக் கணக்கிடப் பயன்படுத்தப்படுகின்றன, அதேபோன்று க்ரன்ஃபீல்ட் முதலீடு என்ற பொருளில் டைம் எஃபெக்ட்டுக்காக டம்மி அறிமுகப்படுத்தப்படலாம். தொழில்நுட்ப முன்னேற்றம், நிதிக் கொள்கைகள் அல்லது வேறு ஏதேனும் வெளிப்புறக் காரணிகள் போன்ற காரணங்களால் காலப்போக்கில் செயல்பாடு மாறுகிறது. ஒவ்வொரு வருடத்திற்கும் ஒன்று, டைம் டம்மிகளை அறிமுகப்படுத்தினால், மாதிரியின் நேர விளைவுகளை எளிதாகக் கணக்கிட முடியும். ஆய்வில் உள்ள தரவு 20 ஆண்டுகளாகக் கிடைத்ததால், 1935 முதல் 195419 வரை டம்மிகளை அறிமுகப்படுத்தலாம் மற்றும் மாதிரியை இவ்வாறு வெளிப்படுத்தலாம்:

$$Y_{it} = \lambda_0 + \lambda_1 D_{um35} + \lambda_2 D_{um36} + \dots + \lambda_9 D_{um53} + \beta_2 X_{2it} + \beta_3 X_{3it} + u_{it}$$

c. நிலையான சாய்வு குணகங்கள் மற்றும் இடைமறிப்பு ஆகியவை தனிநபர்கள் மற்றும் நேரத்தைப் பொறுத்து மாறுபடும்: ஒரே மாதிரியான சமன்பாடுகள் 7.5 மற்றும் 7.6 ஆகியவற்றைப் புரிந்து கொள்ள, பின்வருமாறு:

$$Y_{it} = \alpha_1 + \alpha_2 D_{GMit} + \alpha_3 D_{USit} + \alpha_4 D_{WESTit} + \lambda_0 + \lambda_1 D_{um35t} + \dots + \lambda_9 D_{um53t} + \beta_2 X_{2it} + \beta_3 X_{3it} + u_{it}$$

பின்னடைவு முடிவுகள் நிறுவனத்தின் டம்மீஸ் மற்றும்  $x$  இன் குணகங்களை தனித்தனியாக புள்ளியியல் முக்கியத்துவம் வாய்ந்தவையாக

## குறிப்பு

வழங்குகின்றன, ஆனால் டம்மிகள் எதுவும் குறிப்பிடத்தக்கவை அல்ல. தோன்றும் ஒட்டுமொத்த அனுமானம் என்னவென்றால், தனிப்பட்ட நிறுவன விளைவு இருக்கலாம் ஆனால் நேர விளைவு இல்லை. வேறு வார்த்தைகளில் கூறுவதானால், நான்கு நிறுவனங்களுக்கான முதலீட்டு செயல்பாடுகள் அவற்றின் குறுக்கீடுகளைத் தவிர ஒரே மாதிரியானவை. எனவே, X மாறிகள் Y மீது வலுவான தாக்கத்தை ஏற்படுத்தியது, ஆனால் நேரம் குறிப்பிடத்தக்க தாக்கத்தை ஏற்படுத்தவில்லை.

D. அனைத்து குணகங்களும் தனிநபர்கள் முழுவதும் வேறுபடுகின்றன: அனைத்து தனிப்பட்ட அல்லது குறுக்குவெட்டு அலகுகளுக்கும் இடைமறிப்பு மற்றும் சாய்வு குணகங்கள் வேறுபட்டவை என்று மாதிரி சட்டங்கள். GE, GM, US மற்றும் WEST இன் முதலீட்டு செயல்பாடுகள் அனைத்தும் வேறுபட்டவை என்று இது கூறுகிறது. LSDV மாதிரியானது தனிப்பட்ட டம்மிகளை சேர்க்கும் முறையில் அறிமுகப்படுத்துவதன் மூலம் இத்தகைய சூழலில் பயன்படுத்தப்படுகிறது. இருப்பினும், ஊடாடும், ஒழுங்கமைக்கப்பட்ட, சாய்வு டம்மீஸ், சரிவு குணகங்களில் உள்ள வேறுபாடுகளுக்கு காரணமாக இருக்கலாம். சூழலில் Grunfeld முதலீட்டுச் செயல்பாடு, நிறுவனத்தின் ஒவ்வொரு டம்மியையும் ஒவ்வொரு X மாறிகள் மூலம் பெருக்கி, மாதிரியை மதிப்பிடவும்

$$Y_{it} = \alpha_1 + \alpha_2 D_{2i} + \alpha_3 D_{3i} + \alpha_4 D_{4i} + \beta_1 X_{1it} + \beta_2 X_{2it} + \gamma_1 (D_{2i} X_{2it}) + \gamma_2 (D_{3i} X_{2it}) + \gamma_3 (D_{3i} X_{2it}) + \gamma_4 (D_{3i} X_{2it}) + \gamma_5 (D_{4i} X_{2it}) + \gamma_6 (D_{4i} X_{3it}) + u_{it} \quad (7.8)$$

$\gamma$  கள் என்பது  $\alpha$  போலவே வேறுபட்ட சாய்வு குணகங்களாகும் 2,  $\alpha$  3, மற்றும்  $\alpha$  4 வேறுபட்ட இடைமறிப்புகளாகும். ஒன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட  $\gamma$  குணகங்கள் புள்ளியியல் ரீதியாக முக்கியத்துவம் வாய்ந்ததாக இருந்தால், சாய்வு குணகங்கள் அடிப்படை தனிநபரிலிருந்து வேறுபட்டவை என்பதை விளக்குகிறது. என்றால்,  $\beta_2$  மற்றும்  $\gamma_1$  புள்ளியியல் முக்கியத்துவம் வாய்ந்தவை. இந்த வழக்கில் ( $\beta_2 + \gamma_1$ ) X இன் சாய்வு குணகத்தின் மதிப்பைக் கொடுக்கும் 2 ஜெனரல் மோட்டார்ஸ் மற்றும் இது மற்ற நிறுவனங்களிலிருந்து வேறுபட்டது.

அனைத்து வேறுபட்ட இடைமறிப்பு மற்றும் அனைத்து வேறுபட்ட சாய்வு குணகங்களும் புள்ளிவிவர ரீதியாக முக்கியத்துவம் வாய்ந்ததாக இருந்தால், ஜெனரல் மோட்டார்ஸ், யுனைடெட் ஸ்டேட்ஸ் ஸ்டீல் மற்றும் வெஸ்டிங்ஹவுஸ் ஆகியவற்றின் முதலீட்டு செயல்பாடுகள் ஜெனரல் எலக்ட்ரிக் நிறுவனத்திலிருந்து வேறுபட்டவை. எனவே மதிப்பீடு 7.2 சமன்பாட்டில் முழுமையான மேம்பாடு ஆகும்.

Intercept	-9.9563	76.3518	-0.1304	0.8966
$D_{2i}$	-139.5104	109.2808	-1.2766	0.2061
$D_{3i}$	-40.1217	129.2343	-0.3104	0.7572
$D_{4i}$	9.3759	93.1172	0.1006	0.9201
$X_{1it}$	0.0926	0.0424	2.1844	0.0324
$X_{2it}$	0.1516	0.0625	2.4250	0.0180
$D_{2i}X_{2it}$	0.0926	0.0424	2.1844	0.0324
$D_{3i}X_{2it}$	0.2198	0.0682	3.2190	0.0020
$D_{4i}X_{2it}$	0.1448	0.0646	2.2409	0.0283
$D_{2i}X_{3it}$	0.2570	0.1204	2.1333	0.0365
$D_{3i}X_{3it}$	0.0265	0.1114	0.2384	0.8122
$D_{4i}X_{3it}$	-0.0600	0.3785	-0.1584	0.8745

$$R^2 = 0.9511 \quad d = 1.0896$$

சமன்பாடு 7.8 இன் அடிப்படையில் கீழே உள்ள அட்டவணையில் குறிப்பிடப்பட்டுள்ள பின்னடைவு முடிவுகளை விளக்குவது, Y என்பது  $X_2$  மற்றும்  $X_3$  உடன் குறிப்பிடத்தக்க அளவில் தொடர்புடையது என்பதை



## குறிப்பு

வெளிப்படுத்துகிறது. இருப்பினும், பல வேறுபட்ட சாய்வு குணகங்கள் புள்ளிவிவர ரீதியாக குறிப்பிடத்தக்கவை. நான்கு நிறுவனங்களின் முதலீட்டுச் செயல்பாடுகள் ஒன்றுக்கொன்று வேறுபட்டிருப்பதைக் குறிக்கும் வித்தியாசமான குறுக்கீடுகள் எதுவும் புள்ளிவிவர ரீதியாக முக்கியத்துவம் வாய்ந்ததாக இல்லை.

### 7.3.2 ரேண்டம் எஃபெக்ட் மாடல்

ஒரு சீரற்ற விளைவுகள் மாதிரியில், கவனிக்கப்படாத மாறிகள் கவனிக்கப்பட்ட அனைத்து மாறிகளுடன் தொடர்பு இல்லாததாகக் கருதப்படுகிறது. ரேண்டம் எஃபெக்ட் மாறிகளுக்கான மதிப்பீட்டை அனுமதிக்கிறது. போலி மாறியைப் பயன்படுத்துவது நிலையான விளைவு மதிப்பீட்டில் உண்மையான மாதிரியை வெளிப்படுத்தாது. இந்த கவலையை இடையூறு கால  $u$  மூலம் தீர்க்க முடியும் அது. பிழை கூறு முறை என்றும் அழைக்கப்படும் ரேண்டம் எஃபெக்ட் மாதிரி இந்த அணுகுமுறையைப் பயன்படுத்துகிறது.

சமன்பாடு 7.3 இல் தொடங்குவதே அடிப்படை யோசனை

$$Y_{it} = \beta_{1i} + \beta_2 X_{2it} + \beta_3 X_{3it} + u_{it}$$

$\beta$  கருதும் இடத்தில்  $1i$  நிலையானது, இது  $\beta$  இன் சராசரி மதிப்பைக் கொண்ட ஒரு சீரற்ற மாறி என்று கருதப்படுகிறது  $1$  ((சப் ஸ்கிரிப்ட் இல்லை  $i$  இங்கே)). ஒவ்வொரு நிறுவனத்திற்கும் இடைமறிப்பு மதிப்பை இவ்வாறு வெளிப்படுத்தலாம்:

$$\begin{aligned} \beta_{1i} &= \beta_1 + \varepsilon_i \\ i &= 1, 2, \dots, N \end{aligned}$$

$\varepsilon$  என்பது  $\varepsilon_2$  இன் சராசரி பூஜ்யம் மற்றும் மாறுபாடு கொண்ட சீரற்ற பிழைச் சொல்.

நான்கு நிறுவனங்களைக் காட்டும் உதாரணம், மாதிரியானது அதிக எண்ணிக்கையிலான நிறுவனங்களிலிருந்து எடுக்கப்பட்டதாகவும், இடைமறிப்பு  $= \beta_1$  க்கான பொதுவான சராசரியைக் கொண்டிருப்பதையும் வெளிப்படுத்துகிறது. மற்றும் ஒவ்வொரு நிறுவனத்தின் குறுக்கீடுகளிலும் உள்ள தனிப்பட்ட வேறுபாடுகள் பிழை கால  $\varepsilon$  இல் வெளிப்படுத்தப்படுகின்றன நான்.

சமன்பாடு 7.10 ஐ சமன்பாடு 7.9 ஆக மாற்றினால், நாம் பெறுகிறோம்

Substituting Equation 7.10 into Equation 7.9, we get

$$\begin{aligned} Y_{it} &= \beta_1 + \beta_2 X_{2it} + \beta_3 X_{3it} + \varepsilon_i + u_{it} \\ &= \beta_1 + \beta_2 X_{2it} + \beta_3 X_{3it} + w_{it} \end{aligned} \quad (7.11)$$

Where

$$w_{it} = \varepsilon_i + u_{it}$$

ஒருங்கிணைந்த பிழை சொல்  $w_{it}$  இரண்டு கூறுகளைக் கொண்டுள்ளது,  $\varepsilon_i$ , இது குறுக்கு வெட்டு, அல்லது தனிப்பட்ட பிழை கூறு, மற்றும்  $u_{it}$ , இது பூல் செய்யப்பட்ட பிழை கூறு ஆகும். சீரற்ற விளைவு மாதிரியின் வழக்கமான அனுமானங்கள்:

$$\begin{aligned} \varepsilon_i &\sim N(0, \sigma^2_\varepsilon) \\ u_{it} &\sim N(0, \sigma^2_u) \\ E(\varepsilon_i, u_{it}) &= 0 \quad E(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0 \quad (i \text{ is not equal to } j) \\ E(u_{it}, u_{is}) &= E(u_{it}, u_{jt}) = E(u_{it}, u_{js}) = 0 \quad (i \text{ is not equal to } j; t \text{ is not equal to } s). \end{aligned} \quad (7.12)$$



## குறிப்பு

மேலே உள்ள வெளிப்பாடுகள், தனிப்பட்ட பிழை கூறுகள் ஒன்றோடொன்று தொடர்புபடுத்தப்படவில்லை மற்றும் குறுக்குவெட்டு மற்றும் நேரத் தொடர் தரவு புள்ளிகள் இரண்டிலும் தானாக தொடர்புபடுத்தப்படவில்லை என்பதை விளக்குகிறது.

கிரன்ஃபீல்ட் முதலீட்டு செயல்பாட்டிற்கான ரேண்டம் எஃபெக்ட் மதிப்பீட்டு மாதிரியின் முடிவுகள் அட்டவணை 7.2 இல் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. நான்கு நிறுவனங்களுக்கு கொடுக்கப்பட்ட சீரற்ற விளைவு மதிப்புகளின் கூட்டுத்தொகை பூஜ்ஜியமாக இருக்கும் என்பது குறிப்பிடத்தக்கது. சீரற்ற பிழை கூறுகளின் சராசரி மதிப்பு,  $\xi_i$ , பொதுவான இடைமறிப்பு மதிப்பு  $-73.0353$ . GE இன் சீரற்ற விளைவு மதிப்பு  $-169.9282$ , GE இன் சீரற்ற பிழை கூறு பொதுவான இடைமறிப்பு மதிப்பிலிருந்து எவ்வளவு வேறுபடுகிறது மற்றும் பிற நிறுவனங்களுக்கு இது பின்பற்றுகிறது.

Variable	Coefficient	Std. error	t statistic	p value
Intercept	-73.0353	83.9495	-0.8699	0.3870
X <sub>2</sub>	0.1076	0.0168	6.4016	0.0000
X <sub>3</sub>	0.3457	0.0168	13.0235	0.0000
Random effect:				
GE	-169.9282			
GM	-9.5078			
USS	165.5613			
Westinghouse	13.87475			

$R^2 = 0.9323$  (GLS)

### 7.3.3 நிலையான விளைவுகள் (FE) மற்றும் ரேண்டம் எஃபெக்ட்ஸ் (RE) மாதிரிகளைத் தேர்ந்தெடுப்பது

எந்த மாதிரியை நிலையான விளைவு அல்லது ரேண்டம் எஃபெக்ட் தேர்வு செய்வது என்று ஆராய்ச்சியாளர்கள் சவால்களை எதிர்கொள்கின்றனர். குறுக்குவெட்டுக் குறிப்பிட்ட பிழைக் கூறு மற்றும் ரிக்ரஸ்ஸ் x ஆகியவற்றுக்கு இடையே உள்ள சாத்தியமான தொடர்பு பற்றி ஆராய்ச்சியாளர் செய்யும் அனுமானத்தில் பதில் உள்ளது. இருப்பினும், மாதிரியைத் தேர்ந்தெடுப்பதற்கு ஆராய்ச்சியாளர் பின்வரும் புள்ளிகளில் கவனம் செலுத்தலாம்:

1. பெரிய நேரத் தொடர் தரவு மற்றும் சிறிய குறுக்குவெட்டு அவதானிப்புகள் விஷயத்தில் இரண்டு மாடல்களுக்கு இடையே சிறிய வித்தியாசம் இருக்க வாய்ப்புள்ளது, எனவே, FE விரும்பத்தக்கது மற்றும் சீரற்ற விளைவுக்கு எதிராக கணக்கிட எளிதானது.
2. பெரிய குறுக்குவெட்டு அலகுகள் மற்றும் சிறிய நேரத் தொடர் கண்காணிப்புகளுடன், மதிப்பிடப்பட்ட அளவுருக்கள் கணிசமாக வேறுபடலாம். குறுக்கு வெட்டுக் குழுக்கள் மக்கள்தொகையின் சீரற்ற மாதிரியாக இருந்தால், சீரற்ற விளைவு விரும்பத்தக்கது இல்லையெனில் நிலையான விளைவைத் தேர்ந்தெடுக்க வேண்டுமா?
3. பிழை கூறுகள் பின்னடைவுகளுடன் தொடர்புடையதாக இருந்தால், RE அளவுருக்கள் சார்புடையதாக இருக்கும், ஆனால் FE இல்லை. எனவே, FE முடிவுகள் தேர்ந்தெடுக்கப்பட வேண்டும்.
4. பெரிய குறுக்குவெட்டு அலகுகள் மற்றும் சிறிய நேரத் தொடர் அவதானிப்புகள் மற்றும் ரேண்டம் எஃபெக்ட் ஹோல்டிங்குப் பின்னால் உள்ள அனுமானங்களுடன், RE மதிப்பீட்டாளர்கள் FE மதிப்பீட்டாளர்களை விட திறமையானதாக இருக்கும்.

## குறிப்பு

### 7.4 ஹவுஸ்மன் சோதனை

இருப்பினும், ஆராய்ச்சியாளர்கள் எப்போதுமே முடிவெடுப்பதற்கான முறையான அல்லது புறநிலை சோதனையைத் தேடுகிறார்கள், எனவே நிலையான விளைவு மற்றும் சீரற்ற விளைவு மாதிரியைத் தேர்வுசெய்ய 1978 இல் ஹவுஸ்மன் ஒரு சோதனை உருவாக்கப்பட்டது. ஹவுஸ்மன் சோதனை என்பது FE மற்றும் RE ஆல் பெறப்பட்ட குணக மதிப்பீடுகளுக்கு இடையிலான வேறுபாட்டின் புள்ளிவிவர முக்கியத்துவத்திற்கான சோதனை ஆகும், பின்னர் RE மதிப்பீடுகள் திறமையானவை மற்றும் சீரானவை மற்றும் FE மதிப்பீடுகள் திறனற்றவை என்ற பூஜ்ய கருதுகோளின் கீழ். ஹவுஸ்மன் உருவாக்கிய சோதனைப் புள்ளிவிபரம் அறிகுறியற்ற  $\chi^2$  யைக் கொண்டுள்ளது விநியோகம். சோதனையானது வால்ட் சோதனைப் படிவத்தைக் கொண்டுள்ளது, மேலும் இது பொதுவாக  $\chi^2$  யில் பதிவாகும் கொண்ட வடிவம்  $k-1$  டிகிரி சுதந்திரம் ( $k$  என்பது பின்னடைவுகளின் எண்ணிக்கை).  $W < \mu$  முக்கிய மதிப்பு என்றால், நிலையான விளைவு மதிப்பீட்டாளர்களை விட சீரற்ற விளைவுகள் விரும்பத்தக்க மதிப்பீட்டாகும்.

### 7.5 உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சரிபார்க்கும் கேள்விகளின் பதில்கள்

1. குழு தரவு ஒரே குழுக்கு வெட்டு அவதானிப்புகளின் காலப்பகுதியில் தொடர்ச்சியான அவதானிப்புகளைக் கொண்டுள்ளது. இந்த அவதானிப்புகள் தனிநபர்கள், நிறுவனங்கள், பள்ளிகள், நகரங்கள் அல்லது காலப்போக்கில் ஆய்வு செய்யக்கூடிய அவதானிப்புகளின் தொகுப்பாக இருக்கலாம். பேனல் தரவுத் தொகுப்புகளில் உள்ள வளமான ஆதாரங்களைக் கண்டறிந்து அவற்றைப் பயன்படுத்த சிறப்பு பொருளாதார முறைகள் திட்டமிடப்பட்டுள்ளன.
2. குழு தரவு மிகவும் சிக்கலான நடத்தை மாதிரிகள் ஆய்வு செயல்படுத்துகிறது. எடுத்துக்காட்டாக, புதுமைகளின் விளைவுகள் அல்லது வணிகச் சுழற்சிகள். குழு தரவு திரட்டுதல் சார்பு விளைவுகளை குறைக்கிறது மற்றும் தனிப்பட்ட மற்றும் குழு விளைவுகளுக்கு இடையே உள்ள வேறுபாட்டை தெளிவாக அடையாளம் காட்டுகிறது.
3. ஒவ்வொரு குழுக்குவெட்டு அலகுக்கும் ஒரே எண்ணிக்கையிலான நேரத் தொடர் கண்காணிப்புகள் இருந்தால், அத்தகைய குழு (தரவு) சமநிலையான குழு எனப்படும். பேனல் அலகுகளுக்கு இடையே அவதானிப்புகளின் எண்ணிக்கை வேறுபட்டால் அல்லது வெவ்வேறு நேரத் தொடர் கண்காணிப்புகளைக் கொண்டிருந்தால், அத்தகைய குழு சமநிலையற்ற குழு எனப்படும்.
4. நிலையான விளைவுகள் தனிநபர்கள் முழுவதும் நிலையான மாறிகள் ஆய்வுகள். ஒரு நிலையான விளைவு மாதிரியில், கவனிக்கப்படாத மாறிகள் கவனிக்கப்பட்ட மாறிகளுடன் எந்த உறவையும் கொண்டிருக்க அனுமதிக்கப்படுகின்றன. நிலையான விளைவுகள் மாதிரிகள் நேரம்-மாறாத விளைவுகளுடன் நேர-மாறாத மாறிகளின் விளைவுகளைக் கட்டுப்படுத்துகின்றன அல்லது கட்டுப்படுத்துகின்றன.

## குறிப்பு

5. போலி மாறிகள் தனிப்பட்ட (நிறுவனம்) விளைவைக் கணக்கிடப் பயன்படுத்தப்படுகின்றன, அதேபோன்று தொழில்நுட்ப முன்னேற்றம், நிதிக் கொள்கைகள் அல்லது வேறு ஏதேனும் வெளிப்புறக் காரணிகள் போன்ற காரணங்களால் Grunfeld முதலீட்டுச் செயல்பாடு காலப்போக்கில் மாறுகிறது.
6. ஒரு சீரற்ற விளைவுகள் மாதிரியில், கவனிக்கப்படாத மாறிகள் கவனிக்கப்பட்ட அனைத்து மாறிகளுடன் தொடர்பு இல்லாததாகக் கருதப்படுகிறது. ரேண்டம் எஃபெக்ட் மாறிகளுக்கான மதிப்பீட்டை அனுமதிக்கிறது. போலி மாறியைப் பயன்படுத்துவது நிலையான விளைவு மதிப்பீட்டில் உண்மையான மாதிரியை வெளிப்படுத்தாது. இந்த கவலையை இடையூறு கால விமூலம் தீர்க்க முடியும். பிழை கூறு முறை என்றும் அழைக்கப்படும் ரேண்டம் எஃபெக்ட் மாதிரி இந்த அணுகுமுறையைப் பயன்படுத்துகிறது.
7. ஹவுஸ்மேன் சோதனை என்பது FE மற்றும் RE ஆல் பெறப்பட்ட குணக மதிப்பீடுகளுக்கு இடையிலான வேறுபாட்டின் புள்ளிவிவர முக்கியத்துவத்திற்கான சோதனை ஆகும், பின்னர் RE மதிப்பீடுகள் திறமையானவை மற்றும் சீரானவை மற்றும் FE மதிப்பீடுகள் திறனற்றவை என்ற பூஜ்ய கருதுகோளின் கீழ். ஹவுஸ்மேன் உருவாக்கிய சோதனைப் புள்ளிவிபரம் அறிகுறியற்ற சியைக் கொண்டுள்ளது 2 விநியோகம்.

## 7.6 தொகுப்பு

- பொருளாதார அளவீடுகள் பல்வேறு தரவுத் தொகுப்பில் நடத்தப்படலாம். நேரத் தொடர், குறுக்குவெட்டு மற்றும் பேனல் தரவு மதிப்பீடு போன்ற அனுபவப் பகுப்பாய்விற்கு மூன்று வகையான தரவுகள் பொதுவாகக் கிடைக்கின்றன. நேரத் தொடரில், ஒன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட மாறிகளின் மதிப்பு ஒரு குறிப்பிட்ட காலத்திற்கு (GDP பல ஆண்டுகளாக) கவனிக்கப்படுகிறது.
- பேனல் தரவு மதிப்பீட்டில் அதே குறுக்குவெட்டு அலகு குறிப்பிட்ட காலப்பகுதியில் கைப்பற்றப்படுகிறது. பேனல் தரவுகளுக்கு இடமும் நேர பரிமாணமும் உள்ளது என்று கூறலாம். பேனல் தரவை தொகுக்கப்பட்ட தரவு (நேரத் தொடர் மற்றும் குறுக்குவெட்டு தரவு புள்ளிகளைப் பயன்படுத்தி உருவாக்கப்பட்டது), நீளமான தரவு மற்றும் நிகழ்வு வரலாற்று பகுப்பாய்வு என்றும் குறிப்பிடலாம்.
- குழு தரவு ஒரே குறுக்கு வெட்டு அவதானிப்புகளின் காலப்பகுதியில் தொடர்ச்சியான அவதானிப்புகளைக் கொண்டுள்ளது. இந்த அவதானிப்புகள் தனிநபர்கள், நிறுவனங்கள், பள்ளிகள், நகரங்கள் அல்லது காலப்போக்கில் ஆய்வு செய்யக்கூடிய அவதானிப்புகளின் தொகுப்பாக இருக்கலாம். பேனல் தரவுத் தொகுப்புகளில் உள்ள வளமான ஆதாரங்களைக் கண்டறிந்து அவற்றைப் பயன்படுத்த சிறப்பு பொருளாதார முறைகள் திட்டமிடப்பட்டுள்ளன.
- பேனல் தரவு தனிப்பட்ட-குறிப்பிட்ட பன்முகத்தன்மையின் திட்டவட்டமான விளக்கத்தை எடுக்கலாம் (இங்கு "தனி" என்பது நிறுவனங்கள், நகரங்கள், நாடு போன்ற மைக்ரோ யூனிட்களுடன் தொடர்புடையது).
- ஒவ்வொரு குறுக்குவெட்டு அலகுக்கும் ஒரே எண்ணிக்கையிலான நேரத் தொடர் கண்காணிப்புகள் இருந்தால், அத்தகைய குழு (தரவு) சமநிலையான குழு எனப்படும்.

## குறிப்பு

- பேனல் அலகுகளுக்கு இடையே அவதானிப்புகளின் எண்ணிக்கை வேறுபட்டால் அல்லது வெவ்வேறு நேரத் தொடர் கண்காணிப்புகளைக் கொண்டிருந்தால், அத்தகைய குழு சமநிலையற்ற குழு எனப்படும்.
- நிலையான விளைவுகள் தனிநபர்கள் முழுவதும் நிலையான மாறிகள் ஆய்வுகள். ஒரு நிலையான விளைவு மாதிரியில், கவனிக்கப்படாத மாறிகள் கவனிக்கப்பட்ட மாறிகளுடன் எந்த உறவையும் கொண்டிருக்க அனுமதிக்கப்படுகின்றன. நிலையான விளைவுகள் மாதிரிகள் நேரம்-மாறாத விளைவுகளுடன் நேர-மாறாத மாறிகளின் விளைவுகளைக் கட்டுப்படுத்துகின்றன அல்லது கட்டுப்படுத்துகின்றன.
- போலி மாறிகள் தனிப்பட்ட (நிறுவனம்) விளைவைக் கணக்கிடப் பயன்படுத்தப்படுகின்றன, அதேபோன்று தொழில்நுட்ப முன்னேற்றம், நிதிக் கொள்கைகள் அல்லது வேறு ஏதேனும் வெளிப்புறக் காரணிகள் போன்ற காரணங்களால் Grunfeld முதலீட்டுச் செயல்பாடு காலப்போக்கில் மாறுகிறது.
- ஒரு சீரற்ற விளைவுகள் மாதிரியில், கவனிக்கப்படாத மாறிகள் கவனிக்கப்பட்ட அனைத்து மாறிகளுடன் தொடர்பு இல்லாததாகக் கருதப்படுகிறது. ரேண்டம் எஃபெக்ட் மாறிகளுக்கான மதிப்பீட்டை அனுமதிக்கிறது. போலி மாறியைப் பயன்படுத்துவது நிலையான விளைவு மதிப்பீட்டில் உண்மையான மாதிரியை வெளிப்படுத்தாது.
- ஹவுஸ்மேன் சோதனை என்பது FE மற்றும் RE ஆல் பெறப்பட்ட குணக மதிப்பீடுகளுக்கு இடையிலான வேறுபாட்டின் புள்ளிவிவர முக்கியத்துவத்திற்கான சோதனை ஆகும், பின்னர் RE மதிப்பீடுகள் திறமையானவை மற்றும் சீரானவை மற்றும் FE மதிப்பீடுகள் திறனற்றவை என்ற பூஜ்ய கருதுகோளின் கீழ்.

## 7.7 முக்கிய வார்த்தைகள்

- பொருளாதார அளவீடுகள்: பொருளாதார அளவீடுகள் பல்வேறு தரவுத் தொகுப்பில் நடத்தப்படலாம். நேரத் தொடர், குறுக்குவெட்டு மற்றும் பேனல் தரவு மதிப்பீடு போன்ற அனுபவப் பகுப்பாய்விற்கு மூன்று வகையான தரவுகள் பொதுவாகக் கிடைக்கின்றன.
- சமப்படுத்தப்பட்ட குழு: ஒவ்வொரு குறுக்குவெட்டு அலகுக்கும் ஒரே எண்ணிக்கையிலான நேரத் தொடர் கண்காணிப்புகள் இருந்தால், அத்தகைய குழு (தரவு) சமநிலையான குழு எனப்படும்.
- சமநிலையற்ற குழு: பேனல் அலகுகளுக்கு இடையே அவதானிப்புகளின் எண்ணிக்கை வேறுபட்டால் அல்லது வெவ்வேறு நேரத் தொடர் கண்காணிப்புகளைக் கொண்டிருந்தால், அத்தகைய குழு சமநிலையற்ற குழு எனப்படும்.
- நிலையான விளைவு: நிலையான விளைவுகள் தனிநபர்கள் முழுவதும் நிலையான மாறிகள் ஆய்வுகள். ஒரு நிலையான விளைவு மாதிரியில், கவனிக்கப்படாத மாறிகள் கவனிக்கப்பட்ட மாறிகளுடன் எந்த உறவையும் கொண்டிருக்க அனுமதிக்கப்படுகின்றன.
- நேர விளைவை பகுப்பாய்வு செய்தல்: ஒவ்வொரு வருடத்திற்கும் ஒன்று, டைம் டம்மிகளை அறிமுகப்படுத்தினால், மாதிரியின் நேர விளைவுகளை எளிதாகக் கணக்கிட முடியும்.
- சீரற்ற விளைவுகள்: ஒரு சீரற்ற விளைவுகள் மாதிரியில், கவனிக்கப்படாத மாறிகள் கவனிக்கப்பட்ட அனைத்து மாறிகளுடன்

தொடர்பு இல்லாததாகக் கருதப்படுகிறது. ரேண்டம் எஃபெக்ட் மாறிகளுக்கான மதிப்பீட்டை அனுமதிக்கிறது.

- ஹவுஸ்மேன் சோதனை: ஹவுஸ்மேன் சோதனை என்பது FE மற்றும் RE ஆல் பெறப்பட்ட குணக மதிப்பீடுகளுக்கு இடையிலான வேறுபாட்டின் புள்ளிவிவர முக்கியத்துவத்திற்கான சோதனை ஆகும், பின்னர் RE மதிப்பீடுகள் திறமையானவை மற்றும் சீரானவை மற்றும் FE மதிப்பீடுகள் திறனற்றவை என்ற பூஜ்ய கருதுகோளின் கீழ்.

## 7.8 சுய மதிப்பீட்டு கேள்விகள் மற்றும் பயிற்சிகள்

### குறுகிய பதில் கேள்விகள்

1. பேனல் தரவை விரிவாகக் கூறுங்கள்.
2. பேனல் தரவு மதிப்பீட்டின் நன்மைகளைக் குறிப்பிடவும்.
3. சமநிலை மற்றும் சமநிலையற்ற குழுவை வரையறுக்கவும்.
4. நிலையான விளைவை மதிப்பிடும் அணுகுமுறையை விளக்குங்கள்.
5. பகுப்பாய்வு நேர விளைவை விளக்கவும்.
6. சீரற்ற விளைவு மாதிரியை விளக்கவும்.
7. ஹவுஸ்மேன் சோதனை மூலம் நீங்கள் என்ன புரிந்துகொள்கிறீர்கள்?

### நீண்ட பதில் கேள்விகள்

1. பேனல் தரவை சுருக்கமாக விவாதிக்கவும். பேனல் தரவு மதிப்பீட்டின் நன்மைகளை எழுதவும். பொருத்தமான உதாரணம் கொடுங்கள்.
2. எடுத்துக்காட்டுகளின் உதவியுடன் சமநிலை மற்றும் சமநிலையற்ற பேனலை பகுப்பாய்வு செய்யவும்.
3. நிலையான விளைவுகள் மாதிரியை (FEM) விளக்குக. பேனல் தரவுகள் நேரம் மற்றும் விண்வெளி அவதானிப்புகள் இரண்டையும் கொண்டிருப்பதால், FEM மதிப்பீட்டாளர்கள் விண்வெளி மற்றும் நேர பரிமாணங்களை எவ்வாறு கைப்பற்றுகிறார்கள்?
4. ரேண்டம் எஃபெக்ட் மாடல் என்றால் என்ன, அது ஏன் எரர் காம்போனென்ட் மாடல் (ECM) என்று அழைக்கப்படுகிறது? இது FEM இலிருந்து எவ்வாறு வேறுபடுகிறது?
5. ரேண்டம் எஃபெக்ட் மாதிரியை எப்போது பயன்படுத்த வேண்டும்? FEM எப்போது பயன்படுத்த ஏற்றது?

## 7.9 மேலும் படிக்க

Johnston, J. and John DiNARDO. 1997. *Econometric Methods*, Fourth Edition. New Delhi: Tata McGraw-Hill.

Koutsoyiannis, A. I 1977. *Theory of Econometrics*, Second Edition. London: The Macmillan Press Ltd.

Ozdemir, Durmu, 2016. *Applied Statistics for Economics and Business*, Second Edition. Izmir (Turkey): Springer.

Maddala, G.S. 1992. *Introduction to Econometrics*, Second Edition. New York: Macmillan Publishing Company.

Pindyck, R. S and D. L. Rubinfeld. 1998. *Econometric Models and Economic Forecasts*, Fourth Edition. New York: McGraw Hill.

Goldberger, A. S. 1998. *Introductory Econometrics*. Cambridge: Harvard University Press.  
Levirie, David M., Timothy C. Krehbiei, Mark L. Berenson and P. K. Viswanathan. 2009.  
*Business Statist.*, Fifth Edition. New Delhi: Pearson Education.  
Webster, Allen L. 1998. *Applied Statistics for Business and Economics*,  
Third Edition. New Delhi: Tata McGraw-Hill.

## அலகு 8

### போலி மாறிகள் மீதான பின்னடைவு

#### கட்டமைப்பு

- 8.0 முன்னுரை
- 8.1 நோக்கங்கள்
- 8.2 போலி மாறிகளின் தன்மை
- 8.3 பருவகால பகுப்பாய்விலும் மற்றும் நேரத் தொடரையும் இணைப்பதில் போலி மாறிகளின் பயன்பாடு
- 8.4 குறுக்கு வெட்டு தரவு
- 8.5 உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சரிபார்க்கும் கேள்விகளின் பதில்கள்
- 8.6 சுருக்கத் தொகுப்பு
- 8.7 முக்கிய வார்த்தைகள்
- 8.8 சுய மதிப்பீட்டு கேள்விகள் மற்றும் பயிற்சிகள்
- 8.9 மேலும் படிக்க

#### 8.0 அறிமுகம்

பின்னடைவு பகுப்பாய்வில், போலி மாறி என்பது ஒரு எண் மாறியாகும், இது மாதிரியின் துணைக்குழுக்களைக் குறிக்கப் பயன்படுகிறது. போலி மாறிகள் மிகவும் பயனுள்ளதாக இருக்கும், ஏனெனில் அவை பல குழுக்களைக் குறிக்க ஒற்றை பின்னடைவு சமன்பாட்டைப் பயன்படுத்த நமக்கு உதவுகின்றன. ஆட்சி மாறுதல், பருவநிலை பகுப்பாய்வு மற்றும் தரமான தரவு பயன்பாடுகளுடன் நேரத் தொடர் பகுப்பாய்வில் போலி மாறிகள் அடிக்கடி பயன்படுத்தப்படுகின்றன. ஒரு போலி மாறி அல்லது ஒரு காட்டி மாறி, பாலினம், இனம் மற்றும் அரசியல் தொடர்பு போன்ற வகைப்படுத்தப்பட்ட தரவைக் குறிக்கும் ஒரு எண் மாறியாகும்.

பொருளாதார அளவீடுகளில், குறிப்பாக பின்னடைவு பகுப்பாய்வில், டம்மிவேரியபிள் என்பது 0 அல்லது 1 மதிப்பை மட்டுமே எடுக்கும், இது விளைவை மாற்றும் என்று எதிர்பார்க்கப்படும் சில வகைப்படுத்தப்பட்ட விளைவுகளின் இல்லாமை அல்லது இருப்பைக் குறிக்கிறது. ஒரு பின்னடைவு மாதிரியில் தரமான உண்மைகளுக்கான எண் ஸ்டாண்ட்-இன்களாக அவை கருதப்படலாம், தரவை பரஸ்பர பிரத்தியேக வகைகளாக (புகைபிடிப்பவர்கள் மற்றும் புகைப்பிடிக்காதவர்கள் போன்றவை) வரிசைப்படுத்தலாம்.

## குறிப்பு

ஒரு போலி சார்பற்ற மாறி (டம்மி விளக்க மாறி என்றும் அழைக்கப்படுகிறது), சில அவதானிப்புகளுக்கு 0 மதிப்பு இருந்தால், அந்த மாறியின் குணகம் சார்பு மாறியில் செல்வாக்கு செலுத்துவதில் எந்தப் பங்கையும் கொண்டிருக்காது, அதே சமயம் டம்மி மதிப்பு 1 ஐப் பெறும்போது அதன் குணகம் மாறுகிறது. இடைமறிப்பு. எடுத்துக்காட்டாக, ஒரு குழுவில் உறுப்பினர் என்பது ஒரு பின்னடைவுக்குத் தொடர்புடைய தரமான மாறிகளில் ஒன்றாகும். குழு உறுப்பினர் தன்னிச்சையாக 1 இன் மதிப்பை ஒதுக்கினால், மற்ற அனைவருக்கும் மதிப்பு 0 கிடைக்கும். பின்னர், இடைமறிப்பு என்பது உறுப்பினர்கள் அல்லாதவர்களுக்கான நிலையான சொல்லாக இருக்கும், ஆனால் குழு உறுப்பினர்களின் விஷயத்தில் உறுப்பினர் போலியின் குணகமாகவும் நிலையான காலமாகவும் இருக்கும்.

ஆட்சி மாறுதல், பருவகால பகுப்பாய்வு மற்றும் தரமான தரவு பயன்பாடுகளுடன் நேரத் தொடர் பகுப்பாய்வில் போலி மாறிகள் அடிக்கடி பயன்படுத்தப்படுகின்றன. சார்பு மாறி இயற்கையில் அளவு கொண்டதாக இருக்கும், ஆனால் அனைத்து விளக்க மாறிகளும் டம்மீஸ் (இயற்கையில் தரமானவை) இருக்கும் அரேக்ரெஷன் மாதிரியானது மாறுபாட்டின் பகுப்பாய்வு (ANOVA) மாதிரி என்று அழைக்கப்படுகிறது.

இந்த அலகில், போலி மாறிகள் மீதான பின்னடைவு, டம்மிவேரியபிள்களின் தன்மை, பருவகால பகுப்பாய்வு மற்றும் நேரத் தொடர்களை இணைப்பதில் போலி மாறிகளின் பயன்பாடு மற்றும் குறுக்குவெட்டு தரவு ஆகியவற்றைப் பற்றி நீங்கள் படிப்பீர்கள்.

### 8.1 நோக்கங்கள்

இந்த அலகுக்குச் சென்ற பிறகு, உங்களால் முடியும்:

- போலி மாறிகள் மீதான பின்னடைவைப் புரிந்து கொள்ளுங்கள்
- போலி மாறிகளின் தன்மையை விளக்குக
- பருவகால பகுப்பாய்வு மற்றும் நேரத் தொடர்களை இணைப்பதில் போலி மாறிகளின் பயன்பாடுகளை வரையறுக்கவும்
- குறுக்குவெட்டுத் தரவை விரிவாகக் கூறுங்கள்

### 8.2 போலி மாறிகளின் தன்மை

இப்போது வரை, எண்டோஜெனஸ் மாறியை விளக்குவதில் நாம் பயன்படுத்திய மாறிகள் அளவு இயல்புடையவை. எவ்வாறாயினும், பாலினம், இனம், மதம், தேசியம் மற்றும் புவியியல் பகுதி போன்ற எண்டோஜெனஸ் மாறியின் நடத்தையை விளக்கும் போது முக்கியமான தரமான இயல்புடைய பிற மாறிகள் உள்ளன. வெளிப்படையானது போல, இத்தகைய தரமான காரணிகள் எண்ணிக்கையில் அளவிட முடியாது. இவற்றின் மற்ற உதாரணங்கள் பின்வருமாறு:

- ஒருவர் பள்ளிப்படிப்புக்கும் சம்பாத்தியத்துக்கும் உள்ள தொடர்பை ஆராய விரும்பும்போது, ஒரு மாதிரியில் ஆண், பெண் இருபாலரும் உள்ளனர். பதிலளிப்பவரின் பாலினம் ஒரு வித்தியாசத்தை ஏற்படுத்துகிறது என்று பார்க்க வேண்டும்.
- கனடாவில் வருமானம் மற்றும் செலவினங்களுக்கு இடையே உள்ள தொடர்பை ஒருவர் ஆராய விரும்பினால், மற்றும் மாதிரியில்

## குறிப்பு

ஆங்கிலம் மற்றும் பிரெஞ்சு மொழி பேசும் குடும்பங்கள் உள்ளன. இன வேறுபாடு பொருத்தமானதா என்பதை ஒருவர் அறிய விரும்புகின்றார்.

- c. தனிநபர் மொத்த உள்நாட்டு உற்பத்தியின் வளர்ச்சி விகிதம் மற்றும் பல வளரும் நாடுகளுக்கான தனிநபர் வெளிநாட்டு உதவி பற்றிய தரவு இருந்தால், அவற்றில் சில ஜனநாயகம், மற்றவை சர்வாதிகாரம், மேலும் வளர்ச்சியில் வெளிநாட்டு உதவியின் தாக்கம் பாதிக்கப்படுமா என்பதை ஒருவர் ஆராய விரும்புவார். அரசாங்கத்தின் மேலே விவாதிக்கப்பட்ட மூன்று எடுத்துக்காட்டுகளிலும், இரண்டு வகைகளுக்கும் தனித்தனி பின்னடைவுகளை இயக்குவதும் குணகங்கள் வேறுபட்டதா என்பதைப் பார்ப்பதும் ஒரு தீர்வாகும். டம்மி மாறி எனப்படும் தரமான காரணியின் விளைவை அளவிடுவதன் மூலம், அனைத்து அவதானிப்புகளையும் ஒன்றாகப் பயன்படுத்தி ஒரு ஒற்றை பின்னடைவை இயக்கலாம். தரமான காரணியின் விளைவு குறிப்பிடத்தக்கதா என்பதைச் சோதிப்பதற்கான எளிய வழியை வழங்குவதில் இது இரண்டு குறிப்பிடத்தக்க நன்மைகளைக் கொண்டுள்ளது.

பெரும்பாலும், தரமான காரணிகள் பைனரி தகவல்களாகக் காணப்படுகின்றன, உதாரணமாக ஒரு நபர் பெண்ணா அல்லது ஆணா, தனியாரா இல்லையா, மற்றும் பல. தரமான காரணிகள் இருவேறு தகவலாகக் காணப்பட்டால், பூஜ்ஜியம்-ஒன்/பைனரி மாறியை வரையறுப்பதன் மூலம் தொடர்புடைய தகவலைப் பிடிக்க முடியும். மேலே குறிப்பிட்டுள்ளபடி, பொருளாதாரவியல் துறையில், பின்னடைவுகளாகப் பயன்படுத்தப்படும் பைனரி மாறிகள் போலி மாறிகள் என்று குறிப்பிடப்படுகின்றன.

### தரமான காரணிகளின் விளைவைப் பிடிக்க போலி மாறிகளின் பயன்பாடு

ஒரு போலி மாறியை வரையறுக்கும் போது, எந்த நிகழ்வுக்கு ஒரு மதிப்பு ஒதுக்கப்படும் மற்றும் எந்த மதிப்புக்கு பூஜ்ஜியம் ஒதுக்கப்படும் என்பதைக் கண்டறிவது இன்றியமையாதது.

ஒரு உதாரணத்தைப் பார்ப்போம். பாலினத்தில், பின்வரும் ஒதுக்கீட்டை நாம் செய்யலாம்:

$$male = \begin{cases} 1 & \text{if the person is a male} \\ 0 & \text{if the person is a female} \end{cases}$$

or

$$female = \begin{cases} 1 & \text{if the person is a female} \\ 0 & \text{if the person is a male} \end{cases}$$

பெண் மற்றும் ஆண் ஆகிய இரண்டு மாறிகளும் ஒரே மாதிரியான தகவல்களைக் கொண்டுள்ளன. தரமான தகவலைப் பிடிப்பதற்காக பூஜ்ஜியம்-ஒன் மாறிகளைப் பயன்படுத்துவது ஒரு தன்னிச்சையான முடிவாக இருக்கலாம், ஆனால் இது அளவுருக்களின் இயல்பான விளக்கத்தை அனுமதிக்கிறது. மணிநேரத்தின் எளிய மாதிரியைப் பயன்படுத்தி,



பின்னடைவு மாதிரிகளில் இருவேறு தகவல்களை இணைப்போம் கூலி கல்வி ஆண்டுகளின் செயல்பாடாக எடுக்கப்பட்ட தீர்மானம் (கல்வி):

$$wage = \beta_1 + \beta_2 educ + u$$

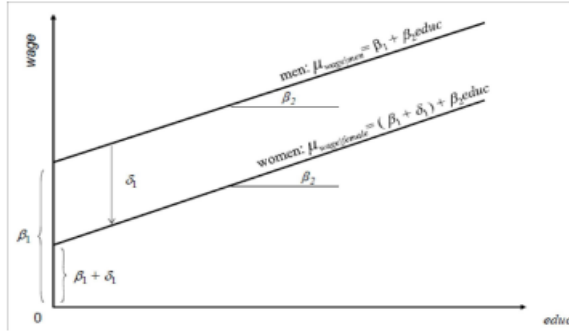
பாலின ஊதியத்தின் பாகுபாட்டை அளவிடும் நோக்கத்திற்காக, கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள மாதிரியைப் பெற, மேலே உள்ள மாதிரியில் பாலின நோக்கத்திற்காக ஒரு போலி மாறி ஒரு சுயாதீன மாறியாக அறிமுகப்படுத்தப்பட்டது:

$$wage = \beta_1 + \delta_1 female + \beta_2 educ + u$$

பாலினப் பண்பு இரண்டு வகைகளைக் கொண்டுள்ளது: ஆண் மற்றும் பெண். மாதிரியில், சேர்க்கப்பட்டுள்ள வகை பெண், மற்றும் தவிர்க்கப்பட்ட ஆண் வகை குறிப்பு வகையாகப் பயன்படுத்தப்படுகிறது.

சமன்பாடு 8.1 க்கு, கிராஃபிக் சித்தரிப்பு கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது  $\delta_1 < 0$ :

For Equation 8.1, the graphic depiction is given below considering  $\delta_1 < 0$ :



படம் 8.1 இல், ஒரே அளவிலான கல்வியின் அடிப்படையில் ஆண்களுக்கும் பெண்களுக்கும் இடையிலான மணிநேர ஊதியத்தில் உள்ள வேறுபாட்டைக் குறிக்கிறது. எனவே, குணகம் பெண்களுக்கு எதிரான பாகுபாடு உள்ளதா இல்லையா என்பதை தீர்மானிக்கிறது. விளக்கத்தில், வழக்கில், மற்றும் பிற காரணிகள் ஒரே மாதிரியாக இருப்பதால், சராசரியாக, பெண்களின் ஊதியம் ஆண்களை விட குறைவாக உள்ளது. இடையூறு என்பது பூஜ்ஜியமாக இருக்க வேண்டும் என்று கருதி, இரு வகைகளுக்கான எதிர்பார்ப்பை நாம் பெறுகிறோம்:

$$\mu_{wage/female} = E(wage | female = 1, educ) = \beta_1 + \delta_1 + \beta_2 educ$$

$$\mu_{wage/male} = E(wage | female = 0, educ) = \beta_1 + \beta_2 educ$$

மேலே உள்ள சமன்பாட்டில், ஆண்களுக்கு இடைமறிப்பு, மற்றும் பெண்களுக்கு, இடைமறிப்பு ஆகும், மேலே உள்ள கிராஃபிக் பிரதிநிதித்துவத்தில் சித்தரிக்கப்பட்டதைப் போல, இடைமறிப்புகள் மாறும்போது, பெண்கள் மற்றும் ஆண்களுக்கு இணையான கோடுகள் உள்ளன.

சமன்பாடு 8.2 இல், பெண்களுக்கு, ஏ போலி மாறி சேர்க்கப்பட்டுள்ளது, ஆனால் ஆண்களுக்கு அல்ல. இரண்டிற்கும் போலி மாறிகளைச் சேர்ப்பது பணிநீக்கத்தை ஏற்படுத்தும் என்பதால் இது செய்யப்பட்டது. உண்மையில் தேவைப்படுவது இரண்டு குறுக்கீடுகள் (ஆண்களுக்கு 1 மற்றும் பெண்களுக்கு 1). பெண் போலி மாறி அறிமுகப்படுத்தப்படும் போது, ஒவ்வொரு பாலினத்திற்கும் ஒரு இடைமறிப்பு உள்ளது. இரண்டு போலி மாறிகள்

## குறிப்பு

## குறிப்பு

அறிமுகப்படுத்தப்பட்டால், பெண் + ஆண்=1 என்பதிலிருந்து சரியான மல்டிகோலினரிட்டி இருக்கும், அதாவது ஆண் என்பது பெண் மற்றும் குறுக்கீட்டின் சரியான நேரியல் செயல்பாடு. டம்மிவேரியபிள் ட்ராப் என குறிப்பிடப்படும் இதற்கு மிக அடிப்படையான உதாரணம், இரு பாலினருக்கும் டம்மி மாறிகள் மற்றும் இடைமறிப்பு ஆகியவை அடங்கும்.

ஒரு வேளை ஆண் என்ற இடத்தில் பயன்படுத்தப்படுகிறது பெண், ஊதிய சமன்பாடு கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளபடி இருக்கும்:

$$wage = \alpha_1 + \gamma_1 male + \beta_2 educ + u$$

புதிய சமன்பாடு எப்படி என்பதைத் தவிர வேறு எந்த மாற்றத்தையும் காட்டுகிறது விளக்கப்படுகிறது மற்றும் பெண்களுக்கான இடைமறிப்பு, அது ஆகிவிட்டது குறிப்பு வகை இந்த சமன்பாட்டில். மேலும், ஆண்களுக்கான இடைமறிப்பு ஆகும். எனவே, பின்வருபவை இப்போது குணகங்களுக்கு இடையிலான உறவு:

$$\alpha_1 = \beta_1 + \delta_1 \text{ and } \alpha_1 + \gamma_1 = \beta_1 \Rightarrow \gamma_1 = -\delta_1$$

குறிப்பு வகை எவ்வாறு தேர்ந்தெடுக்கப்பட்டது என்பது பொருத்தமற்றது, ஏனெனில் இது போலி மாறிகளுடன் தொடர்புடைய குணகங்களின் விளக்கத்தைத் தவிர வேறு எதையும் பாதிக்காது. ஆயினும் கூட, எந்த வகை குறிப்பு வகை என்பதை கண்காணிக்க வேண்டும். பொதுவாக, ஒரு குறிப்பு வகை வசதிக்காக தேர்ந்தெடுக்கப்படுகிறது. ஒருவர் இடைமறிப்பைத் தவிர்த்துவிட்டு, ஒவ்வொரு வகைக்கும் ஒரு போலி மாறியையும் சேர்க்கலாம். பின்னர் சமன்பாடு மாறும்:

$$wage = \mu_1 male + \nu_1 female + \beta_2 educ + u$$

மேற்கூறியவற்றில், பெண்களுக்கு, இடைமறிப்பு மற்றும் ஆண்களுக்கு அது. வழக்கமான வழியில், கருதுகோள் சோதனை மேற்கொள்ளப்படுகிறது. சமன்பாடு 8.2 இல், பூஜ்யம்

பெண்களுக்கும் ஆண்களுக்கும் இடையே எப்போதும் வித்தியாசம் இல்லை என்ற கருதுகோள். பெண்களுக்கு எதிரான தப்பெண்ணத்தை கூறும் மாற்று கருதுகோள். எனவே, ஒரு பக்க (இடது) பயன்படுத்த வேண்டிய அவசியம் உள்ளது. டி இந்த சூழ்நிலையில் சோதனை.

பயன்படுத்தப்படும் வேலையில், ஒரு பொதுவான விவரக்குறிப்பு, மடக்கை மாற்றம்  $\ln(\text{ஒய்})$  இந்த வகை மாதிரிகளில். ஒரு உதாரணம் எடுக்க:

$$\ln(wage) = \beta_1 + \delta_1 female + \beta_2 educ + u$$

போலி மாறிகளின் குணகங்களின் விளக்கம்

நாம் இப்போது ஒரு பதிவு மாதிரியில் போலி மாறியின் குணகத்தின் விளக்கத்தைப் பார்ப்போம்.

$$\ln(wage_F) = \beta_1 + \delta_1 + \beta_2 educ$$

$$\ln(wage_M) = \beta_1 + \beta_2 educ$$

அதே கல்வியின் வெளிச்சத்தில், சமன்பாடு 8.8 இல் சமன்பாடு 8.7 கழிக்கப்படும் போது, விளைவு:

$$\ln(wage_F) - \ln(wage_M) = \delta_1$$

நாம் 8.9 இல் ஆண்டிலாக்கை எடுத்துக் கொண்டால், 8.9 இன் இரு பக்கங்களிலிருந்தும் 1 ஐக் கழித்தால், அது கொடுக்கிறது:

$$\frac{wage_F}{wage_M} - 1 = e^{\delta} - 1$$

வேறு வார்த்தைகளில் கூறுவதானால்:

In other words:

$$\frac{wage_F - wage_M}{wage_M} = e^{\delta} - 1$$

சமன்பாடு 8.11 இன் அடிப்படையில், அதே கல்விக்கு, ஆண் ஊதியத்திற்கும் பெண் ஊதியத்திற்கும் இடையிலான விகிதாசார மாற்றம். எனவே, ஆண்களுக்கும் பெண்களுக்கும் இடையிலான மணிநேர ஊதியத்தில் துல்லியமான சதவீத மாற்றம். ஒருவர் கூட பயன்படுத்தலாம், ஆனால் சதவீதத்தின் அளவு அதிகமாக இருக்கும் போது அல்ல.

இப்போது இரண்டுக்கும் மேற்பட்ட வகைகளைக் கொண்ட பண்புக்கூறுகளைப் பார்ப்போம். இங்கே நாம் மூன்று வகைகளைக் கொண்ட ஒன்றைப் பார்ப்போம்.

ஒரு நிறுவனத்தின் அளவு ஊதியத்தில் என்ன தாக்கத்தை ஏற்படுத்துகிறது என்பதை அளவிட, ஒரு போலி மாறியைப் பயன்படுத்துவோம். அளவின் அடிப்படையில் மூன்று வகையான நிறுவனங்கள் உள்ளன என்று நாங்கள் கருதுவோம், அதன் அடிப்படையில், கீழே காட்டப்பட்டுள்ளபடி மூன்று மாறிகளை உருவாக்குகிறோம்:

$$\begin{aligned} small &= \begin{cases} 1 & \text{up to 49 workers} \\ 0 & \text{in other case} \end{cases} \\ medium &= \begin{cases} 1 & \text{from 50 to 199 workers} \\ 0 & \text{in other case} \end{cases} \\ large &= \begin{cases} 1 & \text{more than 199 workers} \\ 0 & \text{in other case} \end{cases} \end{aligned}$$

மாதிரியில் நிறுவனத்தின் அளவை அறிமுகப்படுத்துவதன் மூலம் மணிநேர ஊதியத்தை விளக்குவதற்கு, ஒரு வகை கைவிடப்பட வேண்டும். கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள மாதிரியில், வகை சிறிய கைவிடப்பட்டது.

$$wage = \beta_1 + \theta_1 medium + \theta_2 large + \beta_2 educ + u$$

பின்வருபவை குணகங்களின் விளக்கம்.

நடுத்தர (பெரிய) நிறுவனங்கள் மற்றும் சிறிய நிறுவனங்களுக்கு இடையேயான மணிநேர ஊதியத்தில் உள்ள வேறுபாட்டைக் குறிக்கிறது, அதே அளவு கல்வி (மற்றும் அதே பிழையின் கால அளவு உள்ளது)  $u$  )

பின்வருபவை உடன் மாதிரி சிறிய வகையும் அடங்கும்:

$$wage = \beta_1 + \theta_0 small + \theta_1 medium + \theta_2 large + \beta_2 educ + u$$

ஆறு அவதானிப்புகளின் மாதிரி இருப்பதைக் கவனியுங்கள்: சிறிய நிறுவனங்களின் அவதானிப்புகள் ஒன்று மற்றும் இரண்டு, நடுத்தர நிறுவனங்களின் கவனிப்பு மூன்று மற்றும் நான்கு மற்றும் பெரிய நிறுவனங்கள் ஐந்து மற்றும் ஆறு. அத்தகைய சூழ்நிலையில், பின்வருபவை பின்னடைவுகளின் மேட்ரிக்ஸின் உள்ளமைவாக இருக்கும்  $X$ :

மேலே உள்ள மேட்ரிக்ஸில், நெடுவரிசை 1 என்பது நெடுவரிசைகள் 2, 3 மற்றும் 4 ஆகியவற்றின் கூட்டுத்தொகைக்கு சமம். போலி மாறி பொறியின்

குறிப்பு

## குறிப்பு

காரணமாக இது சரியான மல்டிகோலினியரிட்டியைக் காட்டுகிறது. பொதுமைப்படுத்த, ஒரு பண்புடன்  $g$  வகைகளில், மாடலில் இடைமறிப்புடன்  $g-1$  போலி மாறிகள் இருக்க வேண்டும். குறிப்பு வகையின் இடைமறிப்பு மாதிரியின் ஒட்டுமொத்த குறுக்கீடு ஆகும். ஒரு குறிப்பிட்ட குழுவிற்கான போலி மாறி குணகம் அந்த வகைக்கும் குறிப்பு வகைக்கும் இடையே உள்ள குறுக்கீடுகளில் மதிப்பிடப்பட்ட மாறுபாட்டைக் குறிக்கும். ஒரு வேளை  $g$  போலி மாறிகள் ஒரு இடைமறிப்புடன் சேர்க்கப்பட்டுள்ளன, போலி ட்ராப் போடப்படும். ஒரு மாற்றாக, அது சாத்தியமாகும்  $g$  போலி மாறிகள் மற்றும் ஒட்டுமொத்த இடைமறிப்பு. எனவே, மாதிரி இருக்கும்:

$$wage = \theta_0 small + \theta_1 medium + \theta_2 large + \beta_2 educ + u$$

அத்தகைய தீர்வைப் பின்பற்றக்கூடாது, ஏனெனில்:

- அத்தகைய மாதிரி கட்டமைப்பில், குறிப்பு வகையைப் பொறுத்து வேறுபாடுகளைச் சோதிப்பது மிகவும் கடினமாகிறது.
- மாடலில் ஒரு தனித்துவமான பண்பு இருந்தால் மட்டுமே தீர்வு செயல்படும்.

## தரம் மற்றும் அளவு விளக்க மாறிகள்

முந்தைய எடுத்துக்காட்டில், தரமான விளக்க மாறிகளை மட்டுமே நாங்கள் எடுத்துள்ளோம். இருப்பினும், பொருளாதாரத்தில் மிகவும் பொதுவான மாதிரிகள் சில விளக்கமான அளவு மாறிகள் மற்றும் பிற தரமான மாறிகள் அல்லது பிராந்திய அல்லது பருவகால மாறிகள் உள்ளன. அத்தகைய மாதிரியைப் பயன்படுத்துவதற்கான பொதுவான உதாரணம் நுகர்வு செயல்பாடு அல்லது ஏங்கல் வளைவு (செயல்பாடு) ஆகும். ஏங்கல் செயல்பாடு பகுப்பாய்வில், எந்தவொரு பண்டத்தின்-குழுவின் செலவு, உணவு தானியம் (C) மொத்த வருமானத்தை (X) சார்ந்துள்ளது. இருப்பினும், பிராந்திய வேறுபாடுகள் இருக்கலாம். பின்னர் மாதிரியை இவ்வாறு குறிப்பிடலாம்

$$\begin{aligned} C_i &= \beta_0 + \beta_1 X_i + \beta_2 D_i + u_i \\ D_i &= 1, \text{ for Rajasthan} \\ &= 0, \text{ otherwise} \\ \text{ve } (C_i) &= (\beta_0 + \beta_2) + \beta_1 X_i + u_i \text{ for Rajasthan} \\ (C_i) &= \beta_0 + \beta_1 X_i + u_i \text{ for otherwise.} \end{aligned}$$

பின்னர், எங்களிடம் உள்ளது இதனால், இடைமறிப்பு வார்த்தையில் மட்டுமே வேறுபாடு உள்ளது. (படம் 8.2). வெளிப்படையாக, படம் 8.2 இல்,  $\beta_2$  எதிர்மறையாக உள்ளது.

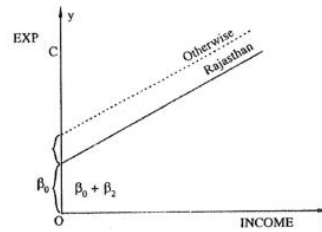


Fig. 8.2

If we estimate

$$C_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \beta_2 D_i + u_i$$

வேறு இடத்தில்). இருப்பினும், சாய்வு  $\hat{1}$  பொதுவானது.

OLS மதிப்பீட்டாளர்

எல்லா தரவையும் பொருத்த முயற்சிக்கிறது (ராஜஸ்தான் மற்றும் பிற இடங்களில்). இருந்து  $\hat{1}$  எல்லா தரவையும் அடிப்படையாகக் கொண்டது ராஜஸ்தான் தரவுகளுக்கு மட்டும் அல்லது மற்ற பிராந்திய தரவுகளுக்கு மட்டும் சிறந்த பொருத்தமாக இருக்க முடியாது. வெளிப்படையாக, இது ஒரு சமரச மதிப்பீடு.

போலி மாறி மாதிரி 8.16 இல், நாங்கள் மூன்று அளவுருக்களை மட்டுமே மதிப்பிடுகிறோம்.

எனினும், நாம் தனி மாதிரிகள் பொருத்தினால்

$$\left. \begin{aligned} C_i &= \alpha_0 + \alpha_1 X_i + u_i & \text{Rajasthan} \\ C_i &= \gamma_0 + \gamma_1 X_i + u_i & \text{Elsewhere} \end{aligned} \right\}$$

இங்கே சரிவுகள் சமமாக இருக்க வேண்டும் என்று கட்டுப்படுத்தப்படவில்லை. இங்கே நான்கு அளவுருக்கள் மதிப்பிடப்பட வேண்டும்.

இரு பகுதிகளுக்கும் போதுமான தரவுத் தொகுப்புகள் எங்களிடம் இருந்தால், சரிவில் டம்மிகளை அறிமுகப்படுத்துவதன் மூலம் அல்லது தனித்தனியாகப் பயன்படுத்துவதன் மூலம் தொடரலாம்.

இருப்பினும், ஏதேனும் ஒரு பிராந்தியத்திற்கான தரவு மிகவும் சிறியதாக இருந்தால், சுதந்திரத்தின் அளவு குறைவாக இருந்தால், சாய்வு குணகத்திற்கான தனி மதிப்பீடு நம்பமுடியாத ஒன்றாக இருக்கும். இரண்டு பகுதிகளின் (அல்லது காலங்கள்) அவதானிப்புகளை ஒருங்கிணைத்து, ஒரு சாய்வு மதிப்பீட்டாளரைப் பெறுவது நல்லது.

### பருவகால காரணிகள்

பருவகால காரணிகளை ஒருவர் கவனித்துக் கொள்ள வேண்டும் என்றால் போலி மாறி நுட்பத்தைப் பயன்படுத்தலாம். நுகர்வு பற்றிய அளவு தரவு எங்களிடம் இருந்தால் (C) மற்றும் தேசிய வருமானம் (Y), பின்வரும் பின்னடைவு சமன்பாட்டை நாங்கள் பொருத்துகிறோம்.

$$C_i = \beta_0 + \beta_1 Y_i + \gamma_1 D_{1i} + \gamma_2 D_{2i} + \gamma_3 D_{3i} + u_i$$

(8.18)

பருவகால வேறுபாடுகள், இடைமறிப்பு விதிமுறைகளின் வேறுபாட்டிற்கு சோதனைகளைப் பயன்படுத்துவதன் மூலம் சோதிக்கப்படுகின்றன.

உண்மையில்,  $D_1, D_2$  and  $D_3$ ; இன் முக்கியத்துவம் உண்மையை நிறுவும் 1 2 3 காலாண்டு 4 உடன் ஒப்பிடும்போது காலாண்டு 1, 2 மற்றும் 3 இல் நுகர்வு செயல்பாட்டில் பருவகால மாற்றங்கள் உள்ளன.

போக்கு மற்றும் பருவகால காரணிகளாக சிதைவதில், பின்வரும் மாதிரி பயன்படுத்தப்படலாம்:

$$\begin{aligned} D_{1i} &= 1, \text{ for the first quarter} \\ &= 0, \text{ otherwise} \\ D_{2i} &= 1, \text{ for the second quarter} \\ &= 0, \text{ otherwise} \\ D_{3i} &= 1, \text{ for the third quarter} \\ &= 0, \text{ otherwise} \end{aligned}$$

### போலி மாறிகள்: சரிவுகள் மாறும்

சரிவுகளில் உள்ள வேறுபாடுகளை சோதிக்க போலி மாறிகள் பயன்படுத்தப்படலாம். மாதிரி இருக்கட்டும்

குறிப்பு

$$\text{1st quarter} = \beta_0 + \hat{\gamma}_1$$

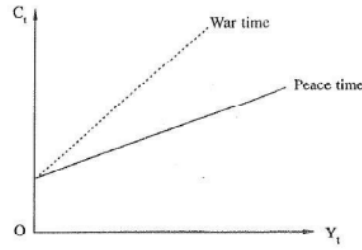
$$\text{2st quarter} = \beta_0 + \hat{\gamma}_2$$

$$\text{3rd quarter} = \beta_0 + \hat{\gamma}_3$$

$$\text{4th quarter} = \beta_0$$

In decomposing into trend and seasonal factors, the following model may be used:

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 T + \beta_2 D_2 + \beta_3 D_3 + \beta_4 + u_t$$



படம் 8.3

Hence,  $C_t = \beta_0 + (\beta_1 \gamma_t) Y_t + u_t$  war time

$C_t = \beta_0 + \beta_1 Y_t + u_t$  peace time, (Figure 8.3). In this case,

(படம் 8.3). இந்த வழக்கில், சாய்வு மட்டுமே வேறுபட்டது. இடைமறிப்பு மாறாமல் உள்ளது.

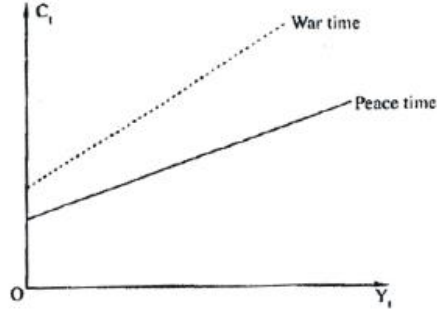
மூன்றாவது சாத்தியம் என்னவென்றால், இடைமறிப்பு மற்றும் சாய்வு இரண்டும் போர் மற்றும் சமாதான நேரத்தில் வேறுபடலாம். பின்னர் எங்கள் மாதிரி இருக்கும்:

$$C_t = \beta_0 + \beta_1 Y_t + \gamma D_1 + \gamma_1 D_1 Y_t$$

$$C_t = (\beta_0 + \gamma) + (\beta_1 + \gamma_1) Y_t + u_t \text{ in war time}$$

$$C_t = \beta_0 + \beta_1 Y_t + u_t \text{ in peace time}$$

The intercept has changed from  $\beta_0$  to  $\beta_0 + \hat{\gamma}$  and slope from  $\beta_1$  to  $\beta_1 + \hat{\gamma}$ . (Fig 8.4)



### சமச்சீரற்ற பதிலின் கருதுகோள் சோதனை

பொருளாதாரக் கோட்பாட்டில், குறிப்பாக மேக்ரோ பொருளாதாரக் கோட்பாட்டில், பணக் கூலிகளின் நெகிழ்வுத்தன்மையின் சிக்கல் எழுகிறது. இருப்பினும், பண ஊதிய விகிதம் கீழ்நோக்கி வளைந்துகொடுக்காதது என்று பொதுவாகக் கருதப்படுகிறது. எங்களுக்கு மாதிரி இருக்கட்டும்.

$$N_t = \beta_0 - \beta_1 W_t + u_t$$

எங்கே  $N_t$  வேலைவாய்ப்பு மற்றும்  $W_t$  பண ஊதிய விகிதம். இந்த மாதிரியானது பண ஊதியம் 1 ஆக உயர்ந்தால், எதிர்பார்க்கப்படும் வேலைவாய்ப்பைக் குறிக்கிறது  $E(N)$  மாறும்

போலி மாறிகள் மீதான பின்னடைவு

அதாவது, ' $\beta_1$ ' மற்றும் பண ஊதிய விகிதம் 1 குறைக்கப்பட்டால், வேலை வாய்ப்பு

மூலம் அதிகரிக்கும். ஊதிய விகிதத்தில் ஏற்படும் மாற்றத்திற்கு பதில் சமச்சீராக உள்ளது. இருப்பினும், போலி மாறியைச் செருகுவதன் மூலம் சமச்சீரற்ற தன்மையை அறிமுகப்படுத்தலாம்.

$$N_t = \beta_0 - \beta_1 W_t + \gamma_1 W_t D_t + u_t$$

where

$$D_t = 1, \text{ when } W_t \geq W_{t-1} \\ = 0, \text{ when } W_t < W_{t-1}$$

The test  $H_0 : \gamma = 0$  is equivalent to testing for asymmetry.

Then

$$EN_t = \hat{\beta}_0 - (\hat{\beta}_1 - \hat{\gamma})W_t \quad \text{where } W_t \geq W_{t-1}$$

$$EN_t = \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 W_t \quad \text{where } W_t \leq W_{t-1}$$

### பைனரி சார்பு மாறி

ஒரு குடும்பத்தில் டிவி செட் இருக்கிறதா இல்லையா என்பதுதான் நமது சார்பு மாறி என்று வைத்துக்கொள்வோம். வருமானம், செல்வம், தொழில், வயது, போன்ற இந்த முடிவைப் பாதிக்கும் பல மாறிகள் உள்ளன. வருமானத்தை மட்டும் எடுத்துக் கொள்வோம்.

Then the model is

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + u_t$$

Where

$$Y_t = 1, \text{ if the family has TV set} \\ = 0, \text{ otherwise.}$$

பொருளாதார அளவை முறைகள்

குறிப்பு

Self-Instructional Material



## குறிப்பு

**குறிப்பு:** சார்பு மாறிகளின் சிறப்புத் தன்மையின் காரணமாக, இடையூறு காலத்தின் விவரக்குறிப்பு மற்றும் அளவுருக்களின் மதிப்பீடு மற்றும் முடிவுகளின் விளக்கம் ஆகியவற்றில் சில சிக்கலான சிக்கல்கள் உள்ளன, அவற்றை நாங்கள் இங்கு விவாதிக்க முன்வரவில்லை.

### நேரியல் சோதனை

டம்மி மாறி நுட்பம் மாறிகள் தொடர்பான உறவுகளின் நேரியல் தன்மையை சோதிக்கவும் பயன்படுத்தப்படலாம்.

## 8.3 பருவகால பகுப்பாய்விலும் மற்றும் நேரத் தொடர்களை இணைப்பதிலும் டம்மி மாறிகளின் பயன்பாடு

நேரத் தொடர் பகுப்பாய்வு முறையைப் புரிந்துகொள்வதன் மூலம் தொடங்குவோம்.

### நேரத் தொடர் பகுப்பாய்வு முறை

நேரத் தொடர் பகுப்பாய்வு முறையானது துல்லியமானது, எதிர்காலத்தில் இதேபோன்ற டோபாஸ்ட் இருக்கும் என்று எதிர்பார்க்கப்படுகிறது. காலவரிசையில் உள்ள அனுமானம், அதே காரணிகள் எதிர்காலத்தில் செல்வாக்கு செலுத்துவது தொடரும். கடந்த காலம். இந்த நுட்பங்கள் மிகவும் நுட்பமானவை மற்றும் இந்த முறைகளைப் பயன்படுத்த நிபுணர்கள் தேவை. நேரத் தொடரை பகுப்பாய்வு செய்வதற்கான கிளாசிக்கல் அணுகுமுறையானது நான்கு வெவ்வேறு வகையான மாறுபாடுகள் அல்லது நேரத் தொடரை பாதிக்கும் தனித்தனி கூறுகளின் அடிப்படையில் உள்ளது. இந்த கூறுகள்:

### மதச்சார்பற்ற போக்கு (அல்லது வெறுமனே போக்கு),

ட்ரெண்டிசாஜெனரல் நீண்ட கால இயக்கத்தின் காலவரிசைகளின் மதிப்பு மாறக்கூடியது (Y) குறிப்பிட்ட காலத்திற்கு மேல். மாறக்கூடிய (Y) என்பது எதிர்காலத்தை மதிப்பிடுவதில் நாங்கள் ஆர்வமாக உள்ள காரணியாகும். அது விற்பனை, மக்கள் தொகை, குற்றச்செயல் மற்றும் பலவாக இருக்கலாம். போக்கு என்பது ஒரு பொதுவான சொல், மக்கள்தொகை போக்குகள், பணவீக்கப் போக்குகள், பிறப்பு விகிதம் மற்றும் பல போன்ற அன்றாட உரையாடலில் பிரபலமாகப் பயன்படுத்தப்படுகிறது. இந்த மாறிகள் நீண்ட காலமாக கவனிக்கப்பட்டு, நேரம் தொடர்பான ஏதேனும் மாற்றங்கள் குறிப்பிடப்பட்டு கணக்கிடப்பட்டு, இந்த மாற்றங்களின் போக்கு நிறுவப்படுகிறது. பல வகையான போக்குகள் உள்ளன; தொடர் மெதுவாக அல்லது வேகமாக அதிகரித்துக் கொண்டே இருக்கலாம் அல்லது இவை பல்வேறு விகிதங்களில் குறையலாம். சில ஒப்பீட்டளவில் நிலையானதாக இருக்கும் மற்றும் சில குறிப்பிட்ட காலப்பகுதியில் வளர்ச்சியிலிருந்து சரிவு அல்லது வீழ்ச்சியிலிருந்து வளர்ச்சிக்கு தங்கள் போக்கை மாற்றியமைக்கின்றன. இந்த மாற்றங்கள் சில அடையாளம் காணக்கூடிய தாக்கங்களின் விளைவாக அதிகரிக்க அல்லது குறைக்கும் தரவுகளின் பொதுவான போக்கின் விளைவாக நிகழ்கின்றன.

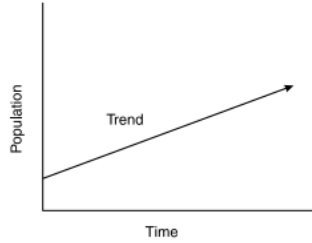


## குறிப்பு

ஒரு போக்கு தீர்மானிக்கப்பட்டு, மாற்றத்தின் விகிதத்தைக் கண்டறிய முடிந்தால், எதிர்காலத்தில் அதே தொடர் மதிப்புகளில் தற்காலிக மதிப்பீடுகள் செய்யப்படலாம். இருப்பினும், இத்தகைய முன்னறிவிப்புகள் நிலையான வளர்ச்சி அல்லது சரிவை பாதிக்கும் நிலைமைகள் எதிர்காலத்தில் மாறாமல் இருக்கும் என்று நியாயமாக எதிர்பார்க்கப்படுகிறது. இந்த நிலைமைகளில் மாற்றம் கணிப்புகளை பாதிக்கும். உதாரணமாக, காலப்போக்கில் மக்கள்தொகை அதிகரிப்பு சம்பந்தப்பட்ட நேரத் தொடர் படம் 8.5 இல் விளக்கப்பட்டுள்ளது.

### சுழற்சி ஏற்ற இறக்கங்கள்

சுழற்சி ஏற்ற இறக்கங்கள் நீண்ட காலத்திற்கு மீண்டும் நிகழும் வழக்கமான ஊசலாட்டங்கள் அல்லது வடிவங்களைக் குறிக்கின்றன. இயக்கங்கள் ஒரு வருடத்திற்கும் மேலாக கால இடைவெளிக்குப் பிறகு ஏற்பட்டால் மட்டுமே அவை சுழற்சியாகக் கருதப்படுகின்றன. இவை பொருளாதார ஏற்றம் அல்லது மந்தநிலையின் விளைவாக ஏற்படும் மாற்றங்கள். இவை மேலேயோ அல்லது கீழோ இருக்கலாம், மேலும் இயற்கையில் மீண்டும் மீண்டும் வரக்கூடியவை மற்றும் பல வருட கால அளவு கொண்டவை- பொதுவாக இரண்டு முதல் பத்து ஆண்டுகள் வரை நீடிக்கும். இந்த இயக்கங்கள் தீவிரம் அல்லது வீச்சிலும் வேறுபடுகின்றன, மேலும் ஒவ்வொரு கட்ட இயக்கமும் படிப்படியாக அதைத் தொடர்ந்து வரும் கட்டத்தில் மாறுகிறது. சில பொருளாதார வல்லுநர்கள் வணிகச் சுழற்சி ஒவ்வொரு 12 முதல் 15 ஆண்டுகளுக்கும் நான்கு கட்டங்களை நிறைவு செய்கிறது என்று நம்புகிறார்கள் - இந்த நான்கு கட்டங்கள்: செழிப்பு, மந்தநிலை, மனச்சோர்வு மற்றும் மீட்டி. இருப்பினும், இந்த சுழற்சிகளின் தன்மை அல்லது காரணங்களில் உடன்பாடு இல்லை.



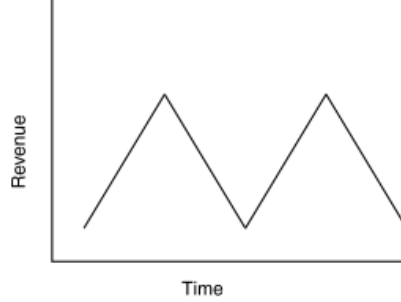
படம் 8.5

மூலோபாய திட்டமிடலுக்கு சுழற்சி மாறுபாட்டின் அளவீடு மற்றும் கணிப்பு மிகவும் முக்கியமானது என்றாலும், பின்வரும் காரணங்களால் அத்தகைய அளவீடுகளின் நம்பகத்தன்மை மிகவும் கேள்விக்குரியது:

- (i) இந்த சுழற்சிகள் சீரான இடைவெளியில் ஏற்படாது. அமெரிக்காவில் 1956 முதல் 1981 வரையிலான இருபத்தைந்து ஆண்டுகளில், ஆகஸ்டு 1957, ஏப்ரல் 1960, டிசம்பர் 1969, நவம்பர் 1973 மற்றும் ஜனவரி 1980 ஆகிய மாதங்களில் ஒட்டுமொத்தப் பொருளாதாரத்தின் சுழற்சிச் செயல்பாட்டின் உச்சங்கள் ஏற்பட்டதாக மதிப்பிடப்பட்டுள்ளது. அவை நேரம், தீவிரம் மற்றும் முறை ஆகியவற்றில் பரவலாக வேறுபடுகின்றன என்பதை இது காட்டுகிறது, இதனால் போக்குகளின் நம்பகமான மதிப்பீட்டை மிகவும் கடினமாக்குகிறது.
- (ii) சுழற்சி மாறுபாடுகள் பல ஒழுங்கற்ற, ஒழுங்கற்ற மற்றும் சீரற்ற சக்திகளால் பாதிக்கப்படுகின்றன, அவை தனித்தனியாக மற்றும்

## குறிப்பு

தனித்தனியாக அடையாளம் காணப்பட முடியாது, அவற்றின் தாக்கத்தை துல்லியமாக அளவிட முடியாது. ஒரு தொழிற்சாலை வறுவாய்க்கான சுழற்சி மாறுபாடு, காலத்திற்கு எதிராக பின்வருமாறு காட்டப்பட்டுள்ளது:



படம் 8.6

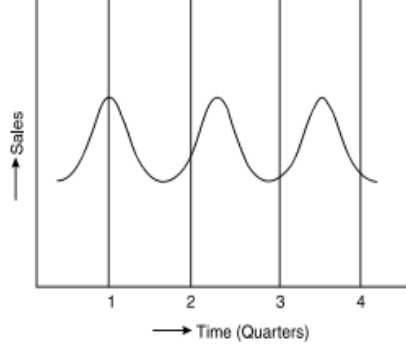
### பருவகால மாறுபாடு

பருவகால மாறுபாடு என்பது ஒரு வருடம் அல்லது அதற்கும் குறைவான காலப்பகுதியில் மீண்டும் ஏற்படும் மாற்றங்களின் வடிவங்களை உள்ளடக்கியது. பின்னர் அவை ஆண்டுதோறும் மீண்டும் மீண்டும் வருகின்றன, அவை நிலையான நிகழ்வுகளால் கொண்டு வரப்படுகின்றன. எடுத்துக்காட்டாக, கிறிஸ்மஸுக்கு முன் பரிசு வழங்கும் பாரம்பரியம் காரணமாக நுகர்வோர் பொருட்களின் விற்பனை அதிகரிக்கிறது. புதிய மாடல்களின் அறிமுகம் காரணமாக கடந்த 3-4 மாதங்களில் அமெரிக்காவில் ஆட்டோமொபைல்களின் விற்பனை அதிகமாக உள்ளது. இந்தத் தரவு மாதாந்திர அல்லது காலாண்டுக்கு ஒருமுறை அளவிடப்படலாம். இந்த மாறுபாடுகள் 12 மாத காலப்பகுதியில் மீண்டும் நிகழும் என்பதால், அவற்றை நியாயமாகவும் துல்லியமாகவும் கணிக்க முடியும். பருவகால மாறுபாடுகளை ஏற்படுத்தும் சில காரணிகள்:

- (i) பருவம் மற்றும் காலநிலை: காலநிலை மற்றும் வானிலை நிலைகளில் ஏற்படும் மாற்றங்கள் விற்பனையில் ஆழமான தாக்கத்தை ஏற்படுத்துகின்றன. உதாரணமாக, இந்தியாவில் குடைகளின் விற்பனை எப்போதுமே பருவ மழைக் காலத்தில் அதிகமாக இருக்கும். இதேபோல், குளிர்காலத்தில், கம்பளி ஆடைகள் மற்றும் சூடான பானங்களுக்கு அதிக தேவை உள்ளது, அதே நேரத்தில் கோடை மாதங்களில் மின்விசிறிகள் மற்றும் குளிரூட்டிகளின் விற்பனை அதிகரிக்கும்.
- (ii) பழக்கவழக்கங்கள் மற்றும் திருவிழாக்கள்: பழக்கவழக்கங்கள் மற்றும் மரபுகள் பருவகால செலவினங்களின் முறையை பாதிக்கின்றன. உதாரணமாக, அமெரிக்காவில் அன்னையர் தினம் அல்லது காதலர் தினம் இந்த நாட்களுக்கு முந்தைய பரிசு விற்பனையில் அதிகரிப்பைக் காண்கிறது. இந்தியாவில், பைசாகி மற்றும் தீபாவளி போன்ற பண்டிகைகள் இனிப்புகள் மற்றும் மிட்டாய்களுக்கு அதிக தேவையைக் குறிக்கின்றன. குழந்தைகள் உயர்நிலைப் பள்ளி அல்லது கல்லூரிப் படிப்பை முடித்தவுடன் அவர்களுக்குப் பரிசுகள் வழங்குவது உலகம் முழுவதும் வழக்கம். அதன்படி, பெரும்பாலான மாணவர்கள் தேர்ச்சி பெறும் ஜூன் மாதம், இளைஞர்களுக்கு ஏற்ற பரிசுகளின் விற்பனை அதிகரிக்கும் காலமாகும்.

## குறிப்பு

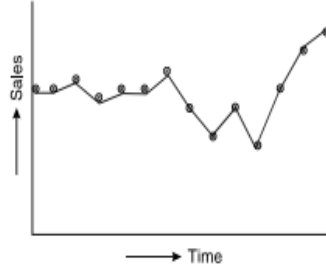
பருவகால நடத்தை பற்றிய துல்லியமான மதிப்பீடு, உற்பத்தி, சரக்குக் கட்டுப்பாடு, பணியாளர்கள், விளம்பரம் மற்றும் பல போன்றவற்றில் வணிகத் திட்டமிடல் மற்றும் திட்டமிடுதலுக்கான உதவியாகும். கொடுக்கப்பட்ட பொருளின் விற்பனைக்காக கொடுக்கப்பட்ட வருடத்தில் நான்கு காலாண்டுகளில் பருவகால ஏற்ற இறக்கங்கள் கீழே விளக்கப்பட்டுள்ளன:



படம் 8.7

### தற்செயலான மாறுபாடுகள்

இந்த மாறுபாடுகள் தற்செயலான, தற்செயலானவை, எனவே, அவை முற்றிலும் கணிக்க முடியாதவை. இந்த ஏற்ற இறக்கங்கள் தனிமைப்படுத்தப்பட்ட சம்பவங்களால் ஏற்படலாம் வெள்ளம், பஞ்சம், வேலைநிறுத்தம் என. தொழில்நுட்ப வளர்ச்சியில் இந்த வகையை உள்ளடக்கியதாக இருக்கலாம். அதன்படி, முன்னறிவிப்பு மாதிரிகள் மற்றும் தொழில்நுட்பங்களில் இந்த இயக்கங்களின் தாக்கத்தை தனிமைப்படுத்தவும் அளவிடவும் சாத்தியமற்றது. இந்த நிகழ்வு விளக்கமாக பின்வருமாறு காட்டப்படலாம்:



படம் 8.8

நேரத் தொடரின் மதிப்பு என்று பாரம்பரியமாக ஒப்புக் கொள்ளப்படுகிறது ( $Y$ ) என்பது மாறி போக்கு தாக்கத்தின் ஒரு செயல்பாடு ( $T$ ), பருவகால மாறுபாடு ( $S$ ), சுழற்சி மாறுபாடு ( $C$ ) மற்றும் ஒழுங்கற்ற ஏற்ற இறக்கம் ( $I$ ) இந்த உறவுகள் அனுமானங்கள் மற்றும் நோக்கங்களைப் பொறுத்து மாறுபடலாம். இந்த நான்கு கூறுகளின் விளைவுகள் கூட்டல், பெருக்கல் அல்லது பல வழிகளில் அவற்றின் கலவையாக இருக்கலாம். இருப்பினும், பாரம்பரிய நேரத் தொடர் பகுப்பாய்வு மாதிரியானது பெருக்கல் உறவால் வகைப்படுத்தப்படுகிறது, அதனால்:

$$Y = T \times S \times C \times I$$

சதவீத மாற்றங்கள் தொடரின் இயக்கத்தை சிறப்பாகப் பிரதிநிதித்துவப்படுத்தும் சூழ்நிலைகளுக்கு மேலே உள்ள மாதிரி

## குறிப்பு

பொருத்தமானது மற்றும் கூறுகள் முழுமையான மதிப்புகளாகப் பார்க்கப்படாமல் தொடர்புடைய மதிப்புகளாக பார்க்கப்படுகின்றன. உறவை வரையறுக்க மற்றொரு அணுகுமுறை சேர்க்கையாக இருக்கலாம், அதனால்:

$$Y = T \times S \times C \times I$$

நேரத் தொடரில் உள்ள மாறுபாடுகள் முழுமையான மதிப்புகளில் இருக்கும் போது இந்த மாதிரி பயனுள்ளதாக இருக்கும், மேலும் இந்த நான்கு பகுதிகளிலும் ஒவ்வொன்றையும் தனித்தனியாக பிரிக்கலாம் மற்றும் கண்டறியலாம் மற்றும் ஒவ்வொரு பகுதியையும் சுயாதீனமாக அளவிட முடியும்.

### சுழற்சி விளைவை அளவிடுதல்

**சுழற்சி மாறுபாடு**, நாம் முன்பு விவாதித்தபடி, ஒரு வருடத்திற்கும் அதிகமான கால இடைவெளியில் மீண்டும் நிகழும் ஒரு முறை. இந்த மாறுபாடுகள் நிகழும் நேரம், கால அளவு மற்றும் வீச்சு ஆகியவற்றுடன் பொதுவாக கணிக்க முடியாதவை. இருப்பினும், இந்த மாறுபாடுகள் பிரிக்கப்பட்டு அடையாளம் காணப்பட வேண்டும். சுழற்சி மாறுபாட்டைக் கண்டறிய நாம் பயன்படுத்தும் அளவானது போக்கின் சதவீதமாகும், மேலும் பயன்படுத்தப்படும் செயல்முறை எஞ்சிய போக்கு என அழைக்கப்படுகிறது.

நாம் முன்பு விவாதித்தபடி, நேரத் தொடரில் நான்கு கூறுகள் உள்ளன. அவை: மதச்சார்பற்ற போக்கு (T), பருவகால மாறுபாடு (S), சுழற்சி மாறுபாடு (C) மற்றும் ஒழுங்கற்ற (அல்லது வாய்ப்பு) மாறுபாடு (I) பருவகால மாறுபாட்டிற்காகக் கருதப்படும் காலம் ஒரு வருடத்திற்கும் குறைவாக இருப்பதால், அது ஆய்வில் இருந்து விலக்கப்படலாம், ஏனெனில், நாம் பார்க்கும் போது பல ஆண்டுகளாக பரவியிருக்கும் வருடாந்திர தரவுகளை உள்ளடக்கிய நேரத் தொடர்,

பின்னர் மதச்சார்பற்ற போக்கு, சுழற்சி மாறுபாடு மற்றும் ஒழுங்கற்ற மாறுபாடு மட்டுமே கருதப்படுகிறது.

மதச்சார்பற்ற போக்கு கூறுகளை போக்குக் கோட்டால் விவரிக்க முடியும் என்பதால் (பொதுவாக பின்னடைவு வரியால் கணக்கிடப்படுகிறது), போக்கிலிருந்து சுழற்சி மற்றும் ஒழுங்கற்ற கூறுகளை தனிமைப்படுத்தலாம். மேலும், ஒழுங்கற்ற மாறுபாடு தற்செயலாக நிகழ்கிறது மற்றும் துல்லியமாக கணிக்கவோ அல்லது அடையாளம் காணவோ முடியாது என்பதால், போக்கு கூறுகளால் விவரிக்கப்படாத நேரத் தொடரின் பெரும்பாலான மாறுபாடுகள் சுழற்சி கூறு மூலம் விளக்கப்படலாம் என்று நியாயமாக கருதலாம். அந்த வகையில், மாறுபாட்டின் பிற காரணங்கள் அடையாளம் காணப்பட்டவுடன், சுழற்சி மாறுபாட்டை எஞ்சியதாகக் கருதலாம்.

போக்கின் சதவீதமாக சுழற்சி மாறுபாட்டின் அளவீடு பின்வருமாறு கணக்கிடப்படுகிறது:

- 1) போக்குக் கோட்டைத் தீர்மானிக்கவும் (பொதுவாக பின்னடைவு பகுப்பாய்வு மூலம்).
- 2) போக்கு மதிப்பைக் கணக்கிடுங்கள்  $Y_t$  ஒவ்வொரு காலத்திற்கும் ( $t$ ) பரிசீலனையில் உள்ளது.
- 3) விகிதத்தைக் கணக்கிடுங்கள்  $Y/Y_t$  ஒவ்வொரு காலகட்டத்திற்கும்.
- 4) போக்கின் சதவீதத்தைப் பெற, இந்த விகிதத்தை 100 ஆல் பெருக்கவும்:

$$\text{Percentage of trend} = \left( \frac{Y}{Y_t} \right) 100.$$

**எடுத்துக்காட்டு 8.1:** 2011 முதல் 2016 வரை யுனைடெட் ஸ்டேட்ஸின் புள்ளியியல் சுருக்கங்களில் தெரிவிக்கப்பட்டுள்ளபடி, அமெரிக்காவில் ஆற்றல் நுகர்வுக்கான (குவாட்ரில்லியன் கணக்கான BTU இல் அளவிடப்படுகிறது) அனுமான தரவு பின்வருமாறு.

Year	Time Period (t)	Annual Energy Consumption (Y)
2011	1	74.0
2012	2	70.8
2013	3	70.5
2014	4	74.1
2015	5	74.0
2016	6	73.9

ஒரு நேரியல் போக்கை அனுமானித்து, ஒவ்வொரு ஆண்டுக்கான போக்கின் சதவீதத்தைக் கணக்கிடுங்கள் (சுழற்சி மாறுபாடு).

கரைசல்).

முதலில் நாம் பின்னடைவு வரி முறை மூலம் மதச்சார்பற்ற போக்கைக் காண்கிறோம், இது பின்வருமாறு:

t	Y	tY	t <sup>2</sup>
1	74.0	74.0	1
2	70.8	141.6	4
3	70.5	211.5	9
4	74.1	296.4	16
5	74.0	370.0	25
6	73.9	443.4	36
$\Sigma t = 21$	$\Sigma y = 437.3$	$\Sigma ty = 1536.9$	$\Sigma t^2 = 91$

$$b_1 = \frac{6(1536.9) - (21)(437.3)}{6(91) - (21)^2}$$

$$= \frac{9221.4 - 9183.3}{546 - 441}$$

$$= \frac{38.1}{105} = 0.363$$

$$b_0 = \bar{y} - b_1 \bar{t}$$

$$\bar{y} = \frac{\Sigma y}{n} = \frac{437.3}{6} = 72.88$$

$$\bar{t} = \frac{21}{6} = 3.5$$

$$b_0 = 72.88 - .363(3.5)$$

$$= 72.88 - 1.27$$

$$= 71.61$$

$$Y_t = 71.61 + .363t$$

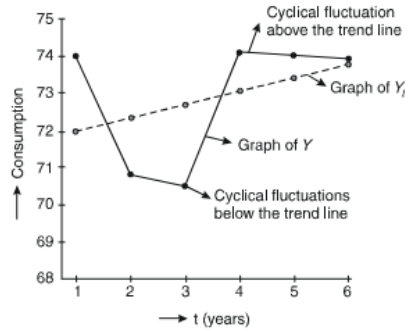
குறிப்பு

Time Period (t)	Energy Consumption (Y)	Trend (Y)	Percentage of Trend (Y/Y) $\times$ 100
1	74.0	71.97	102.82
2	70.8	72.34	97.87
3	70.5	72.70	96.97
4	74.1	73.06	101.42
5	74.0	73.43	100.77
6	73.9	73.79	100.15

பின்வரும் வரைபடம் உண்மையான ஆற்றல் நுகர்வு காட்டுகிறது ( $Y$ ), போக்கு வரி ( $Y_t$ ) மற்றும் காலப்போக்கில் போக்குக் கோட்டிற்கு மேலேயும் கீழேயும் சுழற்சி ஏற்ற இறக்கங்கள் ( $t$ ) 6 ஆண்டுகளுக்கு.

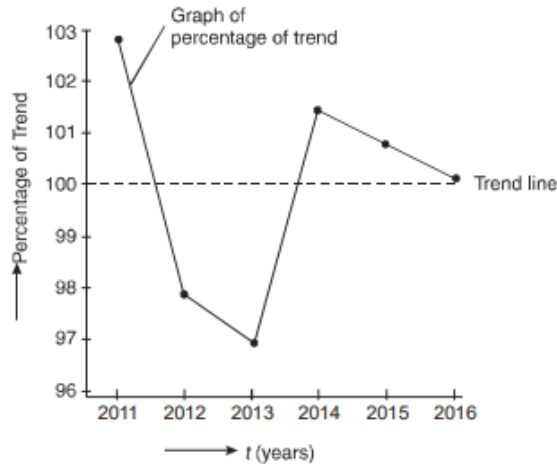
அடிக்கடி, போக்கின் சதவீதமாக சுழற்சி மாறுபாட்டின் வரைபடத்தை வரைகிறோம். இந்த செயல்முறை போக்கு வரியை நீக்குகிறது மற்றும் நேரத் தொடரின் சுழற்சி கூறுகளை தனிமைப்படுத்துகிறது.

சுழற்சி ஏற்ற இறக்கங்கள் துல்லியமாக கணிக்க முடியாதவை என்பதை புரிந்து கொள்ள வேண்டும், எனவே கடந்த கால சுழற்சி மாறுபாடுகளின் அடிப்படையில் எதிர்கால சுழற்சி மாறுபாடுகளை நாம் கணிக்க முடியாது.



படம் 8.9

போக்கு புள்ளிவிவரங்களின் சதவீதம், 2011 இல், ஆற்றல் உண்மையான நுகர்வு அந்த ஆண்டு எதிர்பார்த்த நுகர்வில் 102.82 சதவீதமாக இருந்தது மற்றும் 2013 இல், உண்மையான நுகர்வு எதிர்பார்த்த நுகர்வில் 96.97 சதவீதமாக இருந்தது.



படம் 8.10

## பருவகால மாறுபாடு

பருவகால மாறுபாடு ஒரு வருடம் அல்லது அதற்கும் குறைவான காலப்பகுதியில் போக்குக் கோட்டைச் சுற்றி யூகிக்கக்கூடிய மற்றும் மீண்டும் மீண்டும் இயக்கம் என வரையறுக்கப்படுகிறது. பருவகால மாறுபாட்டை அளவிடுவதற்கு, சம்பந்தப்பட்ட நேர இடைவெளி நாட்கள், வாரங்கள், மாதங்கள் அல்லது காலாண்டுகளின் அடிப்படையில் இருக்கலாம். பருவகால போக்குகளின் முன்கணிப்பு காரணமாக, இந்த மாறுபாடுகளை சந்திக்க முன்கூட்டியே திட்டமிடலாம். எடுத்துக்காட்டாக, உற்பத்தித் தரவுகளில் பருவகால மாறுபாடுகளைப் படிப்பது, உற்பத்தியின் உச்சக் காலத்திற்கு கூடுதல் பணியாளர்களை பணியமர்த்துவது அல்லது மூலப்பொருட்களின் இருப்பைக் குவிப்பது அல்லது பணியாளர்களுக்கு விடுமுறை நேரத்தை ஒதுக்குவது போன்றவற்றை சாத்தியமாக்குகிறது.

பருவகால மாறுபாடுகளை தனிமைப்படுத்தி அடையாளம் காண்பதற்காக, முடிந்தவரை, போக்கின் விளைவுகள், சுழற்சி மாறுபாடுகள் மற்றும் நேரத் தொடரின் ஒழுங்கற்ற ஏற்ற இறக்கங்களை முதலில் அகற்றுபோம். பருவகால மாறுபாடுகளை அளவிடுவதற்குப் பயன்படுத்தப்படும் சில முறைகள் பின்வருமாறு விவரிக்கப்பட்டுள்ளன:

## எளிய சராசரி முறை

நேரத் தொடரில் பருவகால ஏற்ற இறக்கங்களைத் தனிமைப்படுத்தும் எளிய முறை இதுவாகும். இந்தத் தொடரில் பருவகால மற்றும் ஒழுங்கற்ற ஏற்ற இறக்கங்கள் மட்டுமே உள்ளன என்ற அனுமானத்தின் அடிப்படையில் இது அமைந்துள்ளது. நேரத் தொடரானது 5 வருட காலப்பகுதியில் மாதாந்திர தரவை உள்ளடக்கியது என்று வைத்துக்கொள்வோம். மேலும் மார்ச் மாதத்திற்கான பருவகால குறியீட்டைக் கண்டுபிடிக்க விரும்புகிறோம் என்று வைத்துக்கொள்வோம். (ஒவ்வொரு ஆண்டும் மார்ச் மாதத்தில் பருவகால மாறுபாடு ஒரே மாதிரியாக இருக்கும். பருவகால அட்டவணை பருவகால மாறுபாட்டின் அளவை விவரிக்கிறது).

பின்னர் மார்ச் மாதத்திற்கான பருவகால குறியீடு பின்வருமாறு கணக்கிடப்படும்:

$$\text{Seasonal Index for March} = \left( \frac{\text{Monthly average for March}}{\text{Average of Monthly Averages}} \right) \times 100$$

ஒரு விநியோகஸ்தரால் கார்களை விற்பனை செய்வது தொடர்பான ஐந்து ஆண்டுகளில், மார்ச் மாதத்திற்கான (அல்லது எந்த மாதமும்) பருவகால குறியீட்டை (மாறுபாடு) கணக்கிடுவதில் பின்வரும் படிகளைப் பயன்படுத்தலாம்.

1. கடந்த ஐந்து ஆண்டுகளில் மார்ச் மாதத்திற்கான கார்களின் சராசரி விற்பனையைக் கணக்கிடுங்கள்.
2. ஐந்து ஆண்டுகளில் ஒவ்வொரு மாதத்திற்கும் கார்களின் சராசரி விற்பனையைக் கணக்கிட்டு, இந்த மாத சராசரிகளின் சராசரியைக் கணக்கிடவும்.
3. மார்ச் மாதத்திற்கான பருவகால குறியீட்டைக் கணக்கிட மேலே உள்ள சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தவும்.

ஐந்து வருட காலப்பகுதியில் மார்ச் மாதத்திற்கான கார்களின் சராசரி விற்பனை 360 என்றும், அனைத்து மாத சராசரியின் சராசரி 316 என்றும் சொல்லலாம். பின்னர் மார்ச் மாதத்திற்கான பருவகால குறியீடு =  $(360/316) \times 100 = 113.92$ .

## குறிப்பு

## குறிப்பு

### நகரும் சராசரி முறைக்கு விகிதம்

பருவகால மாறுபாடுகளை அளவிடுவதற்கு இது மிகவும் பரவலாகப் பயன்படுத்தப்படும் முறையாகும். பருவகாலக் குறியீடு சராசரியாக 100ஐ அடிப்படையாகக் கொண்டது, இந்த அடிப்படை மதிப்பிலிருந்து விலகியிருக்கும் மாறுபாடுகளால் அளவிடப்படும் பருவகால மாறுபாட்டின் அளவு (பருவகாலக் குறியீடு) ஆகும். உதாரணமாக, நாம் பார்த்தால் மூன்று கோடை மாதங்களில் (கால்வாசி) ஏரியில் வரிசைப் படகுகளை வாடகைக்கு எடுப்பதன் பருவநிலையின்படி, பருவகாலக் குறியீடு 135 ஆக இருப்பதைக் காண்கிறோம், மேலும் கடந்த ஆண்டு முழுவதும் மொத்த படகு வாடகை 1680 ஆக இருந்ததையும் நாம் அறிவோம். வரிசை படகுகளுக்கான கோடைகால வாடகைகளின் எண்ணிக்கை.

வாடகைக்கு எடுக்கப்பட்ட காலாண்டு படகுகளின் சராசரி எண்ணிக்கை =  $1680/4 = 420$ .

கோடை காலாண்டிற்கான பருவகால குறியீடு 135 என்பது சராசரி காலாண்டு வாடகையில் 135 சதவீதம் கோடைகால வாடகைகள் ஆகும்.

எனவே, கோடைகால வாடகைகள் =  $420 \times (135/100) = 567$ .

பருவகாலக் குறியீட்டைக் கணக்கிடுவதற்குத் தேவையான படிகளை ஒரு உதாரணத்தை விளக்குவதன் மூலம் கணக்கிடலாம்.

**எடுத்துக்காட்டு 8.2:** காலாண்டு அடிப்படையில் கடந்த மூன்று ஆண்டுகளாக வரிசைப் படகுகளின் வாடகைப் பதிவேடு பின்வருமாறு கொடுக்கப்பட்டுள்ளது என்று வைத்துக் கொள்வோம்:

Year	Rentals per quarter				Total
	I	II	III	IV	
1991	350	300	450	400	1500
1992	330	360	500	410	1600
1993	370	350	520	440	1680

**படி 1.** முதல் படி, நேரத் தொடருக்கான நான்கு காலாண்டு நகரும் மொத்தத்தைக் கணக்கிடுவது. இந்த மொத்தம் நான்கு காலாண்டுகளுக்கான மதிப்புகளின் தொகுப்பில் உள்ள நடுத்தர தரவுப் புள்ளியுடன் பின்வருமாறு காட்டப்பட்டுள்ளது. நான்கு காலாண்டுகளின் கொடுக்கப்பட்ட மதிப்புகளுக்கான நகரும் மொத்தம் 1500 ஆகும், இது நான்கு காலாண்டு மதிப்புகளின் கூட்டல் ஆகும்.

Year	Quarters	Rentals	Moving Total
1991	I	350	1500
	II	300	
	III	450	
	IV	400	

இந்த 1500 மதிப்பு 300 மற்றும் 450 மதிப்புகளுக்கு நடுவில் வைக்கப்பட்டு அடுத்த நெடுவரிசையில் பதிவு செய்யப்படுகிறது. நான்கு காலாண்டுகளின்



## குறிப்பு

அடுத்த நகரும் மொத்தத்திற்கு, முதல் காலாண்டின் மதிப்பை 350 ஆகக் குறைத்து, ஐந்தாவது காலாண்டின் மதிப்பைச் சேர்ப்போம் (வேறுவிதமாகக் கூறினால், அடுத்த ஆண்டின் முதல் காலாண்டு), மற்றும் இது மொத்தம் அடுத்த இரண்டு மதிப்புகளின் நடுவில் வைக்கப்படும், அவை 450 மற்றும் 400, மற்றும் பல. நகரும் மொத்தங்களின் இந்த மதிப்புகள் அடுத்த அட்டவணையின் நெடுவரிசை 4 இல் காட்டப்பட்டுள்ளன.

**படி 2.** அடுத்த கட்டம் காலாண்டு நகரும் சராசரியைக் கணக்கிடுவது. 4 காலாண்டுகள் இருப்பதால், படி 1 இல் கணக்கிடப்பட்ட நான்கு காலாண்டு நகரும் மொத்தத்தை 4 ஆல் வகுப்பதன் மூலம் இதைச் செய்யலாம். காலாண்டுகள் நகரும் சராசரி அடுத்த அட்டவணையில் நெடுவரிசை 5 இல் பதிவு செய்யப்பட்டுள்ளது. கணக்கீடுகளின் பின்வரும் முழு அட்டவணை:

Year	Quarters	Rentals	Quarter Moving Total	Quarter Moving Average	Quarter Centered Moving Average	Percentage of Actual to Centered Moving Average
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
	I	350				
	II	300				
			1500	375.0		
	III	450			372.50	120.80
			1480	370.0		
	IV	400			377.50	105.96
			1540	385.0		
1992	I	330			391.25	84.35
			1590	397.5		
	II	360			398.75	90.28
			1600	400.0		
	III	500			405.00	123.45
			1640	410.0		
	IV	410			408.75	100.30
			1630	407.5		
1993	I	370			410.00	90.24
			1650	412.5		
	II	350			416.25	84.08
			1680	420.0		
	III	520				
	IV	440				

**படி 3.** ஒவ்வொரு தொடர்ச்சியான 4 காலாண்டுகளுக்கான நகரும் சராசரிகள் எடுக்கப்பட்ட பிறகு, இந்த நகரும் சராசரிகளை மையப்படுத்துகிறோம். மேலே உள்ள அட்டவணையில் இருந்து நாம் பார்ப்பது போல், காலாண்டு நகரும் சராசரியானது காலாண்டுகளுக்கு இடையில் விழுகிறது. ஏனென்றால், காலாண்டுகளின் எண்ணிக்கை 4 ஆகும். வாரத்தின் 7 நாட்கள் போன்ற ஒற்றைப்படை எண்ணிக்கையிலான நேரக் காலங்கள் இருந்தால், நகரும் சராசரி ஏற்கனவே மையமாக இருக்கும், மேலும் இங்கு மூன்றாவது படி தேவைப்படாது. அதன்படி, ஒவ்வொரு சராசரியையும் காலாண்டுகளுக்கு இடையில் இல்லாமல், தொடர்புடைய காலாண்டுடன் தொடர்புபடுத்துவதற்காக எங்கள் சராசரியை மையப்படுத்துகிறோம். இது நெடுவரிசை 6 இல் காட்டப்பட்டுள்ளது, இங்கு மையப்படுத்தப்பட்ட நகரும் சராசரியானது இரண்டு தொடர்ச்சியான நகரும் சராசரிகளின் சராசரியாக கணக்கிடப்படுகிறது.

நகரும் சராசரி (அல்லது மையமாக நகரும் சராசரி) பருவகால மற்றும் ஒழுங்கற்ற ஏற்ற இறக்கங்களை அகற்றுவதை நோக்கமாகக் கொண்டுள்ளது (

## குறிப்பு

5 மற்றும் 1) அசல் நேரத் தொடரிலிருந்து, இந்த சராசரியானது தொடரின் சுழற்சி மற்றும் போக்கு கூறுகளைக் குறிக்கிறது.

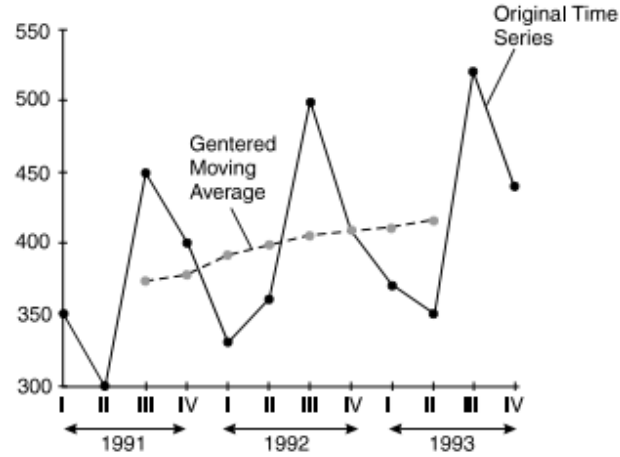
இந்தத் தரவுக்கான பின்வரும் வரைபடம் காட்டுவது போல, மையப்படுத்தப்பட்ட நகரும் சராசரியானது அசல் நேரத் தொடரின் உச்சங்களையும் தொட்டிகளையும் மென்மையாக்கியுள்ளது.

**படி 4.** அட்டவணையில் உள்ள நெடுவரிசை 7 கணக்கிடப்பட்ட உள்ளீடுகளைக் கொண்டுள்ளது, அவை தொடர்புடைய மையப்படுத்தப்பட்ட நகரும் சராசரி மதிப்புகளுக்கான உண்மையான மதிப்புகளின் சதவீதமாகும். எடுத்துக்காட்டாக, முதல் நான்கு காலாண்டுகள் அட்டவணையில் நகரும் சராசரி 372.50ஐ மையமாகக் கொண்டது தொடர்புடைய உண்மையான மதிப்பு 450 ஆகும், எனவே மையப்படுத்தப்பட்ட நகரும் சராசரிக்கு உண்மையான மதிப்பின் சதவீதம்:

$$\frac{\text{Actual Value}}{\text{Centered Moving Average Value}} \times 100$$

$$= \frac{450}{372.5} \times 100$$

$$= 120.80$$



**படி 5.** இந்த படிநிலையின் நோக்கம், முந்தைய பக்கத்தில் உள்ள அட்டவணையின் 7 வது நெடுவரிசையில் உள்ள மதிப்புகளில் மீதமுள்ள சுழற்சி மற்றும் ஒழுங்கற்ற ஏற்ற இறக்கங்களை அகற்றுவதாகும். ஒவ்வொரு காலாண்டிற்கும் 'மாற்றியமைக்கப்பட்ட சராசரி' கணக்கிடுவதன் மூலம் இதைச் செய்யலாம். பரிசீலனையில் உள்ள மூன்று ஆண்டு காலத்தின் ஒவ்வொரு காலாண்டிற்கான மாற்றியமைக்கப்பட்ட சராசரி பின்வருமாறு கணக்கிடப்படுகிறது.

(a) பின்வரும் அட்டவணையில் காட்டப்பட்டுள்ளபடி மூன்று ஆண்டுகளின் ஒவ்வொரு காலாண்டிற்கும் முந்தைய பக்கத்தில் உள்ள அட்டவணையின் நெடுவரிசை 7 இல் மதிப்புகளின் அட்டவணையை உருவாக்கவும்.

Year	Quarter I	Quarter II	Quarter (III)	Quarter (IV)
1991	—	—	120.80	105.96
1992	84.35	90.28	123.45	100.30
1993	90.24	84.08	—	—

(b) ஒவ்வொரு காலாண்டிற்கும் இந்த மதிப்புகளின் சராசரியை எடுத்துக்கொள்கிறோம். நாம் எடுத்துக் கொண்ட மூன்று ஆண்டுகளுக்குப் பதிலாக பல ஆண்டுகள் மற்றும் காலாண்டுகள் கணக்கில் எடுத்துக் கொள்ளப்பட்டால், ஒவ்வொரு காலாண்டுத் தரவுகளிலிருந்தும் மிக உயர்ந்த மற்றும் குறைந்த மதிப்புகள் நிராகரிக்கப்படும் மற்றும் மீதமுள்ள தரவுகளின் சராசரி கருத்தில் கொள்ளப்படும் என்பதைக் கவனத்தில் கொள்ள வேண்டும். ஒவ்வொரு காலாண்டு தரவிலிருந்தும் உயர்ந்த மற்றும் குறைந்த மதிப்புகளை நிராகரிப்பதன் மூலம், நாங்கள் குறைக்க முனைகிறோம் தீவிர சுழற்சி மற்றும் ஒழுங்கற்ற ஏற்ற இறக்கங்கள், மீதமுள்ள மதிப்புகளை சராசரியாக்கும்போது அவை மேலும் மென்மையாக்கப்படுகின்றன. எனவே, மாற்றியமைக்கப்பட்ட சராசரியை பருவகால கூறுகளின் குறியீடாகக் கருதலாம். ஒவ்வொரு காலாண்டிற்கான இந்த மாற்றியமைக்கப்பட்ட சராசரி பின்வருமாறு காட்டப்படுகிறது:

$$\begin{aligned}\text{Quarter I} &= \frac{84.35 + 90.24}{2} = 87.295 \\ \text{Quarter II} &= \frac{90.28 + 84.08}{2} = 87.180 \\ \text{Quarter III} &= \frac{120.80 + 123.45}{2} = 122.125 \\ \text{Quarter IV} &= \frac{105.96 + 100.30}{2} = 103.13 \\ \text{Total} &= 399.73\end{aligned}$$

மேலே கணக்கிடப்பட்ட மாற்றியமைக்கப்பட்ட வழிமுறைகள் பூர்வாங்க பருவகால குறியீடுகள். இவை 4 காலாண்டுகளுக்கு சராசரியாக 100 சதவீதம் அல்லது மொத்தம் 400 ஆக இருக்க வேண்டும். இருப்பினும், எங்கள் மொத்த எண்ணிக்கை 399.73 ஆகும். இதை பின்வரும் படிநிலை மூலம் சரி செய்யலாம்.

**படி 6.** முதலில், சரிசெய்தல் காரணியைக் கணக்கிடுகிறோம். விரும்பிய அல்லது எதிர்பார்க்கப்படும் மொத்த 400ஐ 399.73 என்ற உண்மையான மொத்தமாகப் பிரிப்பதன் மூலம் இது செய்யப்படுகிறது.

$$\begin{aligned}\text{Quarter I} &= 87.295 \times 1.0007 = 87.356 \\ \text{Quarter II} &= 87.180 \times 1.0007 = 87.241 \\ \text{Quarter III} &= 122.125 \times 1.0007 = 122.201 \\ \text{Quarter IV} &= 103.13 \times 1.0007 = 103.202 \\ \text{Total} &= 400.000 \\ \text{Average seasonal index} &= \frac{400}{4} = 100\end{aligned}$$

## குறிப்பு

ஒவ்வொரு காலாண்டிற்கான மாற்றியமைக்கப்பட்ட சராசரியை சரிசெய்தல் காரணி மூலம் பெருக்குவதன் மூலம், ஒவ்வொரு காலாண்டிற்கும் பருவகால குறியீட்டைப் பெறுகிறோம், அதனால்:

$$\text{Adjustment} = \frac{400}{399.73} = 1.0007$$

(இந்த சராசரி பருவகால குறியீடு தோராயமாக 100 ஆக உள்ளது, ஏனெனில் ரவுண்டிங்-ஆஃப் பிழைகள்).

இந்த முறையின் பின்னணியில் உள்ள தர்க்கரீதியான அர்த்தம், இந்த செயல்முறையின் மையமாக நகரும் சராசரி பகுதியானது மதச்சார்பற்ற போக்கு மற்றும் சுழற்சி ஏற்ற இறக்கங்களின் செல்வாக்கை நீக்குகிறது என்ற உண்மையை அடிப்படையாகக் கொண்டது ( $T \times C$ ) இது பின்வரும் வெளிப்பாடுகளால் குறிக்கப்படலாம்:

$$\frac{T \times S \times C \times I}{T \times C} = S \times I$$

எங்கே ( $T \times S \times C \times I$ ) என்பது போக்கு, பருவகால மாறுபாடுகள், சுழற்சி ஏற்ற இறக்கங்கள் ஆகியவற்றின் தாக்கமாகும் மற்றும் ஒழுங்கற்ற அல்லது வாய்ப்பு மாறுபாடுகள்.

எனவே, சராசரி நகரும் விகிதம் பருவகால மற்றும் ஒழுங்கற்ற கூறுகளின் செல்வாக்கைக் குறிக்கிறது. எவ்வாறாயினும், ஒவ்வொரு காலாண்டிற்கான இந்த விகிதங்கள் சில ஆண்டுகளில் சராசரியாக இருந்தால், பெரும்பாலான சீரற்ற அல்லது ஒழுங்கற்ற ஏற்ற இறக்கங்கள் நீக்கப்படும்.

$$\frac{S \times I}{I} = S$$

மேலும் இது பருவகால தாக்கங்களின் மதிப்பை நமக்கு அளிக்கும்.

### ஒழுங்கற்ற மாறுபாட்டை அளவிடுதல்

பொதுவாக, ஒழுங்கற்ற மாறுபாடு இயற்கையில் சீரற்றது, கணிக்க முடியாதது மற்றும் ஒப்பீட்டளவில் குறுகிய காலத்தில் நிகழ்கிறது. அதன் கணிக்க முடியாத தன்மை காரணமாக, இது பொதுவாக அளவிடப்படுவதில்லை அல்லது கணித ரீதியாக விளக்கப்படுவதில்லை. பொதுவாக, அகநிலை மற்றும் தர்க்கரீதியான பகுத்தறிவு இத்தகைய மாறுபாடுகளை விளக்குகிறது. எடுத்துக்காட்டாக, பாரசீக வளைகுடாப் போர், ஒரு ஒழுங்கற்ற காரணி, பணியாளர்கள் மற்றும் பொருட்களின் இயக்கம் காரணமாக பல மாதங்களுக்கு விமானம் மற்றும் கப்பல் பயணங்கள் அதிகரித்தன. இருப்பினும், நேரத் தொடர் தரவுகளிலிருந்து மற்ற கூறுகளை நீக்குவதன் மூலம் ஒழுங்கற்ற கூறுகளை தனிமைப்படுத்தலாம். எடுத்துக்காட்டாக, நேரத் தொடர் தரவு கொண்டுள்ளது ( $T \times S \times C \times I$ ) கூறுகள் மற்றும் நாம் அகற்ற முடிந்தால் ( $T \times S \times C$ ) தரவிலிருந்து கூறுகள், பின்னர் நாம் ( $I$ ) கூறு. என்பதைத் தீர்மானிக்க முந்தைய உதாரணத்தைப் பின்பற்றலாம் ( $I$ ) பின்வருமாறு கூறு. வழங்கப்பட்ட தரவு ஏற்கனவே வழங்கப்பட்டுள்ளது அல்லது கணக்கிடப்பட்டது.

குறிப்பு

Year	Quarters	Rentals Time Series Values ( $T \times S \times C \times I$ )	Centered Moving Average ( $T \times C$ )	$T \times S \times C \times I / (T \times C)$ $= S \times I$
1991	I	350	—	—
	II	300	—	—
	III	450	372.50	1.208
	IV	400	377.50	1.060
1992	I	330	391.25	0.843
	II	360	398.75	0.903
	III	500	405.00	1.235
	IV	410	408.75	1.003
1993	I	370	410.00	0.902
	II	350	416.25	0.841
	III	520	—	—
	IV	440	—	—

ஒவ்வொரு காலாண்டிற்கான பருவகால குறியீடுகள் ஏற்கனவே இவ்வாறு கணக்கிடப்பட்டுள்ளன:

Year	Quarters	Rentals Time Series Values ( $T \times S \times C \times I$ )	Centered Moving Average ( $T \times C$ )	$T \times S \times C \times I / (T \times C)$ $= S \times I$
1991	I	350	—	—
	II	300	—	—
	III	450	372.50	1.208
	IV	400	377.50	1.060
1992	I	330	391.25	0.843
	II	360	398.75	0.903
	III	500	405.00	1.235
	IV	410	408.75	1.003
1993	I	370	410.00	0.902
	II	350	416.25	0.841
	III	520	—	—
	IV	440	—	—

பருவகால சரிசெய்தல்

நேரத் தொடர் மதிப்புகள் பருவகாலமாக சரிசெய்யப்பட்டதைப் பற்றிப் பலமுறை படிக்கிறோம். அசல் நேரத் தொடர் மதிப்புகளை அவற்றின் தொடர்புடைய பருவகால குறியீடுகளால் வகுப்பதன் மூலம் இது நிறைவேற்றப்படுகிறது. இந்த பருவநிலையாக்கப்பட்ட மதிப்புகள் வெவ்வேறு காலகட்டங்களில் இருந்து மதிப்புகளின் நேரடி மற்றும் சமமான ஒப்பீடுகளை அனுமதிக்கின்றன. எடுத்துக்காட்டாக, வாடகை வரிசைப் படகுகளுக்கான கோரிக்கைகளை (நாம் பின்பற்றி வரும் உதாரணம்) ஒப்பிடுகையில், தேவை இருக்கும் போது, இரண்டாம் காலாண்டின் (வசந்த காலத்தில்) மூன்றாவது காலாண்டின் (கோடை) தேவையை ஒப்பிடுவது சமமாக இருக்காது. பாரம்பரியமாக உயர்ந்தது. இருப்பினும், இந்த நேரத் தொடர் மதிப்புகளில் இருந்து பருவகால செல்வாக்கை அகற்றும் போது இந்த கோரிக்கை மதிப்புகளை ஒப்பிடலாம்.

## குறிப்பு

ஒவ்வொரு காலாண்டிலும் வரிசை படகுகளின் தேவைக்கான பருவகால சரிப்படுத்தப்பட்ட மதிப்புகள், முன்பு கணக்கிடப்பட்ட பின்வரும் மதிப்புகளின் அடிப்படையில் அமைந்திருக்கும்.

Year	Quarter	Rentals ( $T \times S \times C \times I$ )	(S)	Seasonally Adjusted Values	Rounded off Values
1991	I	350	—	—	—
	II	300	—	—	—
	III	450	1.222	368.25	368
	IV	400	1.032	387.60	388
1992	I	330	0.874	377.57	378
	II	360	0.872	412.80	413
	III	500	1.222	409.16	409
	IV	410	1.032	397.29	397
1993	I	370	0.874	423.34	423
	II	350	0.872	401.38	401
	III	520	—	—	—
	IV	440	—	—	—

ஒவ்வொரு காலாண்டிற்கும் பருவகாலமாக சரிசெய்யப்பட்ட மதிப்பு இவ்வாறு கணக்கிடப்படுகிறது:

The seasonally adjusted value for each quarter is calculated as:

$$= \frac{\text{Original Value}}{\text{Seasonal Index}}$$

இந்தக் கணக்கீடுகள் நேரத் தொடரின் நான்கு கூறுகளைப் பிரித்து அடையாளம் காணும் செயல்முறையை நிறைவு செய்கின்றன, அதாவது மதச்சார்பற்ற போக்கு (T), பருவகால மாறுபாடு (S), சுழற்சி மாறுபாடு (C) மற்றும் ஒழுங்கற்ற மாறுபாடு (I)

### மாறுபாடு போக்கு பகுப்பாய்வு

வாய்ப்பு மாறுபாடுகளை அடையாளம் காண்பது, பிரிப்பது, கட்டுப்படுத்துவது அல்லது கணிப்பது கடினமாக இருந்தாலும், முன்னறிவிப்புகளை மிகவும் நம்பகமானதாக மாற்ற, போக்கு, சுழற்சி விளைவுகள் மற்றும் பருவகால விளைவுகள் ஆகியவற்றின் துல்லியமான அளவீடுகள் செய்யப்படலாம். இங்கே, போக்கை விவரிக்க அனுமதிக்கும் நுட்பங்களைப் பற்றி விவாதிக்கிறோம்.

ஒரு நேரத் தொடர் மேல்நோக்கி அல்லது கீழ்நோக்கி நீண்ட கால நேரியல் போக்கைக் காட்டும் போது, பின்னடைவு பகுப்பாய்வு இந்தப் போக்கை மதிப்பிடவும், சம்பந்தப்பட்ட மாறிகளின் எதிர்கால மதிப்புகளை முன்னறிவிப்பதற்கான போக்குகளை முன்வைக்கவும் பயன்படுத்தப்படலாம். பின்னடைவு பகுப்பாய்வில், நேர்கோட்டின் சமன்பாடு சுயாதீன மாறிக்கு இடையிலான நேரியல் உறவை விவரிக்கப் பயன்படுத்துகிறோம். எக்ஸ் மற்றும் சார்பு மாறி ஓய் இருக்கிறது:

$$Y = b_0 + b_1 X$$

எங்கே,  $b_0$  = இடைமறிக்க Y -அச்ச மற்றும்,  $b_1$  = நேர்கோட்டின் சாய்வு. நேரத் தொடர் பகுப்பாய்வில், சுயாதீன மாறி நேரம், எனவே நாம் குறியீட்டைப் பயன்படுத்துவோம்  $t$  இடத்தில் எக்ஸ் மற்றும் சின்னத்தைப் பயன்படுத்துவோம்  $Y_t$  இடத்தில்  $Y_c$ .

எனவே, நேரியல் போக்குக்கான சமன்பாடு பின்வருமாறு கொடுக்கப்பட்டுள்ளது:

## குறிப்பு

$$Y_t = b_0 + b_1 t$$

where,  $Y_t$  = forecast value of the time series in period  $t$

$b_0$  = intercept of the trend line on  $Y$ -axis

$b_1$  = slope of the trend line

$t$  = time period

முன்பு விவாதித்தபடி, மதிப்புகளை நாம் கணக்கிடலாம்  $b_0$  மற்றும்  $b_1$  பின்வரும் சூத்திரங்கள் மூலம்:

$$b_1 = \frac{n \sum (ty) - (\sum t)(\sum y)}{n \sum t^2 - (\sum t)^2}, \text{ and } b_0 = \bar{y} - b_1 \bar{t}$$

,  $y$  = actual value of the time series in period time  $t$

$n$  = number of periods

$$\bar{y} = \text{average value of time series} = \frac{\sum y}{n}$$

$$\bar{t} = \text{average value of } t = \frac{\sum t}{n}$$

இந்த மதிப்புகளை அறிந்தால், மதிப்பைக் கணக்கிடலாம்  $Y_t$ .

**எடுத்துக்காட்டு 8.3:** ஒரு கார் கடற்படை உரிமையாளரிடம் 5 கார்கள் உள்ளன, அவை பல ஆண்டுகளாக கடற்படையில் உள்ளன. ஒரு குறிப்பிட்ட வருடத்திற்கு நூற்றுக்கணக்கான டாலர்களில் காரின் வயதுக்கும் பழுதுபார்ப்புக்கும் இடையே நேரியல் உறவு இருந்தால் மேலாளர் நிறுவ விரும்புகிறார். இதன் மூலம், கார்கள் பழையதாகிவிட்டதால், ஒவ்வொரு வருடமும் பழுதுபார்க்கும் செலவுகளை அவரால் கணிக்க முடியும். இந்த கார்களில் கடந்த ஆண்டு அவர் சேகரித்த பழுதுபார்ப்பு செலவுகள் பற்றிய தகவல்கள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன:

Car	Age (t)	Repairs (Y)
1	1	4
2	3	6
3	3	7
4	5	7
5	6	9

இப்போது 3 வருடங்கள் பழமையான இரண்டு கார்களுக்கு அடுத்த ஆண்டு பழுதுபார்க்கும் செலவுகளை மேலாளர் கணிக்க விரும்புகிறார்.

கரைசல்:

பழுதுபார்ப்பு செலவுகளின் போக்கு, காரின் வயதுடன் ஒரு நேரியல் உறவை பரிந்துரைக்கிறது, இதனால் நேரியல் பின்னடைவு சமன்பாடு பின்வருமாறு வழங்கப்படுகிறது:



குறிப்பு

$$Y_t = b_0 + b_1 t$$

where, 
$$b_1 = \frac{n \sum (ty) - (\sum t)(\sum y)}{n(\sum t^2) - (\sum t)^2}$$

and, 
$$b_0 = \bar{y} - b_1 \bar{t}$$

To calculate the various values, let us form a new table as follows:

Age of car (t)	Repair cost (Y)	tY	t <sup>2</sup>
1	4	4	1
3	6	18	9
3	7	21	9
5	7	35	25
6	9	54	36
Totals 18	33	132	80

பல்வேறு மதிப்புகளைக் கணக்கிட, ஒரு புதிய அட்டவணையை பின்வருமாறு உருவாக்குவோம் என்று தெரிந்தும் n = 5, பின்னடைவு குணகங்களைக் கணக்கிட இந்த மதிப்புகளை மாற்றுவோம் b<sub>0</sub> மற்றும் b<sub>1</sub>.

Then, 
$$b_1 = \frac{5(132) - (18)(33)}{5(80) - (18)^2}$$

$$= \frac{660 - 594}{400 - 324}$$

$$= \frac{66}{76} = 0.87$$

and, 
$$b_0 = \bar{y} - b_1 \bar{t}$$

where, 
$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{33}{5} = 6.6$$

and, 
$$\bar{t} = \frac{\sum t}{n} = \frac{18}{5} = 3.6$$

Then, 
$$b_0 = 6.6 - 0.87(3.6)$$

$$= 6.6 - 3.13$$

$$= 3.47$$

Hence 
$$Y_t = 3.47 + 0.87t$$

The cars that are 3-years old now will be 4-years old next year, so that t = 4.

Hence, 
$$Y_{(4)} = 3.47 + 0.87(4)$$

$$= 3.47 + 3.48$$

$$= 6.95$$

Accordingly, the repair costs on each car that is 3-years old now are expected to be \$695.00.



அதன்படி, இப்போது 3 ஆண்டுகள் பழமையான ஒவ்வொரு காரின் பழுதுபார்க்கும் செலவு \$695.00 ஆக இருக்கும் என எதிர்பார்க்கப்படுகிறது.

### மென்மையான நுட்பங்கள்

ஸ்மூத்திங் நுட்பங்கள் எதிர்கால போக்குகளின் முன்னறிவிப்புகளை மேம்படுத்துகின்றன, காலவரிசை குறிப்பிடத்தக்க போக்கு, சுழற்சி அல்லது பருவகால விளைவு இல்லாமல் நிலையானதாக இருக்கும், மேலும் சராசரி செயல்முறையின் மூலம் நேரத் தொடரின் ஒழுங்கற்ற கூறுகளை மென்மையாக்குவதே இதன் நோக்கமாகும். பொதுவாக இத்தகைய மென்மையாக்குவதற்கு இரண்டு நுட்பங்கள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன.

#### (i) நகரும் சராசரிகள்

நகரும் சராசரிகளின் கருத்து, நேரத் தொடரின் எந்தவொரு பெரிய ஒழுங்கற்ற கூறு எந்த நேரத்திலும் குறைவான குறிப்பிடத்தக்க தாக்கத்தை ஏற்படுத்தும் என்ற கருத்தை அடிப்படையாகக் கொண்டது. போக்கு, அந்த நேரத்தில் கவனிப்பு, பரிசீலனைக்கு முன்னும் பின்னும் உடனடியாக அத்தகைய மதிப்புகளுடன் சராசரியாக இருந்தால். எடுத்துக்காட்டாக, எந்த நேரத்திலும் மூன்று கால நகரும் சராசரியைக் கணக்கிடுவதில் நாம் ஆர்வமாக இருந்தால், அத்தகைய காலக்கட்டத்தில் உள்ள மதிப்பின் சராசரியை, அதற்கு முந்தைய காலக்கட்டத்தின் மதிப்பை உடனடியாக எடுத்துக்கொள்வோம். அது. இந்த கருத்தை ஒரு உதாரணம் மூலம் விளக்குவோம்.

கொடுக்கப்பட்ட டீலரால் ஒரு வருடத்தின் முதல் இரண்டு மாதங்களில் முதல் 6 வாரங்களில் விற்கப்பட்ட கார்களின் எண்ணிக்கையை பின்வரும் அட்டவணை குறிப்பிடுகிறது. 3 வார நகரும் சராசரியைக் கணக்கிடுவதே எங்கள் நோக்கம்.

Week	Sales
1	20
2	24
3	22
4	26
5	21
6	22

The moving average for the first 3 week period is given as:

$$\text{Moving average} = \frac{29 + 24 + 22}{3} = \frac{66}{3} = 22$$

முதல் 3 வார காலத்திற்கு நகரும் சராசரி பின்வருமாறு கொடுக்கப்பட்டுள்ளது: இந்த நகரும் சராசரியானது 4 வது வாரத்தில் கார்களின் விற்பனையை முன்னறிவிப்பதற்குப் பயன்படுத்தப்படலாம். 4 வது வாரத்தில் விற்கப்பட்ட கார்களின் உண்மையான எண்ணிக்கை 26 ஆக இருப்பதால், முன்னறிவிப்பில் உள்ள பிழை (26 - 22) = 4 என்பதைக் கவனத்தில் கொள்கிறோம்.

அடுத்த 3 காலக்கட்டங்களுக்கான நகரும் சராசரிக்கான கணக்கீடு 4 வது வாரத்திற்கான மதிப்பைச் சேர்ப்பதன் மூலமும் 1 வாரத்திற்கான மதிப்பைக்

### குறிப்பு

## குறிப்பு

குறைத்து 2, 3 மற்றும் 4 வாரங்களுக்கு சராசரியை எடுத்துக்கொள்வதன் மூலமும் செய்யப்படுகிறது. எனவே,

பின்னர், இது 5 வது வாரத்திற்கான விற்பனையின் முன்னறிவிப்பாக கருதப்படுகிறது. 5 வது வாரத்திற்கான விற்பனையின் உண்மையான மதிப்பு 21 ஆக இருப்பதால், நமது முன்னறிவிப்பில் பிழை உள்ளது.

$$(21 - 24) = -(3).$$

6 வது வாரத்திற்கான முன்னறிவிப்பின்படி, 3 முதல் 5 வாரங்களுக்கு அடுத்த நகரும் சராசரி பின்வருமாறு:

6 வாரத்திற்கான உண்மையான மற்றும் முன்னறிவிப்பு மதிப்புக்கு இடையே உள்ள பிழை  $(22 - 23) = - (1)$ . (வாரம் 7 க்கான விற்பனையின் உண்மையான மதிப்பு கொடுக்கப்படாததால், அத்தகைய மதிப்புகளை கணிக்க வேண்டிய அவசியமில்லை).

எங்களின் நோக்கம், எதிர்காலத்தில் கொடுக்கப்பட்ட மாறியின் மதிப்பை முடிந்தவரை துல்லியமாக முன்னறிவிப்பதும் போக்கைக் கணிப்பதும் ஆகும், இதனால் முன்னறிவிப்பு சீரற்ற மாறுபாடுகளிலிருந்து நியாயமான முறையில் இலவசம் அதைச் செய்ய, மேலே விவாதிக்கப்பட்ட தனிப்பட்ட பிழைகளின் கூட்டுத்தொகை முடிந்தவரை குறைவாக இருக்க வேண்டும். இருப்பினும், பிழைகள் ஒழுங்கற்றவை மற்றும் சீரற்றவை என்பதால், சில பிழைகள் மதிப்பில் நேர்மறையாகவும் மற்றவை எதிர்மறையாகவும் இருக்கும் என்று எதிர்பார்க்கப்படுகிறது, இதனால் இந்த பிழைகளின் கூட்டுத்தொகை மிகவும் சிதைந்து பூஜ்ஜியத்திற்கு நெருக்கமாக இருக்கும். ஒவ்வொரு கணிப்புப் பிழைகளையும் தனித்தனியாகப் பிரித்து சராசரியை எடுத்துக்கொள்வதன் மூலம் இந்தச் சிரமத்தைத் தவிர்க்கலாம். இயற்கையாகவே, இந்தப் பிழைகளின் குறைந்தபட்ச மதிப்புகள், 'வர்க்கப் பிழைகளின் கூட்டுத்தொகையின் சராசரி' குறைந்தபட்ச மதிப்பையும் ஏற்படுத்தும். இது பின்வருமாறு காட்டப்பட்டுள்ளது:

Week	Time Series Value	Moving Average	Error	Error Squared
1	20			
2	24			
3	22			
4	26	22	4	16
5	21	24	- 3	9
6	22	23	- 1	1

Then the average of the sum of squared errors also known as mean squared error and denoted by MSE is given as :

$$MSE = \frac{16+9+1}{3} = \frac{26}{3} = 8.63$$

பின்னர் சராசரி சதுரப் பிழை என்றும் அழைக்கப்படும் மற்றும் MSE ஆல் குறிக்கப்படும் சதுரப் பிழைகளின் சராசரி பின்வருமாறு:

MSE இன் மதிப்பு என்பது முன்னறிவிப்பு முறையின் துல்லியத்தின் அடிக்கடி பயன்படுத்தப்படும் அளவீடாகும், மேலும் MSE இன் குறைந்த மதிப்பை விளைவிக்கும் முறை மற்றவற்றை விட மிகவும் துல்லியமாக கருதப்படுகிறது. நகரும் சராசரியில் சேர்க்கப்பட வேண்டிய தரவு மதிப்புகளின் எண்ணிக்கையை மாற்றுவதன் மூலம் MSE இன் மதிப்பைக் கையாளலாம். எடுத்துக்காட்டாக, நகரும் சராசரியை கணக்கிடுவதற்கு 4

காலகட்டங்களை கணக்கில் எடுத்துக்கொண்டு MSE இன் மதிப்பைக் கணக்கிட்டிருந்தால், 3 ஐ விட, MSE இன் மதிப்பு குறைவாக இருக்கும். அதன்படி, சோதனை மற்றும் பிழை முறையைப் பயன்படுத்தி, தரவுகளின் எண்ணிக்கை முன்னறிவிப்பில் பயன்படுத்த தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட மதிப்புகள், இதன் விளைவாக வரும் MSE மதிப்பு குறைந்தபட்சமாக இருக்கும்.

## (ii) அதிவேகமான நேர்த்தி

நகரும் சராசரி முறையில், ஒவ்வொரு கவனிப்பும் ஒரே எடையைப் பெறுகிறது. வேறு வார்த்தைகளில் கூறுவதானால், ஒவ்வொரு மதிப்பும் கணக்கில் எடுத்துக்கொள்ளப்பட்ட காலங்களின் எண்ணிக்கையைப் பொருட்படுத்தாமல், நகரும் சராசரியைக் கணக்கிடுவதற்கு சமமாக பங்களிக்கிறது. பெரும்பாலான உண்மையான சூழ்நிலைகளில், இது ஒரு யதார்த்தமான அனுமானம் அல்ல. ஒரு குறிப்பிட்ட காலப்பகுதியில் சுற்றுச்சூழலின் இயக்கவியல் காரணமாக, அடுத்த காலகட்டத்திற்கான முன்னறிவிப்பு தொலைதூரத்தை விட மிக சமீபத்திய முந்தைய காலகட்டத்திற்கு நெருக்கமாக இருக்கும். முந்தைய காலம், அதனால் சமீபத்திய மதிப்பு முந்தைய மதிப்பை விட அதிக எடையைப் பெற வேண்டும். அதிவேக மிகுதுவாக்கும் நுட்பமானது, மிகவும் துல்லியமான அல்லது சீரான முன்னறிவிப்பைப் பெறுவதற்காக, கருத்தில் கொள்ளப்பட்ட மதிப்புகளுக்கு ஒதுக்கப்பட்ட பொருத்தமான எடைகளுடன் நகரும் சராசரியைப் பயன்படுத்துகிறது. கடந்த காலகட்டங்களுக்கு நாம் மேலும் செல்லும்போது, கடந்த காலங்களின் தாக்கம் குறைந்து வருவதை இது கருத்தில் கொள்கிறது. நாம் காலப்பகுதிக்குள் செல்லும்போது இந்த குறைந்து வரும் தாக்கம் அதிவேகமாக விறியோகிக்கப்படுகிறது, எனவே அதிவேக மென்மையாக்கம் என்று பெயர்.

மதிப்பு  $\alpha$  தேவைப்படும் மென்மையின் அளவின் அடிப்படையில் முடிவெடுப்பவர் தேர்ந்தெடுக்கிறார். சிறிய மதிப்பு  $\alpha$  அதிக அளவு மென்மையாக்குவதைக் குறிக்கிறது. ஏ  $\alpha$  இன் பெரிய மதிப்பு என்பது மிகச்சிறிய மென்மையாக்கம். எப்பொழுது  $\alpha = 1$ , பின்னர் மென்மையாக்கம் இல்லை அடுத்த காலகட்டத்திற்கான முன்னறிவிப்பு தற்போதைய காலகட்டத்தில் நேரத் தொடரின் உண்மையான மதிப்பைப் போலவே இருக்கும். இதைக் காணலாம்:

அதிவேக மென்மையான அணுகுமுறை பயன்படுத்த எளிதானது மற்றும் ஒருமுறை  $\alpha$  மதிப்பு தேர்ந்தெடுக்கப்பட்டது, அதற்கு இரண்டு தகவல்கள் மட்டுமே தேவை  $Y_t$  மற்றும்  $F_t$  கணக்கெடுக்க  $F(t+1)$ .

அதிவேக மென்மையான செயல்முறையுடன் தொடங்க, நாங்கள் அனுமதிக்கிறோம்  $F_t$  காலம்  $t$  இல் உள்ள நேரத் தொடரின் உண்மையான மதிப்புக்கு சமம், அதாவது  $Y_1$ . எனவே, காலம் 2 க்கான முன்னறிவிப்பு இவ்வாறு எழுதப்பட்டுள்ளது:

நகரும் சராசரிகளின் விஷயத்தில் விவாதிக்கப்பட்ட கார் விற்பனையை முன்னறிவிப்பதில் உள்ள சிக்கலுக்கு அதிவேக மென்மையான முறையைப் பயன்படுத்துவோம். தரவு மீண்டும் பின்வருமாறு கொடுக்கப்பட்டுள்ளது:

குறிப்பு

வாரம்	நேரத் தொடர் மதிப்பு (Yt)
1	20
2	24
3	22
4	26
5	21
6	22

Let  $\alpha = 0.4$

முதல் F2 சமமாக மேலே கணக்கிடப்படுகிறது Y1 = 20, F3 இன் மதிப்பைக் கணக்கிடலாம் பின்வருமாறு:

$$F_3 = 0.4Y_2 + (1 - 0.4)F_2$$

Since  $F_2 = Y_1$ , we get

$$\begin{aligned} F_3 &= 0.4(24) + 0.6(20) = 9.6 + 12 \\ &= 21.6 \end{aligned}$$

இதே போன்ற மதிப்புகளை அடுத்தடுத்த காலகட்டங்களுக்கு கணக்கிடலாம், அதனால்:

$$\begin{aligned} F_4 &= 0.4Y_3 + 0.6F_3 \\ &= 0.4(22) + 0.6(21.6) \\ &= 8.8 + 12.96 \\ &= 21.76 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_5 &= 0.4Y_4 + 0.6F_4 \\ &= 0.4(26) + 0.6(21.76) \\ &= 10.4 + 13.056 \\ &= 23.456 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_6 &= 0.4Y_5 + 0.6F_5 \\ &= 0.4(21) + 0.6(23.456) \\ &= 8.4 + 14.07 \\ &= 22.47 \end{aligned}$$

இப்போது நாம் ஆறு காலகட்டங்களுக்கான உண்மையான மதிப்புகளுடன் அதிவேக மென்மையான முன்னறிவிப்பு மதிப்பை ஒப்பிட்டு, முன்னறிவிப்புப் பிழையைக் கணக்கிடலாம்.

$$\begin{aligned} \text{and, } F_7 &= 0.4Y_6 + 0.6F_6 \\ &= 0.4(22) + 0.6(22.47) \\ &= 8.8 + 13.48 \\ &= 22.28 \end{aligned}$$

(மதிப்பு F7 மதிப்பு என்பதால் கருதப்படவில்லை Y7 வழங்கப்படவில்லை). இந்த முறைக்கான MSE இன் மதிப்பை F இன் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட மதிப்புடன் இப்போது கணக்கிடுவோம் (t+1) முந்தைய அட்டவணையில் இருந்து:

## குறிப்பு

Week	Time Series Value ( $Y_t$ )	Exponential Smoothing Forecast Value ( $F_t$ )	Error ( $Y_t - F_t$ )
1	20	—	—
2	24	20.000	4.0
3	22	21.600	0.4
4	26	21.760	4.24
5	21	23.456	- 2.456
6	22	22.470	- 0.47

MSE இன் முந்தைய மதிப்பு 8.67 ஆக இருந்தது. எனவே தற்போதைய அணுகுமுறை சிறந்த ஒன்றாக உள்ளது. மதிப்பின் தேர்வு மிகவும் முக்கியமானது. மீண்டும் அதிவேக மென்மையான மாதிரியைப் பார்ப்போம்.

Forecast errors	Squared Forecast Error
$(Y_t - F_t)$	$(Y_t - F_t)$
4	16
.4	.16
4.24	17.98
- 2.456	6.03
- 0.47	.22
	Total = 40.39

Then,

$$\begin{aligned} \text{MSE} &= 40.39/5 \\ &= 8.08 \end{aligned}$$

The previous value of MSE was 8.67. Hence the current approach is a better one. The choice of the value  $\alpha$  is very significant. Let us look at the exponential smoothing model again.

$$\begin{aligned} F_{(t+1)} &= \alpha Y_t + (1 - \alpha)F_t \\ &= \alpha Y_t + F_t - \alpha F_t \\ &= F_t + \alpha(Y_t - F_t) \end{aligned}$$

where  $(Y_t - F_t)$  is the forecast error in time period  $t$ .

மதிப்பை கவனமாக தேர்ந்தெடுப்பதன் மூலம் முன்னறிவிப்பின் துல்லியத்தை மேம்படுத்தலாம். நேரத் தொடரில் கணிசமான சீரற்ற மாறுபாடு இருந்தால், இன் சிறிய மதிப்பு (மென்மைப்படுத்தும் காரணி அல்லது மென்மையாக்கும் மாறிலி என அறியப்படுகிறது) விரும்பத்தக்கது. மறுபுறம், இன் பெரிய மதிப்பு ஒப்பீட்டளவில் சிறிய சீரற்ற மாறுபாடு கொண்ட நேரத் தொடருக்கு விரும்பத்தக்கதாக இருக்கும் ( $Y_1 - F_1$ )

### வளைவு பொருத்தும் முறைகள்

வளைவு பொருத்துதல் என்பது ஒரு வளைவு அல்லது கணிதச் செயல்பாட்டைக் கட்டமைக்கும் செயல்முறையாகும், இது தரவுப் புள்ளிகளின் வரிசைக்கு சிறந்த பொருத்தத்தைக் கொண்டுள்ளது, இது தடைகளுக்கு உட்பட்டது. வளைவு பொருத்துதல் என்பது இடைக்கணிப்பை உள்ளடக்கியதாக இருக்கலாம், அங்கு தரவுக்கு சரியான பொருத்தம் தேவைப்படும், அல்லது மென்மைப்படுத்துதல், இதில் தரவுக்கு ஏறக்குறைய பொருந்தக்கூடிய 'மென்மையான' செயல்பாடு கட்டமைக்கப்படுகிறது. தொடர்புடைய தலைப்பு பின்னடைவு பகுப்பாய்வு ஆகும், இது ரேண்டம் பிழைகள் மூலம் கவனிக்கப்பட்ட தரவுகளுக்கு பொருந்தக்கூடிய ஒரு வளைவில் எவ்வளவு நிச்சயமற்ற தன்மை உள்ளது போன்ற புள்ளிவிவர அனுமானத்தின் கேள்விகளில் அதிக கவனம் செலுத்துகிறது. பொருத்தப்பட்ட வளைவுகள் தரவு

## குறிப்பு

காட்சிப்படுத்துதலுக்கான உதவியாகப் பயன்படுத்தப்படலாம், தரவு எதுவும் கிடைக்காத செயல்பாட்டின் மதிப்புகளை ஊகிக்க மற்றும் இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட மாறிகளுக்கு இடையிலான உறவுகளை சுருக்கமாகக் கூறலாம். எக்ஸ்ட்ராபோலேஷன் என்பது கவனிக்கப்பட்ட தரவின் வரம்பிற்கு அப்பால் பொருத்தப்பட்ட வளைவைப் பயன்படுத்துவதைக் குறிக்கிறது, மேலும் இது ஒரு அளவு நிச்சயமற்ற தன்மைக்கு உட்பட்டது, ஏனெனில் இது கவனிக்கப்பட்ட தரவைப் பிரதிபலிக்கும் அளவுக்கு வளைவை உருவாக்கப் பயன்படுத்தப்படும் முறையைப் பிரதிபலிக்கும்.

### 8.4 குறுக்கு பிரிவு தரவு

பொருளாதார அளவீட்டில், குறுக்குவெட்டுத் தரவு அல்லது ஆய்வு மக்கள்தொகையின் குறுக்குவெட்டு என்பது ஒரு புள்ளி அல்லது காலப்பகுதியில் பல பாடங்களை (தனிநபர்கள், நிறுவனங்கள், நாடுகள் அல்லது பகுதிகள் போன்றவை) கவனிப்பதன் மூலம் சேகரிக்கப்பட்ட தரவு வகையாகும். பகுப்பாய்விற்கு நேர வேறுபாடுகள் எதுவும் இல்லை. குறுக்கு வெட்டுத் தரவின் பகுப்பாய்வு பொதுவாக தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட பாடங்களுக்கிடையே உள்ள வேறுபாடுகளை ஒப்பிடுவதைக் கொண்டுள்ளது.

குறுக்குவெட்டுத் தரவுகள் நேரத் தொடர் தரவுகளிலிருந்து வேறுபடுகின்றன, இதில் உற்பத்திக் கூட்டுப்பொருளின் காரணிகளுடன் அதே சிறிய அளவு பல்வேறு புள்ளிகளில் காணப்படுகிறது. மற்றொரு வகை தரவு, பேனல் தரவு (அல்லது நீளமான தரவு), குறுக்குவெட்டு மற்றும் நேரத் தொடர் தரவு யோசனைகள் இரண்டையும் ஒருங்கிணைத்து, பாடங்கள் (நிறுவனங்கள், தனிநபர்கள் போன்றவை) காலத் தொடரில் எவ்வாறு மாறுகின்றன என்பதைப் பார்க்கிறது. பேனல் தரவு வெவ்வேறு காலகட்டங்களில் ஒரே பாடங்களில் உள்ள அவதானிப்புகளைக் கையாளும் அதே வேளையில் பிந்தையது வெவ்வேறு காலகட்டங்களில் வெவ்வேறு பாடங்களைக் கவனிப்பதால், குறுக்குவெட்டுத் தரவுகளில் இருந்து குழு தரவு வேறுபடுகிறது. பேனல் பகுப்பாய்வானது காலப்போக்கில் மாறிகளில் ஏற்படும் மாற்றங்கள் மற்றும் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட பாடங்களுக்கு இடையே உள்ள மாறிகளில் உள்ள வேறுபாடுகளை ஆராய பேனல் தரவைப் பயன்படுத்துகிறது.

எடுத்துக்காட்டாக, ஒரு மக்கள்தொகையில் தற்போதைய உடல் பருமன் அளவை அளவிட விரும்பினால், அந்த மக்கள்தொகையில் இருந்து தோராயமாக 1,000 நபர்களின் மாதிரியை வரையலாம் (அந்த மக்கள்தொகையின் குறுக்குவெட்டு என்றும் அழைக்கப்படுகிறது), அவர்களின் எடை மற்றும் உயரத்தை அளவிடலாம் மற்றும் எந்த சதவீதத்தை கணக்கிடலாம். அந்த மாதிரி பருமனாக வகைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது. இந்த குறுக்குவெட்டு மாதிரியானது, அந்த ஒரு கட்டத்தில், அந்த மக்கள்தொகையின் ஸ்னாப்ஷாட்டை நமக்கு வழங்குகிறது நேரத்தில். உடல் பருமன் அதிகரிக்கிறதா அல்லது குறைகிறதா என்பதை ஒரு குறுக்கு வெட்டு மாதிரியின் அடிப்படையில் எங்களுக்குத் தெரியாது என்பதை நினைவில் கொள்க; தற்போதைய விகிதத்தை மட்டுமே நாம் விவரிக்க முடியும்.

உருளும் குறுக்குவெட்டில், மாதிரியில் ஒரு நபரின் இருப்பு மற்றும் மாதிரியில் தனிநபர் சேர்க்கப்படும் நேரம் ஆகிய இரண்டும் தோராயமாக தீர்மானிக்கப்படுகின்றன. உதாரணமாக, ஒரு அரசியல் கருத்துக்கணிப்பு 1000 நபர்களை நேர்காணல் செய்ய முடிவு செய்யலாம். இது முதலில் இந்த நபர்களை முழு மக்களிடமிருந்தும் தோராயமாகத் தேர்ந்தெடுக்கிறது. அது

## குறிப்பு

ஒவ்வொரு நபருக்கும் ஒரு சீரற்ற தேதியை ஒதுக்குகிறது. தனிநபர் நேர்காணல் செய்யப்படும் சீரற்ற தேதி இதுவாகும், இதனால் கணக்கெடுப்பில் சேர்க்கப்படும்.

குறுக்குவெட்டுத் தரவை குறுக்குவெட்டு பின்னடைவில் பயன்படுத்தலாம், இது குறுக்குவெட்டுத் தரவின் பின்னடைவு பகுப்பாய்வு ஆகும். எடுத்துக்காட்டாக, ஒரு குறிப்பிட்ட மாதத்தில் பல்வேறு நபர்களின் நுகர்வுச் செலவுகள், அவர்களின் வருமானங்கள், திரட்டப்பட்ட செல்வ நிலைகள் மற்றும் அவர்களின் பல்வேறு மக்கள்தொகை அம்சங்கள் ஆகியவற்றின் அடிப்படையில் அந்த அம்சங்களில் உள்ள வேறுபாடுகள் எவ்வாறு நுகர்வோரின் நடத்தையில் வேறுபாடுகளை ஏற்படுத்துகின்றன என்பதைக் கண்டறியலாம்.

பொருளாதார அளவீட்டில், குறுக்குவெட்டு ஆய்வுகள் பொதுவாக குறுக்குவெட்டு பின்னடைவைப் பயன்படுத்துவதை உள்ளடக்கியது, ஒரு குறிப்பிட்ட நேரத்தில் வட்டி சார்ந்த மாறியின் மீது ஒரு சுயாதீன மாறியின் காரண விளைவுகளின் இருப்பு மற்றும் அளவை வரிசைப்படுத்துவதற்காக. அவை நேரத் தொடர் பகுப்பாய்விலிருந்து வேறுபடுகின்றன, இதில் ஒன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட பொருளாதாரத் தொகுப்புகளின் நடத்தை காலத்தின் மூலம் கண்டறியப்படுகிறது. குறுக்குவெட்டு பகுப்பாய்வு, எச்சங்களின் தொடர் தொடர்பு போன்ற காலத்தின் பல்வேறு புள்ளிகளிலிருந்து பெறப்பட்ட தரவைப் பயன்படுத்துவதில் பல்வேறு சிக்கலான அம்சங்களைத் தவிர்ப்பதன் நன்மையைக் கொண்டுள்ளது. தரவு பகுப்பாய்விற்கு மாறிகளுக்கு இடையிலான உறவுகளின் தன்மை காலப்போக்கில் நிலையானது என்ற அனுமானம் தேவையில்லை என்பதும் இதன் நன்மையைக் கொண்டுள்ளது. சில வித்தியாசமான நேரத்தில்.

பொருளாதாரத்தில் குறுக்குவெட்டுப் பகுப்பாய்வின் ஒரு உதாரணம் பணத் தேவையின் பின்னடைவு ஆகும்-பல்வேறு மக்கள் அதிக திரவ நிதிச் சொத்துக்களில் வைத்திருக்கும் அளவு-ஒரு குறிப்பிட்ட நேரத்தில் அவர்களின் வருமானம், மொத்த நிதிச் செல்வம் மற்றும் பல்வேறு மக்கள்தொகை காரணிகள். ஒவ்வொரு தரவுப் புள்ளியும் ஒரு குறிப்பிட்ட தனிநபர் அல்லது குடும்பத்திற்கானது, மேலும் தனிநபர்கள் அல்லது குடும்பங்களின் மொத்த மக்கள்தொகையிலிருந்து ஒரு புள்ளியில் வரையப்பட்ட புள்ளிவிவர மாதிரியில் பின்னடைவு நடத்தப்படுகிறது. இதற்கு நேர்மாறாக, பணத் தேவையின் இடைக்கால பகுப்பாய்வு, ஒரு முழு நாட்டின் பணத்தின் ஒவ்வொரு காலகட்டத்திலும் உள்ள பணத்தைப் பற்றிய தரவுகளைப் பயன்படுத்துகிறது, மேலும் சமகால (அல்லது சமகாலத்திற்கு அருகில்) வருமானம், மொத்த நிதிச் செல்வம் மற்றும் வட்டியின் சில அளவுகள் ஆகியவற்றைப் பின்னுக்குத் தள்ளும். விகிதங்கள்.

குறுக்கு வெட்டு ஆய்வு என்பது தனிப்பட்ட வேறுபாடுகளில் பல்வேறு மக்கள்தொகை காரணிகளின் (வயது, எடுத்துக்காட்டாக) விளைவுகளை ஆராயும் நன்மையைக் கொண்டுள்ளது; ஆனால் அது பணத் தேவையின் மீதான வட்டி விகிதங்களின் விளைவைக் கண்டறிய முடியாத ஒரு குறைபாடு உள்ளது, ஏனெனில் ஒரு குறிப்பிட்ட கட்டத்தில் குறுக்குவெட்டு ஆய்வில் கவனிக்கப்பட்ட அனைத்து அலகுகளும் அதே தற்போதைய வட்டி விகிதங்களை எதிர்கொள்கின்றன.

## 8.5 உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சரிபார்க்கும் கேள்விகளின் பதில்கள்

### குறிப்பு

1. எண்டோஜெனஸ் மாறியை விளக்குவதில் நாம் பயன்படுத்திய மாறிகள் அளவு இயல்புடையவை. எவ்வாறாயினும், பாலினம், இனம், மதம், தேசியம் மற்றும் புவியியல் பகுதி போன்ற எண்டோஜெனஸ் மாறியின் நடத்தையை விளக்கும் போது முக்கியமான தரமான இயல்புடைய பிற மாறிகள் உள்ளன.
2. அத்தகைய மாதிரியைப் பயன்படுத்துவதற்கான பொதுவான உதாரணம் நுகர்வு செயல்பாடு அல்லது ஏங்கல் வளைவு (செயல்பாடு) ஆகும். ஏங்கல் செயல்பாடு பகுப்பாய்வில், எந்தவொரு பண்டத்தின் குழுவின் செலவு, உணவு தானியம் (சி) மொத்த வருமானத்தை (X) சார்ந்துள்ளது. இருப்பினும், பிராந்திய வேறுபாடுகள் இருக்கலாம்.
3. பொருளாதாரக் கோட்பாட்டில், குறிப்பாக மேக்ரோ-பொருளாதாரக் கோட்பாட்டில், பணக் கூலிகளின் நெகிழ்வினமை பிரச்சனை எழுகிறது. இருப்பினும், பண ஊதிய விகிதம் கீழ்நோக்கி வளைந்துகொடுக்காதது என்று பொதுவாகக் கருதப்படுகிறது.
4. ஒரு குடும்பத்தில் டிவி செட் இருக்கிறதா இல்லையா என்பதுதான் நமது சார்பு மாறி என்று வைத்துக்கொள்வோம். வருமானம், செல்வம், தொழில் மற்றும் வயது போன்ற இந்த முடிவைப் பாதிக்கும் பல மாறிகள் உள்ளன. வருமானத்தை மட்டும் எடுத்துக் கொள்வோம்.
5. போலி மாறி நுட்பம் மாறிகள் தொடர்பான உறவுகளின் நேரியல் தன்மையை சோதிக்கவும் பயன்படுத்தப்படலாம்.
6. எதிர்காலம் கடந்த காலத்தைப் போலவே இருக்கும் என எதிர்பார்க்கப்படும் நேரத் தொடர் பகுப்பாய்வு முறை மிகவும் துல்லியமானது. காலத் தொடரின் அடிப்படை அனுமானம் என்னவென்றால், அதே காரணிகள் கடந்த காலத்தைப் போலவே பொருளாதார நடவடிக்கைகளின் எதிர்கால வடிவங்களில் தொடர்ந்து செல்வாக்கு செலுத்தும். இந்த நுட்பங்கள் மிகவும் சிக்கலானவை மற்றும் இந்த முறைகளைப் பயன்படுத்த நிபுணர்கள் தேவை.
7. போக்கு என்பது ஒரு நீண்ட காலத்திற்கு மாறியின் (Y) நேரத் தொடர் மதிப்பில் பொதுவான நீண்ட கால இயக்கமாகும். மாறி (Y) என்பது எதிர்காலத்தை மதிப்பிடுவதில் நாம் ஆர்வமாக உள்ள காரணியாகும். அது விற்பனை, மக்கள் தொகை, குற்ற விகிதம் மற்றும் பல இருக்கலாம். போக்கு என்பது ஒரு பொதுவான சொல், மக்கள்தொகை போக்குகள், பணவீக்கப் போக்குகள், பிறப்பு விகிதம் மற்றும் பல போன்ற அன்றாட உரையாடலில் பிரபலமாகப் பயன்படுத்தப்படுகிறது.
8. சுழற்சி ஏற்ற இறக்கங்கள் நீண்ட காலத்திற்கு மீண்டும் நிகழும் வழக்கமான ஊசலாட்டங்கள் அல்லது வடிவங்களைக் குறிக்கின்றன. இயக்கங்கள் ஒரு வருடத்திற்கும் மேலாக கால இடைவெளிக்குப் பிறகு ஏற்பட்டால் மட்டுமே அவை சுழற்சியாகக் கருதப்படுகின்றன. இவை பொருளாதார ஏற்றம் அல்லது மந்தநிலையின் விளைவாக ஏற்படும் மாற்றங்கள்.
9. இந்த மாறுபாடுகள் தற்செயலானவை, சீரற்றவை அல்லது வெறுமனே வாய்ப்பு காரணிகளால் ஏற்படுகின்றன. எனவே, அவை முற்றிலும் கணிக்க முடியாதவை. வெள்ளம், பஞ்சம், வேலைநிறுத்தங்கள் அல்லது போர்கள் போன்ற தனிமைப்படுத்தப்பட்ட சம்பவங்களால்



## குறிப்பு

- இந்த ஏற்ற இறக்கங்கள் ஏற்படலாம். தேவையில் ஏற்படும் திடீர் மாற்றங்கள் அல்லது தொழில்நுட்ப வளர்ச்சியில் ஏற்பட்ட முன்னேற்றம் ஆகியவை இந்தப் பிரிவில் சேர்க்கப்படலாம்.
10. நேரத் தொடரில் பருவகால ஏற்ற இறக்கங்களைத் தனிமைப்படுத்தும் எளிய முறை இதுவாகும். இந்தத் தொடரில் பருவகால மற்றும் ஒழுங்கற்ற ஏற்ற இறக்கங்கள் மட்டுமே உள்ளன என்ற அனுமானத்தின் அடிப்படையில் இது அமைந்துள்ளது.
  11. வளைவு பொருத்துதல் என்பது ஒரு வளைவு அல்லது கணிதச் செயல்பாட்டைக் கட்டமைக்கும் செயல்முறையாகும், இது தரவு புள்ளிகளின் வரிசைக்கு சிறந்த பொருத்தத்தைக் கொண்டுள்ளது, இது தடைகளுக்கு உட்பட்டது. வளைவு பொருத்துதல் என்பது இடைக்கணிப்பை உள்ளடக்கியதாக இருக்கலாம், அங்கு தரவுக்கு சரியான பொருத்தம் தேவைப்படும், அல்லது மென்மையாக்குதல், இதில் தரவுக்கு ஏறக்குறைய பொருந்தக்கூடிய 'மென்மையான' செயல்பாடு கட்டமைக்கப்படுகிறது.
  12. பொருளாதார அளவீட்டில், குறுக்குவெட்டுத் தரவு அல்லது ஆய்வு மக்கள்தொகையின் குறுக்குவெட்டு என்பது ஒரு புள்ளி அல்லது காலப்பகுதியில் பல பாடங்களை (தனிநபர்கள், நிறுவனங்கள், நாடுகள் அல்லது பகுதிகள் போன்றவை) கவனிப்பதன் மூலம் சேகரிக்கப்பட்ட தரவு வகையாகும். பகுப்பாய்விற்கு நேர வேறுபாடுகள் எதுவும் இல்லை. குறுக்கு வெட்டுத் தரவின் பகுப்பாய்வு பொதுவாக தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட பாடங்களுக்கிடையே உள்ள வேறுபாடுகளை ஒப்பிடுவதைக் கொண்டுள்ளது.

## 8.6 தொகுப்பு

- எண்டோஜெனஸ் மாறியை விளக்குவதில் நாம் பயன்படுத்திய மாறிகள் அளவு இயல்புடையவை. இருப்பினும், ஒரு தரநிலையின் பிற மாறிகள் உள்ளன பாலினம், இனம், மதம், தேசியம் மற்றும் புவியியல் பகுதி போன்ற எண்டோஜெனஸ் மாறியின் நடத்தையை விளக்கும் போது முக்கியத்துவம் வாய்ந்த இயல்பு.
- பெரும்பாலும், தரமான காரணிகள் பைனரி தகவலாகக் காணப்படுகின்றன, எடுத்துக்காட்டாக, ஒரு நபர் பெண்ணா அல்லது ஆணா, தனியாரா இல்லையா, மற்றும் பல. தரமான காரணிகள் இருவேறு தகவலாகக் காணப்பட்டால், பூஜ்ஜியம்-ஒன்/பைனரி மாறியை வரையறுப்பதன் மூலம் தொடர்புடைய தகவலைப் பிடிக்க முடியும்.
- அத்தகைய மாதிரியைப் பயன்படுத்துவதற்கான பொதுவான உதாரணம் நுகர்வு செயல்பாடு அல்லது ஏங்கல் வளைவு (செயல்பாடு) ஆகும். ஏங்கல் செயல்பாடு பகுப்பாய்வில், எந்தவொரு பண்டத்தின் குழுவின் செலவு, உணவு தானியம் (சி) மொத்த வருமானத்தை (X) சார்ந்துள்ளது. இருப்பினும், பிராந்திய வேறுபாடுகள் இருக்கலாம்.
- பருவகால காரணிகளை ஒருவர் கவனித்துக் கொள்ள வேண்டும் என்றால் போலி மாறி நுட்பத்தைப் பயன்படுத்தலாம்.
- பொருளாதாரக் கோட்பாட்டில், குறிப்பாக மேக்ரோ-பொருளாதாரக் கோட்பாட்டில், பணக் கூலிகளின் நெகிழ்வின்மை பிரச்சனை எழுகிறது. இருப்பினும், பண ஊதிய விகிதம் கீழ்நோக்கி வளைந்துகொடுக்காதது என்று பொதுவாகக் கருதப்படுகிறது.

## குறிப்பு

- சார்பு மாறிகளின் சிறப்புத் தன்மையின் காரணமாக, இடையூறு காலத்தின் விவரக்குறிப்பு மற்றும் அளவுருக்களின் மதிப்பீடு மற்றும் முடிவுகளின் விளக்கம் ஆகியவற்றில் சில சிக்கலான சிக்கல்கள் உள்ளன, அவற்றை நாங்கள் இங்கு விவாதிக்க முன்வரவில்லை.
- போலி மாறி நுட்பம் ஆனது மாறிகள் தொடர்பான உறவுகளின் நேரியல் தன்மையை சோதிக்கவும் பயன்படுத்தப்படலாம்.
- எதிர்காலம் கடந்த காலத்தைப் போலவே இருக்கும் என எதிர்பார்க்கப்படும் நேரத் தொடர் பகுப்பாய்வு முறை மிகவும் துல்லியமானது. காலத் தொடரின் அடிப்படை அனுமானம் என்னவென்றால், அதே காரணிகள் கடந்த காலத்தைப் போலவே பொருளாதார நடவடிக்கைகளின் எதிர்கால வடிவங்களில் தொடர்ந்து செல்வாக்கு செலுத்தும். இந்த நுட்பங்கள் மிகவும் சிக்கலானவை மற்றும் இந்த முறைகளைப் பயன்படுத்த நிபுணர்கள் தேவை.
- போக்கு என்பது ஒரு நீண்ட காலத்திற்கு மாறியின் (Y) நேரத் தொடர் மதிப்பில் பொதுவான நீண்ட கால இயக்கமாகும். மாறி (Y) என்பது எதிர்காலத்தை மதிப்பிடுவதில் நாம் ஆர்வமாக உள்ள காரணியாகும். அது விற்பனை, மக்கள் தொகை, குற்ற விகிதம் மற்றும் பல இருக்கலாம்.
- போக்கு என்பது ஒரு பொதுவான சொல், மக்கள்தொகை போக்குகள், பணவீக்கப் போக்குகள், பிறப்பு விகிதம் மற்றும் பல போன்ற அன்றாட உரையாடலில் பிரபலமாகப் பயன்படுத்தப்படுகிறது.
- பல வகையான போக்குகள் உள்ளன; தொடர் மெதுவாக அல்லது வேகமாக அதிகரித்துக் கொண்டே இருக்கலாம் அல்லது இவை பல்வேறு விகிதங்களில் குறையலாம். சில ஒப்பீட்டளவில் நிலையானதாக இருக்கும் மற்றும் சில குறிப்பிட்ட காலப்பகுதியில் வளர்ச்சியிலிருந்து சரிவு அல்லது வீழ்ச்சியிலிருந்து வளர்ச்சிக்கு தங்கள் போக்கை மாற்றியமைக்கின்றன. இந்த மாற்றங்கள் சில அடையாளம் காணக்கூடிய தாக்கங்களின் விளைவாக அதிகரிக்க அல்லது குறைக்கும் தரவுகளின் பொதுவான போக்கின் விளைவாக நிகழ்கின்றன.
- ஒரு போக்கு தீர்மானிக்கப்பட்டு, மாற்றத்தின் விகிதத்தைக் கண்டறிய முடிந்தால், எதிர்காலத்தில் அதே தொடர் மதிப்புகளில் தற்காலிக மதிப்பீடுகள் செய்யப்படலாம்.
- சுழற்சி ஏற்ற இறக்கங்கள் நீண்ட காலத்திற்கு மீண்டும் நிகழும் வழக்கமான ஊசலாட்டங்கள் அல்லது வடிவங்களைக் குறிக்கின்றன. இயக்கங்கள் ஒரு வருடத்திற்கும் மேலாக கால இடைவெளிக்குப் பிறகு ஏற்பட்டால் மட்டுமே அவை சுழற்சியாகக் கருதப்படுகின்றன. இவை பொருளாதார ஏற்றம் அல்லது மந்தநிலையின் விளைவாக ஏற்படும் மாற்றங்கள்.
- சுழற்சி மாறுபாடுகள் பல ஒழுங்கற்ற, ஒழுங்கற்ற மற்றும் சீரற்ற சக்திகளால் பாதிக்கப்படுகின்றன, அவை தனித்தனியாக மற்றும் தனித்தனியாக அடையாளம் காணப்பட முடியாது, அவற்றின் தாக்கத்தை துல்லியமாக அளவிட முடியாது.
- இந்த மாறுபாடுகள் தற்செயலானவை, சீரற்றவை அல்லது வெறுமனே வாய்ப்பு காரணிகளால் ஏற்படுகின்றன. எனவே, அவை முற்றிலும் கணிக்க முடியாதவை. வெள்ளம், பஞ்சம், வேலைநிறுத்தங்கள் அல்லது போர்கள் போன்ற தனிமைப்படுத்தப்பட்ட சம்பவங்களால் இந்த ஏற்ற இறக்கங்கள் ஏற்படலாம். தேவையில் ஏற்படும் திடீர்

## குறிப்பு

மாற்றங்கள் அல்லது தொழில்நுட்ப வளர்ச்சியில் ஏற்பட்ட முன்னேற்றம் ஆகியவை இந்தப் பிரிவில் சேர்க்கப்படலாம்.

- சுழற்சி மாறுபாடு பொதுவாக ஏற்படும் நேரம், கால அளவு மற்றும் வீச்சு ஆகியவற்றுடன் கணிக்க முடியாதது. இருப்பினும், இந்த மாறுபாடுகள் பிரிக்கப்பட்டு அடையாளம் காணப்பட வேண்டும்.
- வளைவு பொருத்துதல் என்பது ஒரு வளைவு அல்லது கணிதச் செயல்பாட்டைக் கட்டமைக்கும் செயல்முறையாகும், இது தரவு புள்ளிகளின் வரிசைக்கு சிறந்த பொருத்தத்தைக் கொண்டுள்ளது, இது தடைகளுக்கு உட்பட்டது. வளைவு பொருத்துதல் என்பது இடைக்கணிப்பை உள்ளடக்கியதாக இருக்கலாம், அங்கு தரவுக்கு சரியான பொருத்தம் தேவைப்படும், அல்லது மென்மையாக்குதல், இதில் தரவுக்கு ஏறக்குறைய பொருந்தக்கூடிய 'மென்மையான' செயல்பாடு கட்டமைக்கப்படுகிறது.
- பொருளாதார அளவீட்டில், குறுக்குவெட்டுத் தரவு அல்லது ஆய்வு மக்கள்தொகையின் குறுக்குவெட்டு என்பது ஒரு புள்ளி அல்லது காலப்பகுதியில் பல பாடங்களை (தனிநபர்கள், நிறுவனங்கள், நாடுகள் அல்லது பகுதிகள் போன்றவை) கவனிப்பதன் மூலம் சேகரிக்கப்பட்ட தரவு வகையாகும்.
- பகுப்பாய்விற்கு நேர வேறுபாடுகள் எதுவும் இல்லை. குறுக்கு வெட்டுத் தரவின் பகுப்பாய்வு பொதுவாக தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட பாடங்களுக்கிடையே உள்ள வேறுபாடுகளை ஒப்பிடுவதைக் கொண்டுள்ளது.

## 8.7 முக்கிய வார்த்தைகள்

- போலி மாறிகள்: எண்டோஜெனஸ் மாறியை விளக்குவதில் நாம் பயன்படுத்திய மாறிகள் அளவு இயல்புடையவை. எவ்வாறாயினும், பாலினம், இனம், மதம், தேசியம் மற்றும் புவியியல் பகுதி போன்ற எண்டோஜெனஸ் மாறியின் நடத்தையை விளக்கும் போது முக்கியமான தரமான இயல்புடைய பிற மாறிகள் உள்ளன.
- தரமான விளக்க மாறிகள்: அத்தகைய மாதிரியைப் பயன்படுத்துவதற்கான பொதுவான உதாரணம் நுகர்வு செயல்பாடு அல்லது ஏங்கல் வளைவு (செயல்பாடு) ஆகும். ஏங்கல் செயல்பாடு பகுப்பாய்வில், எந்தவொரு பண்டத்தின்-குழுவின் செலவு, உணவு தானியம் (C) மொத்த வருமானத்தை (X) சார்ந்துள்ளது.
- நேரியல் சோதனை: டம்மி மாறி நுட்பம் மாறிகள் தொடர்பான உறவுகளின் நேரியல் தன்மையை சோதிக்கவும் பயன்படுத்தப்படலாம்.
- நேர வரிசை பகுப்பாய்வு முறை: எதிர்காலம் கடந்த காலத்தைப் போலவே இருக்கும் என எதிர்பார்க்கப்படும் நேரத் தொடர் பகுப்பாய்வு முறை மிகவும் துல்லியமானது. காலத் தொடரின் அடிப்படை அனுமானம் என்னவென்றால், அதே காரணிகள் கடந்த காலத்தைப் போலவே பொருளாதார நடவடிக்கைகளின் எதிர்கால வடிவங்களில் தொடர்ந்து செல்வாக்கு செலுத்தும்.
- போக்கு: போக்கு என்பது ஒரு பொதுவான சொல், மக்கள்தொகை போக்குகள், பணவீக்கப் போக்குகள், பிறப்பு விகிதம் மற்றும் பல போன்ற அன்றாட உரையாடலில் பிரபலமாகப் பயன்படுத்தப்படுகிறது.

## குறிப்பு

- சுழற்சி ஏற்ற இறக்கங்கள்: சுழற்சி ஏற்ற இறக்கங்கள் நீண்ட காலத்திற்கு மீண்டும் நிகழும் வழக்கமான ஊசலாட்டங்கள் அல்லது வடிவங்களைக் குறிக்கின்றன. இயக்கங்கள் ஒரு வருடத்திற்கும் மேலாக கால இடைவெளிக்குப் பிறகு ஏற்பட்டால் மட்டுமே அவை சுழற்சியாகக் கருதப்படுகின்றன.
- ஒழுங்கற்ற மாறுபாடு: இந்த மாறுபாடுகள் தற்செயலானவை, சீரற்றவை அல்லது வெறுமனே வாய்ப்பு காரணிகளால் ஏற்படுகின்றன. எனவே, அவை முற்றிலும் கணிக்க முடியாதவை.
- எளிய சராசரி முறை: நேரத் தொடரில் பருவகால ஏற்ற இறக்கங்களைத் தனிமைப்படுத்தும் எளிய முறை இதுவாகும். இந்தத் தொடரில் பருவகால மற்றும் ஒழுங்கற்ற ஏற்ற இறக்கங்கள் மட்டுமே உள்ளன என்ற அனுமானத்தின் அடிப்படையில் இது அமைந்துள்ளது.
- வளைவு பொருத்தும் முறை: வளைவு பொருத்துதல் என்பது ஒரு வளைவு அல்லது கணிதச் செயல்பாட்டைக் கட்டமைக்கும் செயல்முறையாகும், இது தரவு புள்ளிகளின் வரிசைக்கு சிறந்த பொருத்தத்தைக் கொண்டுள்ளது, இது தடைகளுக்கு உட்பட்டது.
- குறுக்கு வெட்டு தரவு: பொருளாதார அளவீட்டில், குறுக்குவெட்டுத் தரவு அல்லது ஆய்வு மக்கள்தொகையின் குறுக்குவெட்டு என்பது ஒரு புள்ளி அல்லது காலப்பகுதியில் பல பாடங்களை (தனிநபர்கள், நிறுவனங்கள், நாடுகள் அல்லது பகுதிகள் போன்றவை) கவனிப்பதன் மூலம் சேகரிக்கப்பட்ட தரவு வகையாகும்.

## 8.8 சுய மதிப்பீட்டு கேள்விகள் மற்றும் பயிற்சிகள்

### குறுகிய பதில் கேள்விகள்

1. போலி மாறிகளின் தன்மையை விளக்குக.
2. தரமான விளக்க மாறிகளை வரையறுக்கவும்.
3. சமச்சீரற்ற பதிலின் சோதனை கருதுகோளை விளக்கவும்.
4. பைனரி சார்பு மாறியை விரிவாகக் கூறுங்கள்.
5. நேரியல் சோதனையைக் குறிப்பிடவும்.
6. நேரத் தொடர் பகுப்பாய்வு முறையை விளக்கவும்.
7. மதச்சார்பற்ற போக்கை (அல்லது வெறுமனே போக்கு) விளக்கவும் T .
8. சுழற்சி ஏற்ற இறக்கங்கள் (C) என்பதன் அர்த்தம் என்ன?
9. ஒழுங்கற்ற (சீரற்ற) மாறுபாட்டை (I) வரையறுக்கவும்.
10. எளிய சராசரி முறையைக் கூறுங்கள்.
11. வளைவு பொருத்துதல் முறைகள் மூலம் நீங்கள் என்ன புரிந்துகொள்கிறீர்கள்?
12. குறுக்குவெட்டுத் தரவை விரிவாகக் கூறுங்கள்.

### நீண்ட பதில் கேள்விகள்

1. டம்மிவேரியபிள்களின் பின்னடைவை எடுத்துக்காட்டுகளின் உதவியுடன் சுருக்கமாக விவாதிக்கவும்.
2. போலி மாறிகளின் தன்மையை பகுப்பாய்வு செய்யுங்கள். தரமான காரணிகளின் விளைவைப் பிடிக்க போலி மாறிகளின் பயன்பாடு என்ன?
3. பருவகால பகுப்பாய்வு மற்றும் நேரத் தொடர்களை இணைப்பதில் போலி மாறிகளின் பயன்பாட்டை விளக்குங்கள்.

4. எளிய சராசரி முறை மற்றும் வளைவு பொருத்தும் முறைகளை வேறுபடுத்துங்கள்.
5. குறுக்குவெட்டு தரவை சுருக்கமாக வரையறுக்கவும். பொருத்தமான உதாரணங்களைக் கொடுங்கள்.

பொருளாதார அளவை  
முறைகள்

குறிப்பு

---

## 8.9 மேலும் படிக்க

---

Johnston, J. and John DiNARDO. 1997. *Econometric Methods*, Fourth Edition. New Delhi: Tata McGraw-Hill.

Koutsoyiannis, A. I 1977. *Theory of Econometrics*, Second Edition. London: The Macmillan Press Ltd.

Ozdemir, Durmu, 2016. *Applied Statistics for Economics and Business*, Second Edition. Izmir (Thrkey): Springer.

Maddala, G.S. 1992. *Introduction to Econometrics*, Second Edition. New York: Macmillan Publishing Company.

Pindyck, R. S and D. L. Rubinfeld. 1998. *Econometric Models and Economic Forecasts*, Fourth Edition. New York: McGraw Hill.

Goldberger, A. S. 1998. *Introductory Econometrics*. Cambridge: Harvard University Press.

Levirie, David M., Timothy C. Krehbiei, Mark L Berenson and P. K. Viswanathan. 2009. *Business Statist.*, Fifth Edition. New Delhi: Pearson Education.

Webster, Allen L. 1998. *Applied Statistics for Business and Economics*, Third Edition. New Delhi: Tata McGraw-Hill.

Self-Instructional  
Material

## அனுமானத்தின் சிக்கல்கள்

### குறிப்பு

#### கட்டமைப்பு

- 9.0 முன்னுரை
- 9.1 நோக்கங்கள்
- 9.2 இயல்பான அனுமானம்
- 9.3 தனிப்பட்ட பகுதி பின்னடைவு குணகங்கள் பற்றிய கருதுகோள் சோதனை
- 9.4 மாதிரி பின்னடைவின் ஒட்டுமொத்த முக்கியத்துவத்தை சோதித்தல்
- 9.5 உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சரிபார்க்கும் கேள்விகளின் பதில்கள்
- 9.6 சுருக்கத் தொகுப்பு
- 9.7 முக்கிய வார்த்தைகள்
- 9.8 சுய மதிப்பீட்டு கேள்விகள் மற்றும் பயிற்சிகள்
- 9.9 மேலும் படிக்க

#### 9.0 அறிமுகம்

பொருளாதார அளவீட்டில், புள்ளிவிவர அனுமானம் மக்கள் தொகையைப் பற்றிய முன்மொழிவுகளை உருவாக்குகிறது, சில வகையான மாதிரிகளுடன் மக்கள்தொகையிலிருந்து பெறப்பட்ட தரவைப் பயன்படுத்துகிறது. ஒரு மக்கள்தொகையைப் பற்றிய ஒரு கருதுகோளால், நாம் அனுமானங்களை வரைய விரும்புகிறோம், புள்ளிவிவர அனுமானமானது (முதலில்) தரவை உருவாக்கும் செயல்முறையின் புள்ளிவிவர மாதிரியைத் தேர்ந்தெடுப்பது மற்றும் (இரண்டாவது) மாதிரியிலிருந்து முன்மொழிவுகளைக் குறைப்பது ஆகியவற்றைக் கொண்டுள்ளது. கோனிஷி மற்றும் கிடகாவா கூறுகிறார்கள், "புள்ளிவிவர அனுமானத்தில் உள்ள பெரும்பாலான சிக்கல்கள் புள்ளியியல் மாதிரியாக்கம் தொடர்பான பிரச்சனைகளாக கருதப்படலாம்". தொடர்புடையதாக, சர் டேவிட் காக்ஸ் கூறினார், "பொருளாதார பிரச்சனையிலிருந்து புள்ளிவிவர மாதிரிக்கு எவ்வாறு மொழிபெயர்ப்பு செய்யப்படுகிறது என்பது ஒரு பகுப்பாய்வின் மிக முக்கியமான பகுதியாகும்"?

புள்ளியியல் அனுமானம் என்பது நிகழ்தகவின் அடிப்படை விநியோகத்தின் பண்புகளை ஊகிக்க தரவு பகுப்பாய்வைப் பயன்படுத்தும் செயல்முறையாகும். அனுமான புள்ளிவிவர பகுப்பாய்வு மக்கள்தொகையின் பண்புகளை ஊகிக்கிறது, எடுத்துக்காட்டாக கருதுகோள்களை சோதித்தல் மற்றும் மதிப்பீடுகளைப் பெறுதல். கவனிக்கப்பட்ட தரவுத் தொகுப்பு ஒரு பெரிய மக்கள்தொகையிலிருந்து மாதிரி எடுக்கப்பட்டதாகக் கருதப்படுகிறது.

அனுமான புள்ளிவிவரங்கள் விளக்க புள்ளிவிவரங்களுடன் முரண்படலாம். விளக்கமான புள்ளிவிவரங்கள் கவனிக்கப்பட்ட தரவின் பண்புகளுடன் மட்டுமே தொடர்புடையது, மேலும் தரவு ஒரு பெரிய

## குறிப்பு

மக்கள்தொகையிலிருந்து வருகிறது என்ற அனுமானத்தில் அது தங்கியிருக்காது. இயந்திரக் கற்றலில், "ஏற்கனவே பயிற்றுவிக்கப்பட்ட மாதிரியை மதிப்பிடுவதன் மூலம் ஒரு கணிப்பு செய்யுங்கள்" என்று பொருள்படுவதற்குப் பதிலாக அனுமானம் என்ற சொல் சில நேரங்களில் பயன்படுத்தப்படுகிறது; இந்த சூழலில் மாதிரியின் பண்புகளை அனுமானிப்பது பயிற்சி அல்லது கற்றல் என குறிப்பிடப்படுகிறது (அனுமானத்திற்கு பதிலாக), மற்றும் கணிப்புக்கான மாதிரியைப் பயன்படுத்துவது அனுமானம் (கணிப்புக்கு பதிலாக); முன்கணிப்பு அனுமானத்தையும் பார்க்கவும்.

எந்தவொரு புள்ளிவிவர அனுமானத்திற்கும் சில அனுமானங்கள் தேவை. புள்ளிவிவர மாதிரி என்பது கவனிக்கப்பட்ட தரவு மற்றும் ஒத்த தரவுகளின் உருவாக்கம் தொடர்பான அனுமானங்களின் தொகுப்பாகும். புள்ளிவிவர மாதிரிகளின் விளக்கங்கள் பொதுவாக மக்கள்தொகையின் பங்கை வலியுறுத்துகின்றன வட்டி அளவுகள், அதைப் பற்றி நாம் அனுமானம் செய்ய விரும்புகிறோம். மேலும் முறையான அனுமானங்கள் வரையப்படுவதற்கு முன் விளக்கமான புள்ளிவிவரங்கள் பொதுவாக ஒரு ஆரம்ப கட்டமாகப் பயன்படுத்தப்படுகின்றன.

இந்த அலகில், நீங்கள் அனுமானத்தின் சிக்கல், இயல்பான அனுமானம், தனிப்பட்ட பகுதி பின்னடைவு குணகங்கள் பற்றிய கருதுகோள் சோதனை மற்றும் மாதிரி பின்னடைவின் ஒட்டுமொத்த முக்கியத்துவத்தை சோதிப்பீர்கள்.

### 9.1 நோக்கங்கள்

இந்த அலகுக்குச் சென்ற பிறகு, உங்களால் முடியும்:

- அனுமானத்தின் சிக்கலை விரிவாகக் கூறுங்கள்
- இயல்பான அனுமானத்தைப் புரிந்து கொள்ளுங்கள்
- தனிப்பட்ட பகுதி பின்னடைவு குணகங்கள் பற்றிய கருதுகோள் சோதனையை பகுப்பாய்வு செய்யவும்
- மாதிரி பின்னடைவின் ஒட்டுமொத்த முக்கியத்துவத்தை சோதனை வரையறுக்கவும்

### 9.2 இயல்பான அனுமானம்

பன்மடங்கு பின்னடைவில், ஒரு சாதாரண விநியோகம் தேவை என்ற அனுமானம் இடையூறு காலத்திற்கு மட்டுமே பொருந்தும், பெரும்பாலும் கூறப்படுவது போல் சுயாதீன மாறிகளுக்கு அல்ல. ஒருவேளை, இந்த அனுமானத்தைப் பற்றிய குழப்பம், இந்த இடையூறு சொல் எதைக் குறிக்கிறது என்பதைப் புரிந்துகொள்வதில் உள்ள சிரமத்திலிருந்து பெறப்படுகிறது - எளிமையாகச் சொன்னால், இது ஒரு பின்னடைவு மாதிரியில் உள்ள சார்பற்ற மாறிகள் மற்றும் சார்பு மாறிகளுக்கு இடையிலான உறவில் உள்ள சீரற்ற பிழை.

உண்மையில், மாதிரியில் உள்ள ஒவ்வொரு வழக்கிலும் வெவ்வேறு சீரற்ற மாறிகள் உள்ளன, இது ஒரு பின்னடைவு சமன்பாட்டால் உருவாக்கப்பட்ட கவனிக்கப்பட்ட மற்றும் கணிக்கப்பட்ட மதிப்புகளில் உள்ள வேறுபாடுகளுக்குக் காரணமான அனைத்து "இரைச்சல்"களையும்

## குறிப்பு

உள்ளடக்கியது. பொதுவாக விநியோகிக்கப்பட வேண்டிய மாதிரியில் உள்ள எல்லா நிகழ்வுகளுக்கும் இந்த இடையூறு கால அல்லது இரைச்சலின் விநியோகம். பொருளாதார அளவீட்டில், ஒரு தரவுத் தொகுப்பு சாதாரண விநியோகத்தால் நன்கு வடிவமைக்கப்பட்டதா என்பதைத் தீர்மானிக்கவும், தரவுத் தொகுப்பின் அடிப்படையிலான ஒரு சீரற்ற மாறி சாதாரணமாக விநியோகிக்கப்படுவதற்கான சாத்தியக்கூறுகளைக் கணக்கிடவும் இயல்பான சோதனைகள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன.

இன்னும் துல்லியமாக, சோதனைகள் மாதிரித் தேர்வின் ஒரு வடிவமாகும், மேலும் நிகழ்தகவு பற்றிய ஒருவரின் விளக்கங்களைப் பொறுத்து பல வழிகளில் விளக்கலாம்:

இன்னும் துல்லியமாக, சோதனைகள் மாதிரித் தேர்வின் ஒரு வடிவமாகும், மேலும் நிகழ்தகவு பற்றிய ஒருவரின் விளக்கங்களைப் பொறுத்து பல வழிகளில் விளக்கலாம்:

- விளக்கமான புள்ளியியல் அடிப்படையில், ஒருவர் தரவுடனான இயல்பான மாதிரியின் பொருத்தத்தின் நன்மதிப்பை அளவிடுகிறார் - பொருத்தம் மோசமாக இருந்தால், எந்த அடிப்படை மாறியின் மீதும் தீர்ப்பு வழங்காமல், சாதாரண விநியோகத்தால் தரவு சரியாக மாதிரியாக இருக்காது.
- அடிக்கடி புள்ளியியல் புள்ளியியல் கருதுகோள் சோதனையில், தரவு பொதுவாக விநியோகிக்கப்படும் பூஜ்ய கருதுகோளுக்கு எதிராக சோதிக்கப்படுகிறது.
- பேய்சியன் புள்ளிவிபரங்களில், ஒருவர் "இயல்புநிலையை சோதிக்க" இல்லை, மாறாக தரவானது  $\mu$ ,  $\sigma$  (அனைத்து  $\mu$ ,  $\sigma$ ) அளவுருக்களுடன் இயல்பான விநியோகத்திலிருந்து வரும் சாத்தியக்கூறுகளைக் கணக்கிடுகிறது, மேலும் அந்தத் தரவுகளின் சாத்தியக்கூறுகளுடன் ஒப்பிடுகிறது. பரிசீலனையில் உள்ள பிற விநியோகங்களில் இருந்து வருகிறது, மிக எளிமையாக ஒரு பேய்ஸ் காரணியைப் பயன்படுத்தி (தரவை வெவ்வேறு மாதிரிகள் கொடுக்கப்பட்டதைப் பார்ப்பதற்கான ஒப்பீட்டு சாத்தியக்கூறுகளை அளிக்கிறது), அல்லது சாத்தியமான மாதிரிகள் மற்றும் அளவுருக்கள் மீது முன் விநியோகத்தை எடுத்து, கணக்கிடப்பட்ட சாத்தியக்கூறுகளின்படி பின்பகுதி விநியோகத்தை கணக்கிடுகிறது.

சாதாரணமாக விநியோகிக்கப்பட்ட மக்கள்தொகையிலிருந்து (சில சகிப்புத்தன்மைக்குள்) மாதிரித் தரவு எடுக்கப்பட்டதா என்பதைத் தீர்மானிக்க ஒரு இயல்பான சோதனை பயன்படுத்தப்படுகிறது. மாணவர்களின் டி-டெஸ்ட் மற்றும் ஒரு வழி மற்றும் இருவழி ANOVA போன்ற பல புள்ளியியல் சோதனைகளுக்கு பொதுவாக விநியோகிக்கப்பட்ட மாதிரி மக்கள் தொகை தேவைப்படுகிறது.

அனுமானங்கள் பொருளாதாரத் தரவைச் சுருக்கவும், அவற்றை எளிதாக பகுப்பாய்வு செய்யவும் பொருளாதார வல்லுநர்களுக்கு ஒரு வழியை வழங்குகின்றன. ஒரு அனுமானம் ஒரு பொருளாதார நிபுணரை ஒரு சிக்கலான செயல்முறையை எளிய முறையில் உடைக்க அனுமதிக்கிறது. எனவே, சிறந்த எளிமைப்படுத்தல் பொருளாதார வல்லுநர்கள் மிகவும் பொருத்தமான மாறிகளுக்கு மட்டுமே முக்கியத்துவம் கொடுக்க அனுமதிக்கும்.

தரவுகளைக் கவனிப்பது பொருளாதார வல்லுநர்களுக்கு ஆபத்தானது, ஏனெனில் அவர்கள் முடிவுகளை எடுத்து அவற்றை குறிப்பிடத்தக்க வகையில் விளக்குகிறார்கள். பொருளாதார கோட்பாடுகள் மற்றும் கொள்கைகளை நிறுவுவதற்கு காரணம் மற்றும் விளைவு உறவுகள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன.



## குறிப்பு

ஒரு கோட்பாடு உலகளவில் ஏற்றுக்கொள்ளப்பட்டால், அது ஒரு சட்டமாக மாறும். பொதுவாக, ஒரு சட்டம் எப்போதும் உண்மையாகவே கருதப்படுகிறது. விஞ்ஞான முறையானது பொருளாதார ஆய்வின் முன்னேற்றத்திற்கு தேவையான கட்டமைப்பை வழங்குகிறது. அனைத்து பொருளாதார கோட்பாடுகள், கொள்கைகள் மற்றும் சட்டங்கள் பொதுமைப்படுத்தல்கள் அல்லது சுருக்கங்கள். விஞ்ஞான முறையைப் பயன்படுத்துவதன் மூலம், பொருளாதார வல்லுநர்கள் சிக்கலான தரவுகளைப் பற்றிய ஆழமான புரிதலைப் பெறுவதற்காக சிக்கலான பொருளாதார சூழ்நிலைகளை உடைக்க முடியும்.

புள்ளிவிவர அனுமானத்திற்கு இரண்டு அணுகுமுறைகள் உள்ளன: மாதிரி அடிப்படையிலான அனுமானம் மற்றும் வடிவமைப்பு அடிப்படையிலான அனுமானம். இரண்டு அணுகுமுறைகளும் தரவு உருவாக்கும் செயல்முறையைப் பிரதிநிதித்துவப்படுத்த சில புள்ளிவிவர மாதிரியை நம்பியுள்ளன. மாதிரி அடிப்படையிலான அணுகுமுறையில், மாதிரியானது ஆரம்பத்தில் அறியப்படாததாக எடுத்துக் கொள்ளப்படுகிறது, மேலும் இலக்குகளில் ஒன்று அனுமானத்திற்கு பொருத்தமான மாதிரியைத் தேர்ந்தெடுப்பதாகும். வடிவமைப்பு-அடிப்படையிலான அணுகுமுறையில், மாதிரி அறியப்பட்டதாக எடுத்துக் கொள்ளப்படுகிறது, மேலும் மாதிரி தரவுகள் தோராயமாக அனுமானத்திற்குத் தேர்ந்தெடுக்கப்படுவதை உறுதிசெய்வது இலக்குகளில் ஒன்றாகும்.

புள்ளிவிவர அனுமானத்திலிருந்து எடுக்கப்பட்ட எந்தவொரு முடிவின் செல்லுபடியாகும் அனுமானங்களின் செல்லுபடியாகும் தன்மையைப் பொறுத்து, அந்த அனுமானங்கள் ஒரு கட்டத்தில் மதிப்பாய்வு செய்யப்பட வேண்டும் என்பது தெளிவாக முக்கியமானது. சில நிகழ்வுகள்-உதாரணமாக தரவு இல்லாத சந்தர்ப்பங்களில்-ஒரு அனுமானம் நியாயமானதா என்பதை ஆராய்ச்சியாளர்கள் தீர்மானிக்க வேண்டும். அனுமானங்களிலிருந்து விலகுவது என்ன விளைவை ஏற்படுத்தக்கூடும் என்பதைக் கருத்தில் கொள்ள ஆராய்ச்சியாளர்கள் இதை ஓரளவு விரிவாக்கலாம். விரிவான தரவுகள் கிடைக்கும் இடங்களில், புள்ளிவிவர மாதிரி சரிபார்ப்புக்கான பல்வேறு வகையான நடைமுறைகள் கிடைக்கின்றன- எ.கா., பின்னடைவு மாதிரி

### 9.3 தனிப்பட்ட பகுதியளவு பின்னடைவு திறன்களைப் பற்றிய கருதுகோள் சோதனை

ஒரு கருதுகோள் என்பது ஒரு ஆராய்ச்சியாளர் அதன் தர்க்கரீதியான அல்லது அனுபவரீதியான விளைவுகளை சோதிக்க விரும்பும் தோராயமான அனுமானமாகும். கருதுகோள் என்பது ஒரு தற்காலிக யோசனையைக் குறிக்கிறது, அதன் தகுதிக்கு மதிப்பீடு தேவைப்படுகிறது, ஆனால் குறிப்பிட்ட அர்த்தம் இல்லை. சிக்கலான கணக்கீட்டை எளிதாக்குவதற்கான வசதியான கணித அணுகுமுறையாக இது அடிக்கடி குறிப்பிடப்படுகிறது. கருதுகோளை அமைத்தல் மற்றும் சோதித்தல் என்பது புள்ளிவிவர அனுமானத்தின் ஒருங்கிணைந்த கலையாகும். கருதுகோள்கள் பெரும்பாலும் மாறுபாடு மற்றும் எதிர்பார்க்கப்படும் மதிப்பு போன்ற மக்கள்தொகை அளவுருக்கள் பற்றிய அறிக்கைகள் ஆகும். கருதுகோள் சோதனையின் போது, சராசரி மற்றும் விகிதம் போன்ற மக்கள் தொகை பற்றிய சில அனுமானங்கள் செய்யப்படுகின்றன. எந்தவொரு பயனுள்ள கருதுகோளும் துப்பறியும் பகுத்தறிவு உட்பட பகுத்தறிவு மூலம் கணிப்புகளை செயல்படுத்தும். கார்ல் பாப்பரின் கூற்றுப்படி, ஒரு கருதுகோள் பொய்யானதாக இருக்க வேண்டும்,

## குறிப்பு

மேலும் அது பொய்யாகக் காட்டப்படும் சாத்தியத்தை ஒப்புக் கொள்ளாவிட்டால், ஒரு முன்மொழிவு அல்லது கோட்பாட்டை அறிவியல் என்று அழைக்க முடியாது. கருதுகோள் ஒரு ஆய்வகத்தில் ஒரு பரிசோதனையின் முடிவைக் கணிக்கக்கூடும், இது இயற்கையில் ஒரு நிகழ்வின் அவதானிப்பை அமைக்கிறது. எனவே, கருதுகோள் என்பது ஒரு நிகழ்வு முன்மொழிவின் விளக்கமாகும், இது பல நிகழ்வுகளுக்கு இடையே சாத்தியமான தொடர்பைக் குறிக்கிறது.

கருதுகோள் ஒரு முன்மொழிவாக முன்வைக்கப்படுகிறது. இது ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட முன்மொழிவுகளின் தொகுப்பாக கூட இருக்கலாம். முன்மொழிவு என்பது ஒரு நிபந்தனை முன்மொழிவின் முன்னோடியாகும், இது ஒரு அனுமானமாகவோ அல்லது யூகமாகவோ இருக்கலாம். இது இன்னும் நிரூபிக்கப்பட வேண்டிய ஒன்று, ஆனால் தற்காலிகமாக உண்மை என்று எடுத்துக் கொள்ளப்படுகிறது.

இயற்கை அறிவியலில் கருதுகோள் பயன்படுத்தப்படுகிறது, மற்ற உண்மைகளை நிரூபிப்பதில் வழிகாட்டுதலை வழங்கும் சில உண்மைகளை விளக்குவதற்கு தற்காலிகமாக ஏற்றுக்கொள்ளப்பட்ட ஒரு தற்காலிகக் கோட்பாடு. இது பெரும்பாலும் வேலை செய்யும் கருதுகோள் என்று அழைக்கப்படுகிறது.

கருதுகோள் என்பது சில அவதானிப்புகளின் அடிப்படையில் சில உண்மைகளை விளக்கும் முன்மொழிவாக இருக்கலாம். இது ஒரு கருத்து மற்றும் முழுமையடையாத சில சான்றுகளை அடிப்படையாகக் கொண்ட செய்தியாக இருக்கலாம்.

முறைப்படுத்தப்பட்ட கருதுகோள்கள் இரண்டு மாறிகள் உள்ளன, அவை சுயாதீனமான மற்றும் சார்பு. சுயாதீன மாறி என்பது நபர், விஞ்ஞானியாக இருக்கலாம், அவர் கருதுகோளை வைக்கப் போகிறார் மற்றும் சார்பு மாறி என்பது நபர் கவனிக்கும் ஒன்றாகும்.

ஒரு நல்ல கருதுகோள் மூன்று பண்புகளைக் கொண்டுள்ளது. இது ஒலி பகுத்தறிவை அடிப்படையாகக் கொண்டிருப்பதால் சோதனைக்குரியது, மேலும் சோதனை நடத்துவது நடைமுறை மற்றும் நெறிமுறை.

**புள்ளியியல் கருதுகோள்** மக்கள் தொகை அளவுருவின் உண்மையைக் கண்டறிய முடியாது. இதைச் செய்ய, முழு மக்களுக்கான உண்மை அட்டவணையை ஆய்வு செய்ய வேண்டும், இது நேரத்தை எடுத்துக்கொள்வது மற்றும் நடைமுறைக்கு மாறானது. ஆராய்ச்சியாளர்கள் ஒரு சீரற்ற மாதிரியை ஆய்வு செய்து, அதன் நிலைத்தன்மையைத் தீர்மானித்த பிறகு, கருதுகோள் ஏற்றுக்கொள்ளப்படுகிறது. புள்ளியியல் கருதுகோள்கள் இரண்டு வகைப்படும்.

- **பூஜ்ய கருதுகோள்:** மாதிரி அவதானிப்புகள் முற்றிலும் தற்செயலாக விளைகின்றன என்பதை இது குறிக்கிறது. அதன் குறியீடு H<sub>0</sub>.
- **மாற்று கருதுகோள்:** மாதிரி அவதானிப்புகள் சீரற்ற தன்மையின் சில காரணங்களால் பாதிக்கப்படுகின்றன என்பதை இது குறிக்கிறது. அதன் குறியீடு H<sub>1</sub> அல்லது H<sub>a</sub>.

**வகை I பிழை:** வகை I பிழையானது பூஜ்ய கருதுகோள் உண்மையாக இருக்கும்போது அதை நிராகரிப்பதாக வரையறுக்கப்படுகிறது. இது தவறான முடிவைக் குறிக்கிறது. வகை I பிழையின் நிகழ்தகவு என அறியப்படுகிறது முக்கியத்துவம் நிலை, ஆல்பா என்று பெயரிடப்பட்டது மற்றும் கிரேக்க எழுத்து  $\alpha$  மூலம் குறிக்கப்படுகிறது.

## குறிப்பு

**வகை II பிழை:** வகை II பிழை என்பது பூஜ்ய கருதுகோள் தவறானதாக இருக்கும்போது அதை ஏற்றுக்கொள்வது. இதுவும் தவறான முடிவைக் குறிக்கிறது. வகை II பிழையின் நிகழ்தகவு என அறியப்படுகிறது பீட்டா , மற்றும் கிரேக்க எழுத்து  $\sigma$  மூலம் குறிக்கப்படுகிறது. இந்த நிகழ்தகவின் நிரப்பு சோதனையின் சக்தி.

கருதுகோளின் பண்புகள்:

- **தெளிவான மற்றும் துல்லியமான:** கருதுகோள் தெளிவாகவும் துல்லியமாகவும் இருக்க வேண்டும், இதனால் ஒரு நிலையான முடிவை எடுக்க வேண்டும்.
- **மாறிகளுக்கு இடையிலான உறவின் அறிக்கை:** ஒரு கருதுகோள் தொடர்புடையதாக இருந்தால், அது வெவ்வேறு மாறிகளுக்கு இடையிலான உறவைக் குறிப்பிட வேண்டும்.
- **சோதனைத்திறன்:** கருதுகோள் சோதனைக்கு திறந்திருக்க வேண்டும், இதனால் மற்ற விலக்குகள் செய்யப்படலாம் மற்றும் அவதானிப்பின் மூலம் உறுதிப்படுத்தப்படலாம் அல்லது நிராகரிக்கப்படலாம். கருதுகோளை சோதனைக்குரியதாக மாற்ற ஆராய்ச்சியாளர் சில முன் ஆய்வுகளை மேற்கொள்ள வேண்டும்.
- **வரையறுக்கப்பட்ட நோக்கத்துடன் குறிப்பிட்ட:** வரம்பற்ற நோக்கம் கொண்ட கருதுகோளைக் காட்டிலும், வரையறுக்கப்பட்ட நோக்கத்துடன் குறிப்பிடப்பட்ட கருதுகோள் எளிதில் சோதிக்கப்படுகிறது. எனவே, அத்தகைய கருதுகோள்களில் ஆராய்ச்சி செய்வதற்கு ஒரு ஆராய்ச்சியாளர் அதிக நேரம் கொடுக்க வேண்டும்.
- **எளிமை:** ஒரு கருதுகோளை மிகவும் எளிமையான மற்றும் தெளிவான சொற்களில் புரிந்து கொள்ளும்படி கூற வேண்டும்.
- **நிலைத்தன்மையும்:** ஒரு கருதுகோள் நம்பகமானதாகவும், நிறுவப்பட்ட மற்றும் அறியப்பட்ட உண்மைகளுடன் இணக்கமாகவும் இருக்க வேண்டும்.
- **நேர வரம்பு:** ஒரு கருதுகோள் நியாயமான நேரத்திற்குள் சோதிக்கப்படக்கூடியதாக இருக்க வேண்டும். வேறு வார்த்தைகளில் கூறுவதானால், ஒரு கருதுகோளின் சிறப்பம்சம் சோதனைக்குத் தேவையான தரவைச் சேகரிக்க எடுக்கும் நேரத்தால் தீர்மானிக்கப்படுகிறது என்று கூறலாம்.
- **அனுபவக் குறிப்பு:** ஒரு கருதுகோள் பிரச்சனை என்ன என்பதைப் புரிந்து கொள்ள தேவையான அனைத்து போதுமான உண்மைகளையும் விளக்க வேண்டும் அல்லது ஆதரிக்க வேண்டும்.

கருதுகோள் என்பது மக்கள் தொகையைப் பற்றிய ஒரு அறிக்கை அல்லது அனுமானம். முடிவெடுக்கும் நோக்கத்திற்காக, ஒரு கருதுகோள் சரிபார்க்கப்பட வேண்டும், பின்னர் ஏற்றுக்கொள்ளப்பட வேண்டும் அல்லது நிராகரிக்கப்பட வேண்டும். இது அவதானிப்புகளின் உதவியுடன் செய்யப்படுகிறது. நாங்கள் ஒரு மாதிரியை சோதித்து, பெறப்பட்ட முடிவின் அடிப்படையில் ஒரு முடிவை எடுக்கிறோம். சந்தைப்படுத்தல், தொழில் மற்றும் மேலாண்மை போன்ற பல்வேறு துறைகளில் முடிவெடுப்பது குறிப்பிடத்தக்க பங்கு வகிக்கிறது.

## குறிப்பு

### புள்ளியியல் முடிவெடுத்தல்

ஒரு மாதிரியின் அடிப்படையில் ஒரு புள்ளியியல் கருதுகோளைச் சோதிப்பது, கருதுகோள் ஏற்கப்பட வேண்டுமா அல்லது நிராகரிக்கப்பட வேண்டுமா என்பதை தீர்மானிக்க உதவுகிறது. மாதிரி தரவு கருதுகோளை ஏற்க அல்லது நிராகரிக்க உதவுகிறது. மாதிரி தரவு முழுமையற்ற தகவலை தருவதால் மக்கள்தொகையைப் பொறுத்தவரை, சோதனையின் முடிவு இறுதியானதாகவோ அல்லது சவால் செய்ய முடியாததாகவோ கருதப்பட வேண்டியதில்லை. மாதிரி முடிவுகளின் அடிப்படையில், ஒரு கருதுகோள் ஏற்கப்பட வேண்டுமா அல்லது நிராகரிக்கப்பட வேண்டுமா என்பதைத் தீர்மானிக்க உதவும் செயல்முறை. இது கருதுகோள் சோதனை அல்லது முக்கியத்துவத்தின் சோதனை என்று அழைக்கப்படுகிறது.

**குறிப்பு 1:** பொதுவாக பூஜ்ய கருதுகோள் எனப்படும் கருதுகோளுக்கு எதிராக ஏதேனும் இருந்தால் அட்டெஸ்ட் ஆதாரங்களை வழங்குகிறது. கருதுகோள் சரியானது என்று சோதனை நிரூபிக்க முடியாது. அதற்கு எதிராக சில ஆதாரங்களை கொடுக்க முடியும்.

கருதுகோள் சோதனை என்பது ஒரு கருதுகோளை ஏற்கலாமா அல்லது நிராகரிக்க வேண்டுமா என்பதைத் தீர்மானிக்கும் ஒரு செயல்முறையாகும்.

**குறிப்பு 2:** ஒரு கருதுகோளை ஏற்றுக்கொள்வது, மாதிரியிலிருந்து நாம் வேறுவிதமாக நம்ப வேண்டும் என்பதற்கு எந்த ஆதாரமும் இல்லை என்றால் குறிக்கிறது.

ஒரு கருதுகோளை நிராகரிப்பது அது தவறானது என்ற முடிவுக்கு நம்மை இட்டுச் செல்கிறது. சிக்கலில் உள்ளார்ந்த நிச்சயமற்ற தன்மையால் சிக்கலை வைப்பதற்கான இந்த வழி வசதியானது. இதைக் கருத்தில் கொண்டு, நாம் எப்போதும் ஒரு கருதுகோளை சுருக்கமாகக் கூற வேண்டும் நிராகரிக்க நம்புகிறேன்.

நிராகரிக்கப்படும் என்ற நம்பிக்கையில் கூறப்படும் ஒரு கருதுகோள் எனப்படும் பூஜ்ய கருதுகோள் மற்றும்  $H_0$  ஆல் குறிக்கப்படுகிறது. என்றால்  $H_0$  நிராகரிக்கப்பட்டது, இது குறிக்கப்பட்ட மாற்று கருதுகோளை ஏற்றுக்கொள்ள வழிவகுக்கும்  $H_1$ .

உதாரணமாக, புதிய வாசனை சோப்பு சந்தையில் அறிமுகப்படுத்தப்பட்டது. பூஜ்ய கருதுகோள்  $H_0$ , நிராகரிக்கப்படலாம், புதிய சோப்பு ஏற்கனவே இருக்கும் சோப்பை விட சிறந்தது அல்ல. இதேபோல், ஒரு பகடை உருட்டப்பட்டதாக சந்தேகிக்கப்படுகிறது. பகடையை பல முறை உருட்டவும்

The Null Hypothesis  $H_0: p = 1/6$  for showing six.

The Alternative hypothesis  $H_1: p \neq 1/6$ .

உதாரணமாக, ஒரு பழங்கால தளத்தில் காணப்படும் மண்டை ஓடுகள் அனைத்தும் இனத்தைச் சேர்ந்ததாக இருக்கலாம் X அல்லது இனம் Y அவற்றின் விட்டம் அடிப்படையில். சராசரி  $\bar{x}$  என்ற கருதுகோளை நாம் சோதிக்கலாம் தற்போதைய மண்டை ஓடுகள் வந்த மக்கள் தொகையில். எங்களிடம் கருதுகோள்கள் உள்ளன.

$$H_0: \mu = \mu_x, H_1: \mu = \mu_y$$

இங்கே, கருதுகோளை பூஜ்யமாகவும் மற்ற மாற்றாகவும் அழைக்க வேண்டும் என்று வலியுறுத்தக்கூடாது, ஏனெனில் தலைகீழ் உண்மையும் இருக்கலாம்.

எளிய மற்றும் கூட்டு கருதுகோள்கள்

1.  $H_0: X \sim \text{Bi}(150, 1/2)$ , i.e.,  $p$  is given ( $p = 1/2$ )
2.  $H_0: X \sim \text{N}(8, 30)$ , i.e.,  $\mu$  and  $s^2$  are given.

ஒரு எளிய கருதுகோள் என்பது முழுமையான மக்கள்தொகைப் பரவலைக் குறிப்பிடுவதாகும். உதாரணத்திற்கு,

#### 1. $X \sim \text{Bi}(150, p)$ and $H_1: p > 0.5$

கூட்டுக் கருதுகோளில் மக்கள்தொகைப் பரவல் உள்ளது இல்லை முழுமையாக குறிப்பிடப்பட்டுள்ளது. பின்வரும் எடுத்துக்காட்டுகள் கருத்தை தெளிவுபடுத்தும்.

#### 2. $X \sim \text{N}(0, s^2)$ and $H_1: s^2$ is not specified.

கூட்டு கருதுகோள் ஒன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட இலவச அளவுருக்களைக் கொண்டுள்ளது. ஒரு கதிரியக்க தனிமத்தின் துகள் சிதைவு என்பது அறியப்படாத வாழ்நாளில் முற்றிலும் அதிவேகமானது என்று ஒரு கருதுகோளுக்கு நாம் உதாரணம் காட்டலாம். இது ஒரு கூட்டு கருதுகோள்.

### எளிய கருதுகோள் சோதனை

மொழி பொறியியலில் பல பயன்பாடுகளுக்கு கருதுகோள்களின் சோதனை தேவைப்படுகிறது. ஒரு நபரின் 'பேச்சைப் படிப்பது' மற்றும் 'தன்னிச்சையான பேச்சைக் கொடுப்பது' என்பதை வேறுபடுத்திப் பார்க்க வேண்டும் என்று வைத்துக்கொள்வோம். சோதனையானது, தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட புள்ளிவிவரங்களைப் பொறுத்து வாசிப்பு மற்றும் தன்னிச்சையான பேச்சை வேறுபடுத்துவதை நோக்கமாகக் கொண்டிருந்தால், பேச்சு பதிவு செய்யப்பட்ட இரண்டு நிலைகளில் சராசரி உயிரெழுத்து கால அளவுகோல் வைக்கப்படுகிறது. இது ஒரு எளிய கருதுகோள் சோதனையாகும், ஏனெனில் இது ஒரு மக்கள்தொகையின் அளவுருவை உள்ளடக்கியது.

அத்தகைய சோதனையில் சம்பந்தப்பட்ட கருத்து; ஒரு பகுப்பாய்வின் சாத்தியமான விளைவுகளைப் பற்றி மாற்று உறுதிமொழிகளை உருவாக்குதல். ஒரு கூற்று என்னவென்றால்; இரண்டு நிபந்தனைகளுக்கும் இடையில் எந்த வித்தியாசமும் இல்லை. இது பூஜ்ய கருதுகோள், இது  $H$  என குறிக்கப்படுகிறது 0 வாசிப்புப் பேச்சில் உள்ள சராசரி தொனி அலகு கால அளவு தன்னிச்சையான பேச்சில் உள்ளதைப் போன்றது என்று வலியுறுத்துகிறது என்று அழைக்கப்படும் பிற வலியுறுத்தல்கள் இருக்கலாம்.

மாற்று கருதுகோள்கள், குறிக்கப்பட்டது  $H_1$  அல்லது  $H_a$ . ஒரு மாற்று கருதுகோள் வாசிப்பு உரையின் தொனி அலகு காலம் தன்னிச்சையான பேச்சை விட குறைவாக இருக்கும் என்று வலியுறுத்தலாம். ஒரு நொடி அதற்கு நேர்மாறாக இருக்கலாம்.

### ஒரு வால் அல்லது இரண்டு வால் கருதுகோள்கள்

மாற்று கருதுகோள்களைத் தேர்ந்தெடுப்பதற்கான முடிவு, முன்மொழிய, மொழி பொறியாளர் ஒரு திசையில் அல்லது மற்றொன்றில் உள்ள வேறுபாடுகளைக் குறிப்பிடுவதற்கு வழிவகுக்கும் காரணிகளைப் பொறுத்தது. இந்த நிகழ்வுகள் குறிப்பிடப்படுகின்றன ஒரு வால் அல்லது இரண்டு வால் கருதுகோள்கள் ஒரு திசைக்கு அல்லது இரு திசைகளுக்கும் வேறுபாடு செய்யப்படுகிறதா என்பதைப் பொறுத்து. இங்கே, படிக்கும் வழிமுறைகளுக்கும் தன்னிச்சையான பேச்சுக்கும் இடையே உள்ள பெரிய வேறுபாடுகள், பின்பற்றப்பட்ட திசையைப் பொருட்படுத்தாமல், மாற்று கருதுகோளுக்கு ஆதரவாக சான்றாக இருக்கலாம்.

### குறிப்பு

## குறிப்பு

ஒரு வால் மற்றும் இரண்டு வால் சோதனைக்கு இடையில் வேறுபாடு காண்பது முக்கியம். இது குறிப்பிடத்தக்க வேறுபாட்டை வலியுறுத்தும் முடிவை பாதிக்கிறது மேலும் இது பூஜ்ய கருதுகோளை ஆதரிக்கிறது. ஒரு வால் சோதனை, இரண்டு வால் சோதனைக்குத் தேவையானதை ஒப்பிடுகையில், கருவிகளுக்கு இடையே சிறிய வேறுபாடுகள் தேவை.

வாசிப்பு மற்றும் தன்னிச்சையான பேச்சு ஆகிய இரண்டிற்கும் நேரம் குறிப்பிடப்பட்டுள்ளது, மேலும் மாதிரிகள் ஒரே பேச்சாளரின் மாதிரிகள். ஆனால் சுயேச்சைக் குழுவிற்குப் பதிலாக தொடர்புடைய குழுக்கள் சோதனை தேவை என்றால், t-புள்ளிவிவரம் இவ்வாறு கணக்கிடப்படுகிறது:

$$t = \frac{\text{Mean of condition}_1 - \text{Mean of condition}_2}{S.E. \text{ of differences}}$$

20 ஸ்பீக்கர்களுக்காக சேகரிக்கப்பட்ட புள்ளிவிவரம் சராசரி டோன் யூனிட் கால அளவை பதிவு செய்கிறது 38.6 சென்டிசெகண்ட்கள் மற்றும் தன்னிச்சையான பேச்சு 33.4 சென்டிசெகண்ட்கள் மற்றும் வழிமுறைகளுக்கு இடையிலான வேறுபாட்டின் நிலையான விலகல் 2.65, பின்னர் t மதிப்பு 1.96  $[(38.6 - 33.4)/2.65]$ . இது t இரண்டு மாதிரிகள் மிகவும் வேறுபட்டதா, ஒரே (பூஜ்ய கருதுகோள்) அல்லது வேறுபட்ட (மாற்று கருதுகோள்) விநியோகங்களிலிருந்து வந்திருக்குமா என்பதை நிறுவ மதிப்பு பயன்படுத்தப்படுகிறது.

மாற்று கருதுகோளுக்கான ஆதரவின் அளவை மதிப்பிடுவதற்கு முடிவு விதிகள் உருவாக்கப்படுகின்றன. அடிப்படையில் இது ஒரே விநியோகத்திலிருந்து மாதிரிகளை எடுத்துக் கொள்ளும் நிபந்தனைகளை உள்ளடக்கியது. ஆனால் வழிமுறைகளின் நிகழ்தகவு மிகவும் வித்தியாசமாக இருந்தால், மாதிரிகள் வெவ்வேறு மக்களிடமிருந்து எடுக்கப்பட்டவை என்ற மாற்று முடிவை ஒருவர் நினைக்கலாம்.

அத்தகைய நிபந்தனை தனித்தனி நிகழ்தகவு நிலைகளில் செய்யப்படுகிறது. ஒரே விநியோகத்தைச் சேர்ந்த மாதிரிகள் 5% க்கும் குறைவாக இருந்தால், வெவ்வேறு விநியோகங்களிலிருந்து மாதிரிகள் எடுக்கப்பட்டன என்ற கருதுகோள் அந்த முக்கியத்துவம் வாய்ந்த மட்டத்தில் மாற்று கருதுகோளாக ஆதரிக்கப்படுகிறது. 5 சதவீதத்திற்கு மேல், ஒரே விநியோகத்தில் இருந்து மாதிரிகள் எடுக்கப்பட வாய்ப்பு இருந்தால், பூஜ்ய கருதுகோள் ஆதரிக்கப்படுகிறது. வேலை செய்யும் எடுத்துக்காட்டில், 19 டிகிரி சுதந்திரத்துடன், t 1.96 இன் மதிப்பு வெவ்வேறு மக்கள்தொகையிலிருந்து மாதிரிகள் எடுக்கப்பட்டது என்ற முடிவுக்கு வழிவகுக்காது, இதனால் பூஜ்ய கருதுகோள் ஏற்றுக்கொள்ளப்படுகிறது.

### சோதனை புள்ளிவிவரம்

இவை தரவு மாதிரியிலிருந்து கணக்கிடப்பட்ட அளவுருக்கள் ஆகும், இது பூஜ்ய கருதுகோளின் ஏற்பு அல்லது நிராகரிப்பை தீர்மானிக்கப் பயன்படுகிறது.

ஒரு கருதுகோள் சோதனையின் சோதனை புள்ளிவிவரம் வழங்கப்படுகிறது:

$$Z = \frac{Y - \mu_0}{\sigma_1} = \frac{Y - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$$

Y சராசரியை குறிக்கிறது  $\mu_0$  உரிமைகோரல் நிலை  $I = H_0$ ,  $\sigma =$  நிலையான விலகல்  $\sigma^2$  is இருக்கிறது

### முக்கியமான மதிப்பு(S)

பூஜ்ய கருதுகோளை ஏற்கும் அல்லது நிராகரிப்பதற்கான அளவுகோல்களைத் தீர்மானிக்கப் பயன்படுத்தப்படும் வரம்பு மதிப்பாக இது வரையறுக்கப்படுகிறது. இது சோதனையின் முக்கியத்துவ அளவைப் பொறுத்தது.

### முக்கியத்துவம் நிலை

இது பூஜ்ய கருதுகோள்  $H_0$  ஐ தவறாக நிராகரிப்பதற்கான நிலையான நிகழ்தகவு என வழங்கப்படுகிறது மற்றும் ஒரு வகை I பிழையின் நிகழ்தகவு. இந்த முடிவு விசாரணையை மேற்கொள்ளும் ஒரு நபர் அல்லது நிறுவனத்தால் எடுக்கப்படுகிறது.

### முக்கியமான பகுதி

கருதுகோள் சோதனையில் பூஜ்ய கருதுகோளை நிராகரிக்க வழிவகுக்கும் சோதனை புள்ளிவிவரங்களின் தொகுப்பாக இந்தப் பகுதி வரையறுக்கப்படுகிறது. இதற்காக மாதிரி இடம் இரண்டு பரஸ்பர பிரத்தியேக பகுதிகளாக பிரிக்கப்பட்டுள்ளது. இந்த பகுதி பூஜ்ய கருதுகோள்  $H_0$  ஐ நிராகரிப்பதற்கான அடிப்படையை வழங்குகிறது.

### பி-மதிப்பு

இது ஒரு நிகழ்தகவு மதிப்பு மற்றும் p-மதிப்பு என அறியப்படுகிறது. பூஜ்ய கருதுகோள்  $H_0$  வழங்கினால், தற்செயலாகக் காணப்பட்டதை ஒப்பிடுகையில், சோதனை புள்ளிவிவரத்தின் தீவிர மதிப்பைப் பெறுவதற்கான நிகழ்தகவு இதுவாகும், உண்மை. இது பூஜ்ய கருதுகோளை தவறாக நிராகரிப்பதற்கான நிகழ்தகவு.

### பவர்

புள்ளியியல் கருதுகோள் சோதனையின் ஆற்றல், பூஜ்ய கருதுகோள் உண்மையில் தவறானதாக இருக்கும் போது அதை நிராகரிப்பதற்கான அத்தகைய சோதனையின் திறனை அளவிடுகிறது. எனவே சரியான முடிவெடுக்கும் சக்தி அது. வகை II பிழையைச் செய்யாத சக்தியாக இதை மீண்டும் சொல்லலாம். வகை II பிழையின் நிகழ்தகவை 1 இலிருந்து கழிப்பதன் மூலம் இது வழங்கப்படுகிறது. கணித ரீதியாக இது கொடுக்கப்பட்டுள்ளது:

$$\text{Power} = 1 - P(\text{type II error}) = (1 - \beta)?$$

ஒரு சோதனையின் அதிகபட்ச சக்தி 1 மற்றும் குறைந்தபட்சம் 0 ஆகும். ஒரு சோதனையானது 1க்கு அருகில் அதிக சக்தியைக் கொண்டிருக்க வேண்டும் என்று விரும்புகிறோம். பொதுவாக 0.8 சரியான முடிவெடுப்பதற்கு நல்லதாகக் கருதப்படுகிறது.

### ஒரு புள்ளியியல் சோதனையின் சக்தி

புள்ளியியல் கருதுகோள் சோதனை என்பது ஒரு கருதுகோள் சோதிக்கப்படும் ஒரு சோதனை ஆகும். இது கருதுகோளைத் தீர்மானிக்க சேகரிக்கப்பட்ட தரவை பகுப்பாய்வு செய்கிறது. முடிவெடுப்பதில் இத்தகைய பகுப்பாய்வு மிகவும் விரும்பப்படுகிறது. இது சில முக்கிய மாறிகளின் மதிப்புகளைக் கணக்கிடுகிறது மற்றும் கருதுகோள் உண்மையாகக் கருதப்படும் முக்கியமான மதிப்புடன் ஒப்பிடுகிறது. அத்தகைய மாறி(களின்)

## குறிப்பு

மதிப்பு முக்கியமான மதிப்பிலிருந்து வெகு தொலைவில் இருந்தால், அது கருதுகோளை நிராகரிக்கிறது.

### கருதுகோள் சோதனைகள்

இரண்டு கருதுகோள்கள் செய்யப்படுகின்றன; ஒன்று 'பூஜ்ய கருதுகோள்' மற்றொன்று 'மாற்று கருதுகோள்' என்று அழைக்கப்படுகிறது. சில தரநிலைகளை வரையறுத்து, கருதுகோளை ஏற்றுக்கொள்வதா அல்லது நிராகரிப்பதா என்பதைத் தீர்மானிக்கும் முறையான செயல்முறை பின்பற்றப்படுகிறது. இது நான்கு படிகளைக் கொண்ட கருதுகோள் சோதனை என்று அழைக்கப்படுகிறது.

1. **அறிக்கைகள்:** கருதுகோள்களான இரண்டு அறிக்கைகளை உருவாக்கவும். அவை: 'பூஜ்ய கருதுகோள்' மற்றும் 'மாற்று கருதுகோள்கள்'. பூஜ்ய கருதுகோள்  $H_0$  ஆல் குறிக்கப்படுகிறது மற்றும் மாற்று கருதுகோள்  $H_a$ . எச் 0 மற்றும்  $H_a$  பரஸ்பரம் பிரத்தியேகமானவை.  $H_0$  என்றால் உண்மை என்றால்  $H_a$  பொய்யாகவும் நேர்மாறாகவும் இருக்க வேண்டும்.
2. **தீர்மானிக்கும் உத்தி:** முக்கிய அளவுருக்களைக் கணக்கிட சூத்திரத்தை அமைக்கவும் மற்றும் மாதிரித் தரவைப் பயன்படுத்துவதை விவரிக்கும் பகுப்பாய்வுத் திட்டத்தைக் கணக்கிடவும் மற்றும் பூஜ்ய கருதுகோளை ஏற்கலாமா அல்லது நிராகரிக்க வேண்டுமா என்பதைத் தீர்மானிக்க முக்கியமான அளவுருக்களைக் கணக்கிடவும்.
3. **மாதிரி தரவு பகுப்பாய்வு:** சராசரி, விகிதம், t-ஸ்கோர், z-ஸ்கோர் போன்ற முக்கியமான அளவுருக்களின் மதிப்புகள் மற்றும் ஆராய்ச்சியாளரால் தீர்மானிக்கப்பட்ட பிற அளவுருக்கள்.
4. **முடிவுகள் பற்றிய விளக்கம்:** முடிவு விதிகளின் அடிப்படையில், பூஜ்ய கருதுகோள் ஏற்றுக்கொள்ளப்படுகிறது அல்லது நிராகரிக்கப்படுகிறது.

எந்தவொரு சோதனையிலும், பிழை ஏற்படலாம் மற்றும் இது புள்ளிவிவர சோதனைகளுக்கும் பொருந்தும்.

புள்ளியியல் இரண்டு வகையான பிழைகளை வரையறுக்கிறது; வகை I மற்றும் வகை II.

- **வகை I பிழை:** வகை I பிழையானது பூஜ்ய கருதுகோள் உண்மையாக இருக்கும்போது அதை நிராகரிப்பதாக வரையறுக்கப்படுகிறது. இது தவறான முடிவைக் குறிக்கிறது. வகை I பிழையின் நிகழ்தகவு என அறியப்படுகிறது முக்கியத்துவம் நிலை, ஆல்பா என்று பெயரிடப்பட்டது மற்றும் கிரேக்க எழுத்து மூலம் குறிக்கப்படுகிறது  $\alpha$ .
- **வகை II பிழை:** வகை II பிழை என்பது பூஜ்ய கருதுகோள் தவறானதாக இருக்கும்போது அதை ஏற்றுக்கொள்வது. இதுவும் தவறான முடிவைக் குறிக்கிறது. வகை II பிழையின் நிகழ்தகவு என அறியப்படுகிறது பீட்டா, மற்றும் கிரேக்க எழுத்து  $\beta$  மூலம் குறிக்கப்படுகிறது. இந்த நிகழ்தகவின் நிரப்பு சோதனையின் சக்தி.

முக்கியமான பகுதி ஒரு கருதுகோள் சோதனையின் அனைத்து விளைவுகளின் தொகுப்பாக வரையறுக்கப்படுகிறது, இது பூஜ்ய



கருதுகோளை நிராகரிப்பதற்கும் மாற்று கருதுகோளை ஏற்றுக்கொள்வதற்கும் வழிவகுக்கிறது மற்றும் இது C ஆல் குறிக்கப்படுகிறது.

**பொருளாதார அளவை முறைகள்**

### ஒரு சோதனையின் சக்தி

ஒரு சோதனையானது தெளிவான முடிவை எடுக்கக்கூடிய அளவுகோல்களை உருவாக்க முடிந்தால் அது மிகவும் சக்தி வாய்ந்தது. அத்தகைய முடிவுகளுக்கு குறிப்பிடத்தக்க வேறுபாட்டை உருவாக்கும் நிகழ்தகவு சோதனையின் சக்தி என்று அழைக்கப்படுகிறது. சோதனையின் சக்தியை மதிப்பிடுவதற்கு ஆராய்ச்சியாளரால் தீர்மானிக்கப்பட்ட முக்கியத்துவ மட்டத்தில் இந்த வேறுபாடு கண்டறியப்பட வேண்டும்.

இந்த நிகழ்தகவு சரியான முடிவெடுக்கும் சக்தியைக் குறிக்கிறது. இது வகை II பிழையின் நிகழ்தகவை நிரப்புகிறது,  $\beta$  (பீட்டா). இவ்வாறு, ஒரு சோதனையின் சக்தி =  $(1 - \beta)$ .

மாதிரி அளவு மற்றும் குறிப்பிடப்பட்ட முக்கியத்துவ நிலைக்கு இடையே உள்ள வேறுபாடுகளால் புள்ளிவிவர சோதனையின் சக்தி பாதிக்கப்படுகிறது. 1 இன் சக்தி சிறந்தது, ஆனால் நடைமுறையில் 0.80 அல்லது அதற்கு மேற்பட்டவை பூஜ்ய கருதுகோளிலிருந்து புறப்படுவதைத் தீர்மானிக்க நல்ல மதிப்பாக எடுத்துக் கொள்ளப்படுகிறது.

ஒரு முக்கியத்துவ அளவுகோல் என்பது ஒரு முடிவின் சாத்தியமற்ற அறிக்கையாகும். இங்கே பூஜ்ய கருதுகோள் குறிப்பிடத்தக்கதாக கருதப்படுகிறது. பொதுவாகப் பயன்படுத்தப்படும் அளவுகோல்கள் நிகழ்தகவுகளை 0.05, 0.01 மற்றும் 0.001 என எடுத்துக்கொள்கின்றன. முக்கியத்துவ அளவை பலவீனப்படுத்துவதன் மூலம் சோதனையின் சக்தி அதிகரிக்கப்படுகிறது, இதை ஒரு குறுகிய வரம்பிற்குள் வைக்கிறது. இது பூஜ்ய கருதுகோளை சரியாக நிராகரிப்பதன் மூலம் புள்ளிவிவர ரீதியாக குறிப்பிடத்தக்க முடிவைப் பெறுவதற்கான வாய்ப்பை அதிகரிக்கிறது, இதனால் சரியான முடிவை எடுக்கிறது. ஆனால் இது வகை I பிழையின் அபாயத்தை அதிகரிக்கிறது.

அதிகாரத்திற்கு முறையான தரநிலை இல்லை. நடைமுறையில், பூஜ்ய கருதுகோளில் இருந்து ஒரு நியாயமான விலகலைக் கண்டறிய 0.80 அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட சக்தி நன்றாகக் கருதப்படுகிறது.

### ஒரு சோதனையின் அளவு/முக்கியத்துவம் நிலை ( $\beta$ )

எளிய கருதுகோள் சோதனையில் முக்கியத்துவ நிலை நிகழ்தகவு ஆகும் தவறாக பூஜ்ய கருதுகோளை நிராகரிக்கிறது. ஒரு கூட்டு கருதுகோளில் இது பூஜ்ய கருதுகோளை நிராகரிப்பதற்கான அடிப்படையாக செயல்படும் நிகழ்தகவின் மேல் வரம்பாகும்.

கொடுக்கப்பட்டவற்றுக்கு மிகப்பெரிய சக்தி முக்கியத்துவம் நிலை என அறியப்படுகிறது **மிகவும் சக்திவாய்ந்த சோதனை**.

மிகப் பெரிய சோதனை சக்தி சோதனையின் கீழ் உள்ள அளவுருவின் அனைத்து மதிப்புகளுக்கும் சோதிக்க **ஒரே மாதிரியான மிக சக்திவாய்ந்த (UMP)**.

சோதனையின் சக்தி ஒற்றுமைக்கு அருகில் இருக்கும்போது, சோதனை சீராக இருக்கும். இது 'நிலையான சோதனை' என்று அழைக்கப்படுகிறது.

பாரபட்சமற்ற சோதனை ஒரு  $H_0$  க்கான பக்கச்சார்பற்ற சோதனை இதில்  $H_0$  நிராகரிப்பு நிகழ்தகவு  $> H_0$  க்கான முக்கியத்துவ நிலை உண்மையாக இருக்கும்; மற்றும்  $d_0$  என்பது  $H_0$  உண்மையாக இருக்கும் போது முக்கியத்துவ நிலை.

### குறிப்பு

*Self-Instructional Material*

ஒரே மாதிரியான மிகவும் சக்திவாய்ந்த பாரபட்சமற்ற (UMPU) சோதனை, அனைத்து பாரபட்சமற்ற சோதனைகளின் தொகுப்பில் உள்ள UMP ஆகும்.

## குறிப்பு

### பரிசோதித்தல் கருதுகோள்

மதிப்புகள் அல்லது மக்கள்தொகை அளவுருக்கள் பற்றிய கூற்று அல்லது கருதுகோள் பூஜ்ய கருதுகோள் என அழைக்கப்படுகிறது மற்றும்  $H_0$  என எழுதப்படுகிறது. மேலே விவாதிக்கப்பட்ட சூழ்நிலையில், ஒரு பட்லர் நிரபராதி என்ற நமது அனுமானம் பூஜ்ய கருதுகோளை உருவாக்கும் மற்றும் பின்வருமாறு கூறப்படும்:

$$H_0 = \text{The butler is innocent}$$

இந்த கருதுகோள் கிடைக்கக்கூடிய ஆதாரங்களுடன் சோதிக்கப்பட்டு முடிவு எடுக்கப்பட்டது இந்தக் கருதுகோளை ஏற்றுக்கொள்வதா அல்லது நிராகரிப்பதா என்பதை உருவாக்கியது. இந்தக் கருதுகோள் நிராகரிக்கப்பட்டால்,

பட்லர் குற்றமற்றவர் என்ற மாற்று கருதுகோளை நாங்கள் ஏற்றுக்கொள்கிறோம். இந்த மாற்று கருதுகோள்  $H_1$  என குறிக்கப்படுகிறது மற்றும் கூறப்பட்டுள்ளது:

$$H_1 = \text{The butler is not innocent}$$

பூஜ்ய கருதுகோள் என்றால் நிராகரிக்கப்பட்டது, பின்னர் மாற்று கருதுகோள் ஏற்றுக்கொள்ளப்படுகிறது. என்பதை கவனத்தில் கொள்ள வேண்டும்

மாற்று கருதுகோளை ஏற்றுக்கொள்வது சரியானது என்று அர்த்தமல்ல. பூஜ்ய கருதுகோள் ஏற்றுக்கொள்ளத்தக்கது என்பதை நியாயமான முறையில் உறுதிப்படுத்த போதுமான சான்றுகள் இல்லை என்று அர்த்தம்.

ஏற்கனவே விளக்கியபடி, பூஜ்ய கருதுகோளை ஏற்றுக்கொள்வது அல்லது நிராகரிப்பது தொடர்பான முடிவுகளை எடுப்பதில் இரண்டு வகையான பிழைகள் பயன்படுத்தப்படலாம். பூஜ்ய கருதுகோள் உண்மையாக இருந்தாலும் நிராகரிக்கப்படும் போது முதல் வகை பிழை, வகை I பிழை என அறியப்படுகிறது. பூஜ்ய கருதுகோள் உண்மையாக இல்லாவிட்டாலும், நிராகரிக்கப்பட வேண்டியிருந்தாலும், இரண்டாவது வகை பிழை, வகை II பிழை என அறியப்படுகிறது.

மாதிரி புள்ளிவிவரங்களால் வரையறுக்கப்பட்ட மக்கள்தொகை அளவுருக்களின் மதிப்புகள் பற்றிய புள்ளிவிவர கருதுகோள் சோதனை மற்றும் முடிவெடுப்பதில், பூஜ்ய கருதுகோள் மாதிரி புள்ளியியல் மற்றும் பரிசீலனையில் உள்ள தொடர்புடைய மக்கள்தொகை அளவுருக்களுக்கு இடையே உண்மையான வேறுபாடு இல்லை என்றும் உண்மையில் ஏதேனும் புலப்படும் வேறுபாடு இருந்தால், இது மாதிரியில் இயற்கை ஏற்ற இறக்கங்கள் காரணமாக கருதப்படுகிறது.

முடிக்க, நாங்கள் சொல்கிறோம்,

- பூஜ்ய கருதுகோள்  $H$  - மாதிரி முடிவுகளால் சோதிக்கப்படும் மக்கள் தொகை அளவுரு பற்றிய உறுதிப்பாடு.
- மாற்று கருதுகோள்  $H$  - மக்கள் தொகை அளவுரு பற்றிய கூற்று பூஜ்ய கருதுகோள் நிராகரிக்கப்படும் போது ஏற்றுக்கொள்ளப்பட்டது.
- வகை I பிழை - பூஜ்ய கருதுகோளை நிராகரிப்பதில் ஒரு பிழை, உண்மையில் அது உண்மையாக இருக்கும்போது.

## குறிப்பு

- வகை II பிழை - பூஜ்ய கருதுகோளை ஏற்றுக்கொள்வதில் ஏற்பட்ட பிழை, உண்மையில் அது தவறானது.

வகை I பிழை  $\alpha$  ஆல் குறிக்கப்படுகிறது (ஆல்பா) மற்றும் ஒரு உண்மையான கருதுகோளை நிராகரிப்பதற்கான நிகழ்தகவு என வெளிப்படுத்தப்படுகிறது. இது முக்கியத்துவத்தின் நிலை என்றும் அழைக்கப்படுகிறது. 1 -  $\alpha$  நம்பிக்கையின் அளவை வெளிப்படுத்துகிறது. உதாரணமாக,  $\alpha = 0.05$  என்பது நம்பிக்கை நிலை 95% அல்லது 0.95 ஆகும்.

வகை II பிழை  $\beta$  ஆல் குறிக்கப்படுகிறது (பீட்டா) மற்றும் தவறான கருதுகோளை ஏற்றுக்கொள்வதற்கான நிகழ்தகவு என வெளிப்படுத்தப்படுகிறது  $\beta$  இருப்பது விரும்பத்தக்கது அதன் மதிப்புக்கு முடிந்தவரை குறைந்த மதிப்பு, சோதனையின் சக்தியை பிரதிபலிக்கிறது மற்றும் குறைந்த  $\beta$  முக்கியத்துவம் வாய்ந்த சோதனை சக்தி வாய்ந்தது மற்றும் நம்பகமானது என்பதை மதிப்பு குறிக்கிறது.

### கருதுகோள் சோதனைக்கான செயல்முறை

கருதுகோள் சோதனைக்கான பொதுவான செயல்முறை பின்வரும் படிகளைக் கொண்டுள்ளது:

1. பூஜ்ய கருதுகோள் மற்றும் மாற்று கருதுகோளைக் குறிப்பிடவும். இது சோதிக்கப்பட வேண்டிய மக்கள் தொகை அளவுருவின் அனுமான மதிப்பைக் குறிப்பிடுவதாகும். எடுத்துக்காட்டாக, நமது கல்லூரி மாணவர்களின் சராசரி IQ 130 என்ற கருதுகோளைச் சோதிக்க விரும்புகிறோம் என்று வைத்துக்கொள்வோம். பின்னர் இது எங்கள் பூஜ்ய கருதுகோளாக மாறும் மற்றும் மாற்று கருதுகோள் இந்த சராசரி IQ 130 அல்ல. இந்த அறிக்கைகள் பின்வருமாறு வெளிப்படுத்தப்படுகின்றன:

$$H_0 : \mu = 130$$

$$H_1 : \mu \neq 130$$

2. மாதிரி எடுப்பதற்கு முன் ஒரு முக்கியத்துவ நிலையை நிறுவவும். முக்கியத்துவத்தின் நிலை, வகை I பிழையின் நிகழ்தகவைக் குறிக்கிறது  $\alpha$  மற்றும் பொதுவாக 0.05க்கு சமமாக எடுத்துக் கொள்ளப்படுகிறது, அதாவது கருதுகோள் பரிசோதிக்கப்பட்டு முடிவெடுத்த பிறகு, பூஜ்ய கருதுகோளை நிராகரிப்பதில் நாம் இன்னும் பிழை செய்வோம், அது உண்மையாக இருக்கும் போது, 5% நேரம். சில நேரங்களில் மதிப்பு  $\alpha = 0.01$  என நிறுவப்பட்டது, ஆனால் ஆய்வின் உணர்ச்சிநிறைவு பொறுத்து அதன் மதிப்பைத் தேர்ந்தெடுப்பது புலனாய்வாளரின் விருப்பப்படி உள்ளது.
3. பொருத்தமான சோதனை புள்ளிவிவரத்தைத் தீர்மானிக்கவும். பரிசீலனையில் உள்ள குறிப்பிட்ட கிடைக்கக்கூடிய தகவலுடன் பயன்படுத்த பொருத்தமான நிகழ்தகவு விநியோகத்தைத் தேர்ந்தெடுப்பதை இது குறிக்கிறது. Z மதிப்பெண் அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி சாதாரண விநியோகம் அல்லது t - விநியோகம் பெரும்பாலும் பயன்படுத்தப்படுகிறது.
4. நிராகரிப்பு (முக்கியமான) பகுதிகளை வரையறுக்கவும். முக்கியத்துவம் வாய்ந்த நிலையின் மதிப்பின் தேர்வின் அடிப்படையில் முக்கியமான பகுதி நிறுவப்படும். உதாரணமாக, நாம்  $\alpha = 0.05$  இன் மதிப்பைத் தேர்ந்தெடுத்தால், மற்றும் மக்கள்தொகை அளவுரு  $\mu$  சோதனை செய்வதற்கான எங்கள் சோதனை புள்ளிவிவரமாக

## குறிப்பு

நிலையான இயல்பான விநியோகத்தைப் பயன்படுத்துகிறோம், பின்னர் நாம் முன்பு விவாதித்தபடி, பூஜ்ய கருதுகோளின் அனுமானம், இந்த மக்கள் தொகை அளவுருவின் அனுமான மதிப்பு மற்றும் பெறப்பட்ட மதிப்பு ஆகியவற்றுக்கு இடையேயான வேறுபாடு மாதிரி முடிவுகளின் பகுப்பாய்வின் மூலம்  $\pm 1.96\sigma_x$  ஐ விட அதிகமாக இருக்கும் என்று எதிர்பார்க்கப்படவில்லை மேலே உள்ள படத்தில், மாதிரி என்றால்  $X$  புள்ளிவிவரம் 1.96 க்குள் விழுகிறது  $\sigma_x$  இன் மதிப்பிடப்பட்ட மதிப்பு  $\sigma$  பூஜ்ய கருதுகோளின் அனுமானத்தின் கீழ்  $H_0$ , பின்னர் 95% நம்பிக்கை அளவில் (அல்லது 0.05) பூஜ்ய கருதுகோள் சரியானது என ஏற்றுக்கொள்கிறோம். முக்கியத்துவம் நிலை). இடையே உள்ள வேறுபாடு  $X$  மற்றும்  $\sigma$  இடையில் ஏதேனும் மதிப்பு இருக்கலாம்  $X_1$  மற்றும்  $\sigma$  அல்லது  $X_2$  மற்றும்  $\sigma$  தற்செயலானதாகவோ அல்லது தற்செயலான உறுப்பு காரணமாகவோ கருதப்படுகிறது மற்றும் போதுமான அளவு அல்லது உண்மையான போதுமானதாக கருதப்படவில்லை பூஜ்ய கருதுகோளை நிராகரிக்க, அதனால் அனைத்து நடைமுறை நோக்கங்களுக்கும் மதிப்பு  $X$  சமமாக கருதப்படுகிறது  $\sigma$  கூட  $X$  இடையே எந்த மதிப்பும் இருக்கலாம்  $X_1$  மற்றும்  $X_2$  மேலே காட்டப்பட்டுள்ளபடி. இருப்பினும், மதிப்பு இருந்தால்  $X$  தாண்டி விழுகிறது  $X_2$  அதன் மேல் மேல் பக்கம் அல்லது அதற்கு அப்பால்  $X_1$  கீழ் பக்கத்தில், பின்னர் இடையே இந்த வேறுபாடு மதிப்புகள்  $X$  மற்றும்  $\sigma$  குறிப்பிடத்தக்கதாகக் கருதப்படும் மற்றும் அது பூஜ்ய கருதுகோளை நிராகரிக்க வழிவகுக்கும். 5% நேரத்திலிருந்து,

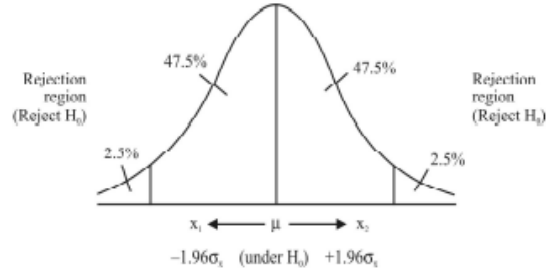


Fig. 9.1

மதிப்புகளுக்கு இடையிலான இந்த வேறுபாடு  $X$  மற்றும்  $\sigma$  2.5% நேரம் குறிப்பிடத்தக்கதாக இருக்கும்  $X$  மிகவும் மேலே இருப்பது  $\sigma$  (அப்பால்  $X_2$ ) மற்றும் 2.5% நேரம் மிகவும் கீழே உள்ளது (கீழே  $X_1$ ), நிராகரிப்பின் பகுதி சராசரி நீட்டிப்பின் இருபுறமும் இருக்கும் வளைவின் வால் பகுதிகளுக்குள். நிராகரிப்பின் இந்த பகுதி என்று அழைக்கப்படுகிறது முக்கியமான பகுதி.

5. **தரவு சேகரிப்பு மற்றும் மாதிரி பகுப்பாய்வு.** இது மாதிரி தரவுகளின் உண்மையான சேகரிப்பு மற்றும் கணக்கீடு ஆகியவற்றை உள்ளடக்கியது. முன்பே நிறுவப்பட்ட அளவின் மாதிரி  $n$  சேகரிக்கப்பட்டு மக்கள் தொகை அளவுருவின் மதிப்பீடு கணக்கிடப்படுகிறது. இந்த மதிப்பீடு சோதனை புள்ளிவிவரத்தின் மதிப்பாகும். எடுத்துக்காட்டாக, மக்கள் தொகை சராசரி  $\mu$  மதிப்பைப் பற்றிய ஒரு கருதுகோளை நாம் சோதித்தால், சோதனை புள்ளிவிவரம் மாதிரி சராசரியாக இருக்கும்  $\bar{X}$ . இந்த புள்ளிவிவரம் முக்கியமான பகுதியில் உள்ளதா அல்லது ஏற்றுக்கொள்ளும் பகுதியில் உள்ளதா என்பதைச் சரிபார்க்க, நாங்கள் சோதனை செய்கிறோம்.

## குறிப்பு

எடுத்துக்காட்டாக, கல்லூரி மாணவர்களின் சராசரி IQ 130 ஆக இருக்க வேண்டும் என்று சோதிக்க விரும்பினால், அந்த விஷயத்தில் நமது மக்கள்தொகை சராசரியாக இருப்பதைப் பார்க்க வேண்டும். சோதிக்கப்பட வேண்டும். நாங்கள் ஒரு எடுக்கிறோம் கொடுக்கப்பட்ட அளவின் சீரற்ற மாதிரி  $n$  மற்றும் அதன் சராசரியை கணக்கிடுங்கள்  $x$  பின்னர் இதன் மதிப்பு எவ்வளவு என்று சோதிக்கவும்  $x$  கொடுக்கப்பட்ட முக்கியத்துவ மட்டத்தில் ஏற்றுக்கொள்ளும் பகுதியில் அல்லது நிராகரிப்பு பகுதியில் விழுகிறது.

6. **முடிவெடுப்பது.** புள்ளிவிவர முடிவை எடுப்பதற்கு முன், ஒரு முடிவு விதியை நிறுவ வேண்டும். அத்தகைய முடிவு விதியானது பூஜ்ய கருதுகோள் ஏற்றுக்கொள்ளப்படும் அல்லது நிராகரிக்கப்படும் அடிப்படையை உருவாக்கும். இந்த முடிவு விதி உண்மையில் ஒரு முறையானது சோதனையின் வெளிப்படையான நோக்கத்தின் அறிக்கை. உதாரணமாக, இந்த விதியை பின்வருமாறு குறிப்பிடலாம்: மாதிரி புள்ளிவிவரத்தின் மதிப்பு இருந்தால் பூஜ்ய கருதுகோளை ஏற்கவும் எக்ஸ் ஏற்றுக்கொள்ளும் பகுதிக்குள் வருகிறது, இல்லையெனில் பூஜ்ய கருதுகோளை நிராகரிக்கவும். இந்த நிறுவப்பட்ட முடிவு விதியின் அடிப்படையில், பூஜ்ய கருதுகோளை ஏற்பதா அல்லது நிராகரிப்பதா என்பதை முடிவு செய்யலாம்.

### பிழைகளைச் செய்தல்: வகை I மற்றும் வகை II

- **பிழைகளின் வகைகள்:** புள்ளியியல் கருதுகோளில் இரண்டு வகையான பிழைகள் உள்ளன, அவை பின்வருமாறு:
  - **வகை I பிழை:** இந்த வகை பிழையில், பூஜ்ய கருதுகோள் உண்மையாக இருக்கும்போது அதை நீங்கள் நிராகரிக்கலாம். இது ஒரு கருதுகோளை நிராகரிப்பதைக் குறிக்கிறது, இது ஏற்றுக்கொள்ளப்பட்டிருக்க வேண்டும். இது  $\alpha$  ஆல் குறிக்கப்படுகிறது (ஆல்பா), மற்றும் ஆல்பா பிழை என்றும் அறியப்படுகிறது.
  - **வகை II பிழை:** இந்த வகை பிழையில், பூஜ்ய கருதுகோள் உண்மையில்லாத போது அதை நீங்கள் ஏற்க வேண்டும். நிராகரிக்கப்பட வேண்டிய ஒரு கருதுகோளை ஏற்றுக்கொள்வது என்பது இதன் பொருள். இது  $\beta$  ஆல் குறிக்கப்படுகிறது (பீட்டா), மற்றும் பீட்டா பிழை என்றும் அறியப்படுகிறது.

வகை I பிழையை குறைந்த மட்டத்தில் சரிசெய்வதன் மூலம் கட்டுப்படுத்தலாம், எடுத்துக்காட்டாக, நீங்கள் அதை 2% இல் சரிசெய்தால், வகை I பிழையைச் செய்வதற்கான அதிகபட்ச நிகழ்தகவு 0.02 ஆகும். ஆனால் வகை I பிழையைக் குறைப்பது, மாதிரி அளவை சரிசெய்யும் போது ஒரு தீமை உள்ளது, ஏனெனில் இது வகை II பிழைக்கான வாய்ப்புகளை அதிகரிக்கிறது. வேறு வார்த்தைகளில் கூறுவதானால், இரண்டு வகையான பிழைகளையும் ஒரே நேரத்தில் குறைக்க முடியாது என்று கூறலாம். இந்தச் சிக்கலுக்கான ஒரே தீர்வு, அவற்றுடன் இணைக்கப்பட்டுள்ள செலவுகள் மற்றும் அபராதங்களைக் கருத்தில் கொண்டு பொருத்தமான அளவை அமைப்பது அல்லது இரண்டு வகையான பிழைகளுக்கு இடையே சரியான சமநிலையை ஏற்படுத்துவதுதான்.

கருதுகோள் சோதனையில், பூஜ்ய கருதுகோள் உண்மையாக இருக்கும்போது நிராகரிக்கப்படும்போது ஒரு வகை I பிழை ஏற்படுகிறது; அதாவது,  $H_0$  தவறாக நிராகரிக்கப்படுகிறது. எடுத்துக்காட்டாக, ஒரு புதிய

## குறிப்பு

மருந்தின் மருத்துவ பரிசோதனையில், தற்போதைய மருந்தை விட சராசரியாக புதிய மருந்து சிறந்ததல்ல என்பது பூஜ்ய கருதுகோளாக இருக்கலாம்; அதாவது  $H_0$ : இரண்டுக்கும் எந்த வித்தியாசமும் இல்லை சராசரியாக மருந்துகள். இரண்டு மருந்துகளும் வெவ்வேறு விளைவுகளை ஏற்படுத்துகின்றன என்று முடிவு செய்தால், உண்மையில் அவற்றுக்கிடையே எந்த வித்தியாசமும் இல்லை என்றால், ஒரு வகை I பிழை ஏற்படும்.

கருதுகோள் சோதனையில், பூஜ்ய கருதுகோள் போது ஒரு வகை II பிழை ஏற்படுகிறது  $H_0$ , அது உண்மையில் பொய்யாக இருக்கும்போது நிராகரிக்கப்படவில்லை. எடுத்துக்காட்டாக, ஒரு புதிய மருந்தின் மருத்துவ பரிசோதனையில், புதிய மருந்து சராசரியாக, சராசரியாக, சிறந்ததாக இல்லை என்பது பூஜ்ய கருதுகோளாக இருக்கலாம்.

தற்போதைய மருந்து; அது  $H_0$  : இரண்டு மருந்துகளுக்கும் சராசரியாக எந்த வித்தியாசமும் இல்லை. இரண்டு மருந்துகளும் ஒரே விளைவைக் கொண்டிருக்கின்றன, அதாவது சராசரியாக இரண்டு மருந்துகளுக்கும் இடையில் எந்த வித்தியாசமும் இல்லை, உண்மையில் அவை வெவ்வேறு மருந்துகளை உற்பத்தி செய்தன என்று முடிவு செய்தால் வகை II பிழை ஏற்படும்.

### எத்தனை வழிகளில் நாம் தவறு செய்யலாம்?

கருதுகோள் உண்மையாக இருக்கும்போது அதை நிராகரிக்கிறோம். இது வகை I பிழை. ஒரு கருதுகோள் பொய்யாக இருக்கும்போது அதை ஏற்றுக்கொள்கிறோம். இது வகை II பிழை. மற்ற உண்மையான சூழ்நிலைகள் விரும்பத்தக்கவை:

ஒரு கருதுகோள் உண்மையாக இருக்கும்போது அதை ஏற்றுக்கொள்கிறோம். ஒரு கருதுகோள் பொய்யாக இருக்கும்போது அதை நிராகரிக்கிறோம்.

முக்கியத்துவத்தின் நிலை வகை I பிழையின் நிகழ்தகவைக் குறிக்கிறது. ஐந்து சதவீத நிலை என்பது வகை I பிழையின் நிகழ்தகவு 0.05 என்பதைக் குறிக்கிறது. ஒரு சதவீத நிலை என்பது வகை I பிழையின் 0.01 நிகழ்தகவைக் குறிக்கிறது.

முக்கியத்துவ அளவைக் குறைப்பது, எனவே வகை I பிழையின் நிகழ்தகவு நல்லது, ஆனால் துரதிர்ஷ்டவசமாக இது வகை II பிழையைச் செய்வதற்கான விரும்பத்தகாத சூழ்நிலைக்கு வழிவகுக்கும்.

மொத்தத்தில்:

- வகை I பிழை: நிராகரித்தல் H
- **Type I Error:** Rejecting  $H_0$  when  $H_0$  is true.
- **Type II Error:** Accepting  $H_0$  when  $H_0$  is false.

**Note:** The probability of making a Type I error is the level of significance of a statistical test. It is denoted by  $\alpha$ .

Where,  $\alpha$  = Prob. (Rejecting  $H_0$  /  $H_0$  true)

$1 - \alpha$  = Prob. (Accepting  $H_0$  /  $H_0$  true)

The probability of making a Type II error is denoted by  $\beta$ .

Where,  $\beta$  = Prob. (Accepting  $H_0$  /  $H_0$  false)

$1 - \beta$  = Prob. (Rejecting  $H_0$  /  $H_0$  false) = Prob. (The test correctly rejects  $H_0$  when  $H_0$  is false)

$1 - \beta$  is called the power of the test. It depends on the level of significance  $\alpha$ , sample size  $n$  and the parameter value.



## குறிப்பு

### பூஜ்ய மற்றும் மாற்று கருதுகோள்கள்

கருதுகோள் பொதுவாக ஆராய்ச்சியில் முக்கிய கருவியாக கருதப்படுகிறது. ஒரு கருதுகோளின் சோதனைத்திறன் பற்றிய அடிப்படைக் கருத்துக்கள் பின்வருமாறு:

### பூஜ்ய கருதுகோள் மற்றும் மாற்று கருதுகோள்

புள்ளியியல் பகுப்பாய்வின் சூழலில், எந்த இரண்டு முறைகளையும் ஒப்பிடும்போது, பின்வருபவை

கருத்துக்கள் அல்லது அனுமானங்கள் கருத்தில் கொள்ளப்படுகின்றன:

- பூஜ்ய கருதுகோள்: இரண்டு வெவ்வேறு முறைகளை அவற்றின் மேன்மையின் அடிப்படையில் ஒப்பிடும் போது, இரண்டு முறைகளும் சமமாக நல்லவை என்ற அனுமானம் பூஜ்ய கருதுகோள் என்று அழைக்கப்படுகிறது. இது புள்ளியியல் கருதுகோள் என்றும் அழைக்கப்படுகிறது மற்றும் இது குறிக்கப்படுகிறது  $H_0$ .
- மாற்று கருதுகோள்: இரண்டு வெவ்வேறு முறைகளை ஒப்பிடுகையில், அவற்றின் மேன்மையைப் பற்றி, ஒரு குறிப்பிட்ட முறையை மற்றதை ஒப்பிடும்போது நல்லது அல்லது கெட்டது என்று குறிப்பிடுவது மாற்று கருதுகோள் என்று அழைக்கப்படுகிறது. என அடையாளப்படுத்தப்படுகிறது  $H_1$ .

### பூஜ்ய கருதுகோளை மாற்று கருதுகோளுடன் ஒப்பிடுதல்

பூஜ்ய கருதுகோள் மற்றும் மாற்று கருதுகோள் ஆகியவற்றுக்கு இடையேயான ஒப்பீட்டு புள்ளிகள் பின்வருமாறு:

- பூஜ்ய கருதுகோள் எப்போதும் குறிப்பிட்டதாக இருக்கும் போது மாற்று கருதுகோள் தோராயமான மதிப்பை அளிக்கிறது.
- பூஜ்ய கருதுகோளை நிராகரிப்பது பெரிய ஆபத்தை உள்ளடக்கியது, இது மாற்று கருதுகோள் விஷயத்தில் இல்லை.

மாற்று கருதுகோளை விட பூஜ்ய கருதுகோள் புள்ளிவிவரங்களில் அடிக்கடி பயன்படுத்தப்படுகிறது, ஏனெனில் இது குறிப்பிட்டது மற்றும் நிகழ்தகவுகளின் அடிப்படையில் இல்லை.

சோதிக்கப்பட வேண்டிய கருதுகோள் பூஜ்ய கருதுகோள் என்று அழைக்கப்படுகிறது மற்றும் இது குறிக்கப்படுகிறது  $H_0$ . மாற்று கருதுகோள் எனப்படும் இயற்கையின் பிற சாத்தியமான நிலைகளுக்கு எதிராக இது சோதிக்கப்பட வேண்டும். மாற்று பொதுவாக குறிக்கப்படுகிறது  $H_1$ .

பூஜ்ய கருதுகோள் புள்ளிவிவரத்திற்கும் மக்கள் தொகை அளவுருவிற்கும் இடையில் எந்த வித்தியாசமும் இல்லை என்பதைக் குறிக்கிறது. மாதிரி சராசரி  $\bar{x}$  மற்றும் மக்கள்தொகை  $\mu$  இடையே வேறுபாடு இல்லை என்பதை சோதிக்க, நாங்கள் பூஜ்ய கருதுகோளை எழுதுகிறோம்.

$$H_0: \bar{X} = \mu$$

The alternative hypothesis would be,

$$H_1: \neq \mu$$

This means  $> \mu$  or  $< \mu$ . This is called a two-tailed hypothesis.

The alternative hypothesis  $H_1: > \mu$  is right tailed.

The alternative hypothesis  $H_1: < \mu$  is left tailed.

These are one sided or one-tailed alternatives.

**குறிப்பு 1:** மாற்று கருதுகோள்  $H_1$  பூஜ்ய கருதுகோளால் குறிப்பிடப்படாத அளவுருவின் அத்தகைய அனைத்து மதிப்புகளையும் குறிக்கிறது  $H_0$ .

## குறிப்பு

**குறிப்பு 2:** ஒரு புள்ளியியல் கருதுகோளைச் சோதிப்பது ஒரு விதியாகும், இது ஒரு கருதுகோளை ஏற்றுக்கொள்வது அல்லது நிராகரிப்பது என்ற முடிவுக்கு வழிவகுக்கிறது.

மாதிரிப் புள்ளிவிவரம் மக்கள்தொகை மதிப்பை விட அதிகமாகவோ அல்லது குறிப்பிட்ட அளவிலான முக்கியத்துவத்தில் மக்கள் தொகை மதிப்பைக் காட்டிலும் குறைவாகவோ இருந்தால், ஒரு முனைச் சோதனைக்கு பூஜ்ய கருதுகோளை நிராகரிக்க வேண்டும்.

1. மாதிரி சராசரியானது மக்கள்தொகை சராசரி  $\mu$  ஐ விட அதிகமாக உள்ளதா என்பதை நாங்கள் சோதிக்க விரும்பலாம். பின்னர் பூஜ்ய கருதுகோள்,

$$H_0: \mu \leq \mu$$

2. மற்றொரு வழக்கில் பூஜ்ய கருதுகோள் இருக்கலாம்,

$$H_0: \mu \geq \mu$$

இந்த இரண்டு சூழ்நிலைகளில் ஒவ்வொன்றும் ஒரு வால் சோதனைக்கு இட்டுச் செல்கிறது மற்றும் இரு வால் சோதனையைப் போலவே கையாளப்பட வேண்டும். இங்கே முக்கியமான நிராகரிப்பு ஒரு பக்கத்தில் மட்டுமே,  $> \mu$  க்கு வலதுபுறம் மற்றும்  $< \mu$  க்கு இடதுபுறம். இங்குள்ள புள்ளிவிவரங்கள் 9.2 மற்றும் 9.3 இரண்டும் முக்கியத்துவம் வாய்ந்த சோதனையின் ஐந்து சதவீத அளவைக் காட்டுகின்றன.

உதாரணமாக, ஒரு குறிப்பிட்ட அரசாங்கத்தில் உள்ள அமைச்சர் ஒருவர் ஊழலில் ஈடுபடாமல் சராசரியாக 11 மாதங்கள் வாழ்கிறார். ஒரு புதிய கட்சி மந்திரிகளுக்கு சராசரியாக 11 மாதங்களுக்கு மேல் ஊழல் இல்லாமல் ஆயுளை வழங்குவதாகக் கூறுகிறது. சராசரியாக, புதிய அமைச்சர்கள் 11 மாதங்களுக்கு மேல் நீடிக்கிறார்களா என்று சோதிக்க விரும்புகிறோம். நாம் பூஜ்ய கருதுகோளை எழுதலாம்  $H_0: = 11$  மற்றும் மாற்று கருதுகோள்  $H_1: > 11$ .

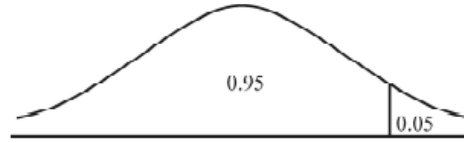


Fig. 9.2  $H_0: \bar{X} > \mu$

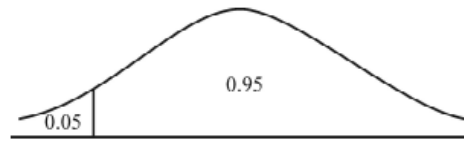


Fig. 9.3  $H_0: \bar{X} < \mu$

## 9.4 மாதிரி பின்னடைவின் ஒட்டுமொத்த முக்கியத்துவத்தை சோதித்தல்

மாதிரி புள்ளிவிவரம் என்றால் பூஜ்ய கருதுகோள் நிராகரிக்கப்படும் சூழ்நிலைகளைப் பற்றி இதுவரை விவாதித்தோம்  $\bar{x}$  மக்கள்தொகை அளவுருவை விட மிக அதிகமாகவோ அல்லது மிகக் குறைவாகவோ உள்ளது



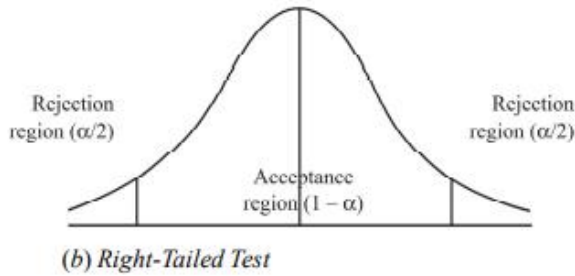
## குறிப்பு

2. அதாவது நிராகரிப்பின் பகுதியானது இயல்பான இரு முனைகளிலும் (அல்லது வால்கள்) உள்ளது வளைக்கோடு உதாரணமாக, கல்லூரி மாணவர்களின் சராசரி ஐக்கியவை நாங்கள் சோதித்துக்கொண்டிருந்தால் 130 க்கு சமமாக இருக்கும், பின்னர் பூஜ்ய கருதுகோள்  $H_0: \mu = 130$  ஒரு என்றால் நிராகரிக்கப்படும் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட மாதிரி சராசரியைக் கொடுக்கிறது எக்ஸ் ஒப்பிடும்போது மிக அதிகமாகவோ அல்லது குறைவாகவோ இருக்கும் 2. இதை பின்வருமாறு வெளிப்படுத்தலாம்:

மறுபுறம், நிராகரிப்பு பகுதியில் இருக்கும் சூழ்நிலைகள் உள்ளன முற்றிலும் வளைவின் ஒரு முனையில், இது வால் வலது முனை அல்லது வால் இடது முனை. இத்தகைய சூழ்நிலைகள் தொடர்பான சோதனைகள் அறியப்படுகின்றன ஒரு வால் சோதனைகள், மற்றும் மாதிரி புள்ளிவிவரத்தின் மதிப்பு இந்த ஒற்றை நிராகரிப்பு பகுதியில் விழுந்தால் மட்டுமே பூஜ்ய கருதுகோள் நிராகரிக்கப்படும்.

உதாரணமாக, நாம் 9 வோல்ட் பேட்டரிகளை உற்பத்தி செய்கிறோம் என்று வைத்துக்கொள்வோம், மேலும் நமது பேட்டரிகள் சராசரியாக ( $\mu$ ) 100 மணிநேரம் நீடிக்கும் என்று கூறுகிறோம். எங்கள் உரிமைகோரலின் துல்லியத்தை யாராவது சோதிக்க விரும்பினால், அவர் நமது பேட்டரிகளின் சீரற்ற மாதிரியை எடுத்து சராசரியைக் கண்டறியலாம் ( $\bar{x}$ ) இந்த மாதிரி. மதிப்பு இருந்தால் தான் நம் கோரிக்கையை நிராகரிப்பார்  $x$  எனவே கணக்கிடப்பட்ட 100 மணிநேரத்தை விட கணிசமாக குறைவாக உள்ளது, ஆனால் மதிப்பு இருந்தால் எங்கள் கோரிக்கையை நிராகரிக்க மாட்டோம்  $x$  100 மணிநேரத்தை விட அதிகமாக உள்ளது. எனவே இந்த வழக்கில், நிராகரிப்பு பகுதி வளைவின் இடது முனையில் மட்டுமே இருக்கும்.

இதேபோல், நாம் குறைந்த கலோரி உணவு ஐஸ்கிரீம் தயாரித்து, அதில் ஒரு பவுண்டுக்கு சராசரியாக 500 கலோரிகள் மட்டுமே இருப்பதாகக் கூறினால், ஒரு புலனாய்வாளர் நமது கோரிக்கையைச் சோதிக்க விரும்பினால், அவர் ஒரு மாதிரியை எடுத்து கணக்கிடலாம்.  $\bar{x}$ . மதிப்பு என்றால்  $x$  500 கலோரிகளை விட அதிகமாக உள்ளது, பின்னர் அவர் எங்கள் கோரிக்கையை நிராகரிப்பார். ஆனால் அவர் நமது கோரிக்கையை நிராகரிக்க மாட்டார்  $x$  500 கலோரிகளை விட மிகக் குறைவு. எனவே இந்த வழக்கில் நிராகரிப்பு பகுதி வளைவின் வலது முனையில் மட்டுமே இருக்கும். இந்த நிராகரிப்பு மற்றும் ஏற்றுக்கொள்ளும் பகுதிகள் படம் 9.4 இல் உள்ள சாதாரண வளைவுகளில் பின்வருமாறு காட்டப்பட்டுள்ளன:



## குறிப்பு

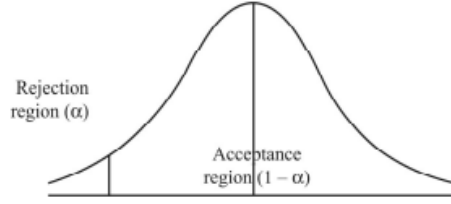
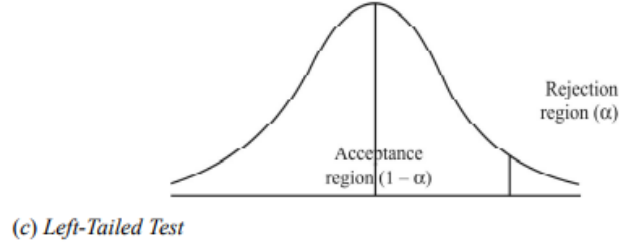


Fig. 9.4

படம் 9.4

### மக்கள்தொகை சராசரியை உள்ளடக்கிய சோதனைகள் (பெரிய மாதிரி)

இந்த வகை சோதனையானது, அதே மக்கள்தொகையிலிருந்து எடுக்கப்பட்ட மாதிரியிலிருந்து கணக்கிடப்பட்ட மாதிரி சராசரியுடன் ஒப்பிடும்போது, அறிக்கையிடப்பட்ட மக்கள்தொகை சராசரி நியாயமானதா இல்லையா என்பதைச் சரிபார்க்கும் முடிவுகளை உள்ளடக்கியது. மக்கள்தொகை மற்றும் அதன் புள்ளிவிவரத்திலிருந்து ஒரு சீரற்ற மாதிரி எடுக்கப்பட்டது எக்ஸ் கணக்கிடப்படுகிறது. மக்கள் தொகை சராசரி  $\mu$  பற்றி ஒரு அனுமானம் செய்யப்படுகிறது மாதிரி சராசரிக்கு சமமாக இருப்பதால், வித்தியாசம் உள்ளதா என்பதைப் பார்க்க ஒரு சோதனை நடத்தப்படுகிறது ( $\bar{X} - \mu$ ) குறிப்பிடத்தக்கது அல்லது இல்லை. இந்த வேறுபாடு ஏற்றுக்கொள்ளும் பகுதிக்குள் வந்தால் குறிப்பிடத்தக்கது அல்ல, மேலும் இந்த வேறுபாடு நிராகரிப்புப் பகுதிக்குள் அல்லது முக்கியப் பகுதியில் கொடுக்கப்பட்ட முக்கியத்துவ மட்டத்தில் இருந்தால் குறிப்பிடத்தக்கதாகக் கருதப்படுகிறது.

மக்கள் தொகை பொதுவாக விநியோகிக்கப்படவில்லை எனில், மாதிரி அளவு போதுமானதாக இருக்க வேண்டும், பொதுவாக 30 க்கும் அதிகமாக இருக்க வேண்டும் என்பதையும் கவனத்தில் கொள்ள வேண்டும். இருப்பினும், மக்கள்தொகை பொதுவாக விநியோகிக்கப்படுவதாக அறியப்பட்டால் மற்றும் மக்கள்தொகை நிலையான விலகல் அறியப்பட்டால், சிறிய மாதிரி அளவு கூட ஏற்றுக்கொள்ளப்படும்.

### எடுத்துக்காட்டு 9.1: (இரண்டு வால் சோதனை)

நாட்டில் உள்ள அரசாங்க ஊழியர்களின் சராசரி ஆண்டு வருமானம் மக்கள்தொகை கணக்கெடுப்பு பணியகத்தால் \$18,750.00 என்று தெரிவிக்கப்பட்டுள்ளது. வாஷிங்டனில் உள்ள அரசாங்க ஊழியர்களின் சராசரி ஆண்டு வருமானம் தேசிய சராசரியைப் பிரதிநிதித்துவப்படுத்துகிறதா என்பதில் சில சந்தேகம் இருந்தது.

வாஷிங்டனில் உள்ள 100 அரசாங்க ஊழியர்களின் சீரற்ற மாதிரி எடுக்கப்பட்டது, அவர்களின் சராசரி சம்பளம் \$19,240.00 மற்றும் நிலையான

## குறிப்பு

விலகல் \$2,610.00 என்று கண்டறியப்பட்டது. முக்கியத்துவம் வாய்ந்த அளவில்  $\alpha = 0.05$  (95% நம்பிக்கை நிலை), வாஷிங்டனில் உள்ள அரசாங்க ஊழியர்களின் சராசரி சம்பளம் தேசிய சராசரியின் பிரதிநிதி என்று முடிவு செய்ய முடியுமா?

**தீர்வு:** வெளிப்படையாக, இது ஒரு இரு வால் சோதனை, ஏனெனில் வாஷிங்டனில் உள்ள அரசாங்க ஊழியர்களின் சம்பளம் தேசிய சராசரியுடன் ஒப்பிடும்போது மிக அதிகமாகவோ அல்லது குறைவாகவோ இருந்தால், வாஷிங்டனில் உள்ள அரசாங்க ஊழியர்களின் சராசரி சம்பளம் தேசிய சராசரியை விட வேறுபட்டதல்ல என்ற கருதுகோள் நிராகரிக்கப்படும். .

கருதுகோள் சோதனைக்கான நடைமுறையில் விவரிக்கப்பட்டுள்ள படிகளைப் பின்பற்றி, நாங்கள் காண்கிறோம்:

1. பூஜ்ய கருதுகோள்:  $H_0: \mu = \$18,750$  மாற்று: கருதுகோள்:  $H_1: \mu \neq \$18,750$
2. கொடுக்கப்பட்டுள்ள முக்கியத்துவத்தின் நிலை  $\alpha = 0.05$ .
3. பொருத்தமான சோதனை புள்ளிவிவரத்தை தீர்மானித்தல். மக்கள்தொகை சராசரி மற்றும் மத்திய வரம்பு தேற்றத்தின்படி நாங்கள் சோதனை செய்வதால், மாதிரி வழிமுறைகளின் மாதிரி விநியோகம் தோராயமாக சராசரியாக நிலையான பிழையுடன் விநியோகிக்கப்படுகிறது.  $\sigma_x$ , பின்வரும் சோதனை புள்ளிவிவரம் பொருத்தமானதாக இருக்கும்:

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma_{\bar{X}}} \text{ where } \sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}},$$

Hence,

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$$

Where,

$\bar{X}$  = Sample mean

$\mu$  = Population mean

$\sigma$  = Standard deviation of the population ( $s$ )

4. முக்கியமான பகுதியை வரையறுத்தல். இருந்து  $\alpha = 0.05$  மற்றும் இது இரண்டு வால்கள் கொண்ட சோதனையாகும், நிராகரிப்பு பகுதியானது வளைவின் இரு முனைகளிலும் இருக்கும், இதனால் நிராகரிப்பு பகுதி வலது வால் முடிவில் 2.5% மற்றும் 2.5% ஆக இருக்கும். இடது வால். வேறு வார்த்தைகளில் கூறுவதானால், மணிக்கு  $\alpha = 0.05$ , ஏற்றுக்கொள்ளும் பகுதியானது Z இன் மதிப்பின் சராசரியை சுற்றி  $\pm 1.96$  ஆக இருக்கும். இப்போது நமது உதாரணத்திற்கு, Z இன் மதிப்பைக் கணக்கிடுவோம்.

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$$

இப்போது, 1.877 என Z இன் கணக்கிடப்பட்ட மதிப்பு 1.96 க்கும் குறைவானது மற்றும்  $Z = \pm 1.96$  ஆல் வரையறுக்கப்பட்ட ஏற்றுக்கொள்ளும் பகுதிக்குள் வருவதால், நாம் பூஜ்ய கருதுகோளை நிராகரிக்க முடியாது. மக்கள்தொகை சராசரிக்கு 95% நம்பிக்கை இடைவெளியை உருவாக்கி, பின்னர் மாதிரி சராசரி வருமா என்று சோதிப்பதன் மூலமும் இந்த சிக்கலை தீர்க்க முடியும்.

நம்பிக்கை இடைவெளி. நம்பிக்கை இடைவெளி 1.96 மூலம் கட்டுப்படுத்தப்படுகிறது  $Z = \pm 1.96$

கீழே விளக்கப்பட்டுள்ளது:

## குறிப்பு

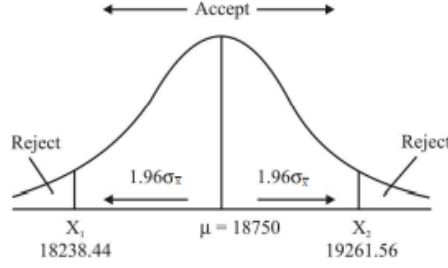
$$\sigma = s = 2610$$

$$n = 100$$

$n_1$

$$Z = \frac{19240 - 18750}{2610/\sqrt{100}}$$

$$= \frac{490}{261} = 1.877$$



$$X_1 = \mu - Z\sigma_x$$

$$X_2 = \mu + Z\sigma_x$$

w that,

$$\mu = 18750$$

$$Z = 1.96 \text{ at } \alpha = 0.05$$

$$\sigma_x = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{2610}{\sqrt{100}} = 261$$

$$X_1 = 18750 - 1.96(261) = 18238.44$$

$$X_2 = 18750 + 1.96(261) = 19261.56$$

இதன் பொருள் மாதிரி சராசரி இந்த இரண்டு வரம்புகளுக்குள் இருந்தால், நாம் பூஜ்ய கருதுகோளை நிராகரிக்க முடியாது. நாம் பார்க்க முடியும் என, \$19,240.00 மாதிரி சராசரி இந்த இடைவெளியில் உள்ளது, அதனால் நாம் பூஜ்ய கருதுகோளை நிராகரிக்க முடியாது. எனவே, எங்கள் வாஷிங்டனில் உள்ள அரசாங்க ஊழியர்களின் சராசரி சம்பளத்திற்கும் தேசிய சராசரிக்கும் இடையே குறிப்பிடத்தக்க வித்தியாசம் இல்லை என்றும், வாஷிங்டனில் உள்ள அரசாங்க ஊழியர்களின் சராசரி சம்பளம் தேசிய சராசரியை விட எண்ணியல் ரீதியாக வேறுபட்டது என்பது முற்றிலும் தற்செயலானது என்று முடிவு செய்ய முடிவு செய்யப்பட்டுள்ளது.

### எடுத்துக்காட்டு 9.2: ஒரு வால் சோதனை (இடது-வால்)

ஒரு ஒளி விளக்கு சராசரியாக 1600 மணி நேரம் நீடிக்கும் என்று லைட் பல்புகளின் உற்பத்தியாளர் கூறுகிறார். அவருடைய கூற்றை நாங்கள் சோதிக்க விரும்புகிறோம். எடுக்கப்பட்ட மாதிரியின் சராசரியானது 1600 மணிநேரத்திற்கு மேல் நீடித்தால், அவரது கோரிக்கையை நாங்கள் நிராகரிக்க மாட்டோம், அது 1600 மணிநேரத்திற்கும் குறைவாக நீடித்தால் அவரது கோரிக்கையை நிராகரிப்போம். எனவே, இது ஒரு வால் சோதனை மற்றும் நிராகரிப்பின் பகுதி வளைவின் இடது முனை வால் ஆகும்.

100 ஒளி விளக்குகளின் மாதிரி சீரற்ற முறையில் எடுக்கப்பட்டது மற்றும் இந்த மாதிரியின் சராசரி விளக்கின் ஆயுள் 120 மணிநேர நிலையான

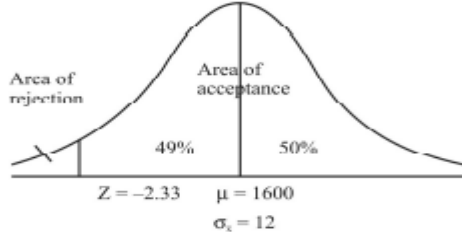
விலகலுடன் 1570 மணிநேரமாக கணக்கிடப்பட்டது. மணிக்கு  $\sigma = 0.01$ , இந்த உற்பத்தியாளரின் உரிமைகோரலின் செல்லுபடியை சோதிப்போம்.

**தீர்வு:** மாதிரி பெரியதாக இருப்பதால் ( $n = 100$ ), நாம் மக்கள்தொகை நிலையான விலகலை ( $\sigma$ ) மாதிரி நிலையான விலகல் ( $s$ ) மூலம் தோராயமாக மதிப்பிடலாம்:

Null hypothesis:  $H_0 : \mu = 1600$

Alternate hypothesis:  $H_1 : \mu < 1600$

பின்னர் 99% நம்பிக்கை இடைவெளியில் ( $\alpha = 0.01$ ), ஏற்றுக்கொள்ளும் பகுதியானது கீழே காட்டப்பட்டுள்ளபடி தரப்படுத்தப்பட்ட சாதாரண வளைவின் இடது வால் பகுதியில்  $Z = -2.33$  ஆல் கட்டுப்படுத்தப்படுகிறது:



Now,

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma_{\bar{X}}}$$

Where,

$$\bar{X} = 1570$$

$$\mu = 1600$$

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{120}{\sqrt{100}} = 12$$

$$\text{Then, } Z = \frac{1570 - 1600}{12} = -\left(\frac{30}{12}\right) = -(2.5)$$

எங்கள் கணக்கிடப்பட்ட  $Z$  இன் மதிப்பு  $Z$  இன் முக்கிய மதிப்பான  $-(2.33)$  ஐ விட எண்ணியல் ரீதியாக பெரியதாக இருப்பதால், 99% நம்பிக்கை இடைவெளியில் பூஜ்ய கருதுகோளை எங்களால் ஏற்க முடியாது. (எதிர்மறை அடையாளம் என்பது சராசரியின் இடதுபுறத்தில் மதிப்பு இருக்கும் ஒரு கருத்து  $\sigma$  மேலும் இது இயற்கணித அடையாளம் அல்ல.) இதன் பொருள் உற்பத்தியாளரின் கோரிக்கை செல்லுபடியாகாது.

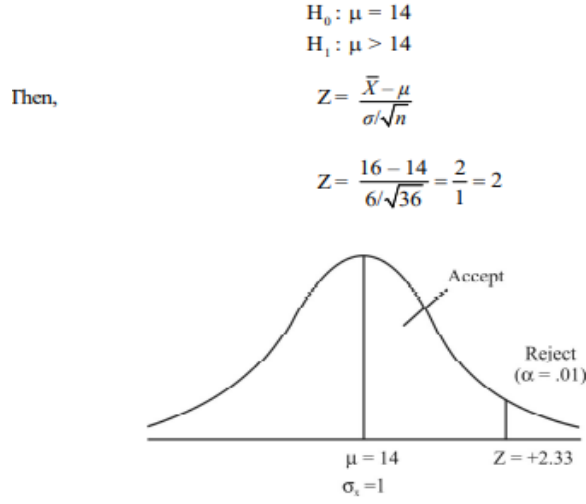
#### எடுத்துக்காட்டு 9.3: ஒரு வால் சோதனை (வலது வால்)

வாகன விபத்துக் கோரிக்கையைச் செயல்படுத்த சராசரியாக 2 வாரங்கள் (14 நாட்கள்) ஆகும் என்று காப்பீட்டு நிறுவனம் கூறுகிறது. நிலையான விலகல் 6 நாட்கள் ஆகும். இந்த உரிமைகோரலின் செல்லுபடியை சோதிக்க, ஒரு புலனாய்வாளர் தோராயமாக சமீபத்தில் உரிமைகோரல்களை தாக்கல் செய்த 36 பேரைத் தேர்ந்தெடுத்தார். இந்த மாதிரியானது, இந்த உரிமைகோரல்களைச் செயல்படுத்த நிறுவனத்திற்கு சராசரியாக 16 நாட்கள் எடுத்தது. 99% நம்பிக்கையில், ஒரு உரிமைகோரலைச் செயல்படுத்த நிறுவனம் சராசரியாக 14 நாட்களுக்கு மேல் எடுக்கிறதா எனச் சரிபார்க்கவும்.

**தீர்வு:** இந்த வழக்கில், மக்கள் தொகை அளவுரு சோதிக்கப்படுகிறது  $\sigma$  இது ஒரு உரிமைகோரலைச் செயல்படுத்த நிறுவனம் எடுக்கும் சராசரி நாட்களின் எண்ணிக்கையாகும். உரிமைகோரலைச் செயல்படுத்த சராசரியாகக்

## குறிப்பு

கோரும் 14 நாட்களைக் காட்டிலும் அதிக நேரம் எடுத்துக் கொண்டால், நிறுவனத்தின் உரிமைகோரல் செல்லுபடியாகாது. எனவே,



2 இன் Z மதிப்பு Z இன் முக்கியமான மதிப்பான 2.33 ஐ விட குறைவாக இருப்பதால், அது ஏற்றுக்கொள்ளும் பகுதிக்குள் வருவதால், பூஜ்ய கருதுகோளை நாம் நிராகரிக்க முடியாது. அதன்படி, நிறுவனத்தின் கோரிக்கை செல்லுபடியாகும் என்று கருதப்படுகிறது.

### ஒற்றை விகிதத்தை உள்ளடக்கிய சோதனைகள்

இதுவரை, நாங்கள் மக்கள் தொகை அளவுருவைக் கையாண்டுள்ளோம் இது அளவு தரவுகளை பிரதிபலிக்கிறது. தரமான தரவுகளுக்கு இதைப் பயன்படுத்த முடியாது. அத்தகைய தரமான தரவுகளுக்கு, அளவுரு நிகழ்வின் விளைவுகளில் ஒன்றுக்கு சாதகமான மக்கள் தொகை விகிதம் ஆர்வமாக உள்ளது. மக்கள் தொகை விகிதாச்சாரங்கள் அல்லது சதவீதங்கள் பற்றிய அறிக்கைகளின் செல்லுபடியை நாம் சோதிக்க வேண்டிய பல சூழ்நிலைகள் உள்ளன. எடுத்துக்காட்டாக, ஒரு அரசியல்வாதி ஒரு குறிப்பிட்ட பிரச்சினையில் 60% மக்கள் தனது கருத்தை ஆதரிப்பதாகக் கூறினால், தற்செயலான நபர்களின் மாதிரிகளை எடுத்து, இந்த அரசியல்வாதியைப் பற்றிய அவர்களின் கருத்துக்களைக் கேட்டு, சராசரியாக ஆதரிக்கும் மக்களின் சதவீதத்தைக் கண்டறிவதன் மூலம் இந்தக் கோரிக்கையை நாம் சோதிக்கலாம். இந்த அரசியல்வாதியின் கண்ணோட்டம் மற்றும் இந்த மாதிரி சதவீதம் அவர் மக்கள்தொகை சதவீதத்தை விட கணிசமாக வேறுபட்டதா என்று சோதிக்கவும். இந்த நுட்பம் தரமான தரவை பகுப்பாய்வு செய்வதில் பயன்படுத்தப்படுகிறது, அங்கு ஒரு குறிப்பிட்ட குணாதிசயத்தின் இருப்பு அல்லது இல்லாமையை நாம் சோதிக்க முடியும். எடுத்துக்காட்டாக, வேலையின்மை நிலைமை குறித்த அரசாங்க புள்ளிவிவரங்கள் துல்லியமானவையா இல்லையா என்பதை நாம் அறிய விரும்பலாம். 9% பணியாளர்கள் வேலையில்லாமல் இருப்பதாக அரசாங்க புள்ளிவிவரங்கள் குறிப்பிடுகின்றன என்று வைத்துக்கொள்வோம். நாம் எப்போதும் ஒரு சீரற்ற மாதிரியை எடுத்து அதன் செல்லுபடியை சரிபார்க்கலாம்.

இந்த வகை தரவு இருசொல் விநியோகத்தைப் பின்தொடர்கிறது:

## குறிப்பு

Sample proportion  $p = \frac{x}{n}$

However, if  $n$  is large enough, so that,

$$np \geq 5$$

and  $n(1-p) \geq 5$

Then it can be approximated to normal distribution and test statistic  $Z$  can be used. Where,

$$Z = \frac{p - \pi}{\sigma_p}$$

$\pi$  = Population proportion

$p$  = Sample proportion

$$\sigma_p = \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}} \quad \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$$

பூஜ்ய கருதுகோளை ஏற்க அல்லது நிராகரிக்க  $Z$  இன் கணக்கிடப்பட்ட மதிப்பு  $Z$  இன் முக்கியமான மதிப்புடன் ஒப்பிடப்படுகிறது.

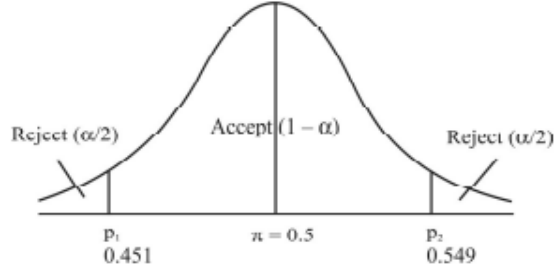
கருதுகோளின் சோதனையானது மக்கள்தொகை வழிமுறைகளைப் பற்றிய சோதனைகளின் அதே நடைமுறையைப் பின்பற்றுகிறது மற்றும் பின்வரும் உதாரணத்தின் உதவியுடன் சிறப்பாக விளக்கப்படலாம்.

**எடுத்துக்காட்டு 9.4:** ஒரு தொலைக்காட்சி நிகழ்ச்சியின் ஸ்பான்சர் தனது ஸ்டுடியோ பார்வையாளர்கள் ஆண்களுக்கும் பெண்களுக்கும் சமமாகப் பிரிக்கப்பட்டிருப்பதாக நம்புகிறார். ஒரு நாள் நிகழ்ச்சியில் 400 பேர் கலந்து கொண்டனர், அங்கு 230 ஆண்கள்.  $\alpha$  மணிக்கு = 0.05, ஸ்பான்சரின் நம்பிக்கை சரியானதா என சோதிக்கவும்.

**தீர்வு:** பார்வையாளர்களில் அதிகமான ஆண்களும் மிகக் குறைவான ஆண்களும் பூஜ்ய கருதுகோளை நிராகரிப்பதற்கு காரணமாக இருப்பார்கள் என்பதால், இது இரு வால் கொண்ட சோதனை.

பூஜ்ய கருதுகோள் ஏற்றுக்கொள்ளப்படுவதற்கு, மாதிரி விகிதம்  $p = (x/n)$  வரையறுக்கப்பட்ட நம்பிக்கை இடைவெளிக்குள் வர வேண்டும்  $p_1$  மற்றும்  $p_2$  வரைபடத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளபடி ஏற்றுக்கொள்ளும் பகுதி.

## குறிப்பு



Here,

Null hypothesis:  $H_0 : p = 0.5$

Alternate hypothesis:  $H_1 : p \neq 0.5$

Confidence interval is defined as follows:

$$p_1 = p - Z\sigma_p$$

$$p_2 = p + Z\sigma_p$$

Where,

$$\sigma_p = \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}} = \sqrt{\frac{(0.5)(0.5)}{400}} = 0.025$$

$$Z = 1.96 \text{ (at } \alpha = 0.05 \text{)}$$

$$\pi = 0.5$$

Substituting these values we get,

$$p_1 = 0.5 - 1.96(0.025) = 0.451$$

$$p_2 = 0.5 + 1.96(0.025) = 0.549$$

எங்கள் எடுத்துக்காட்டில், மாதிரி விகிதம்  $p = X / n = 230/400 = 0.575$ . எங்கள் மாதிரி விகிதம் ஏற்றுக்கொள்ளும் பகுதிக்கு வெளியே உள்ளது மற்றும் முக்கியமான பகுதியில் உள்ளது. எனவே பூஜ்ய கருதுகோளை ஏற்க முடியாது.

பூஜ்ய கருதுகோளின் செல்லுபடியை சோதிக்க ஒரு மாற்று முறை, கொடுக்கப்பட்ட தகவலுக்கான  $Z$  இன் மதிப்பைக் கணக்கிடுவதும், அட்டவணையில் இருந்து  $Z$  இன் முக்கியமான மதிப்புடன் ஒப்பிடுவதும் ஆகும், இது 0.05 இல் முக்கியத்துவம் 1.96 ஆகும். இப்போது

$$\pi = \text{Population proportion} = 0.5$$

$$\sigma_p = \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}} = 0.025 \text{ (as calculated above).}$$

Then,

$$Z = \frac{0.575 - 0.500}{0.025}$$

$$= \frac{0.075}{0.025} = 3$$

Since our computed value of  $Z = 3$ , is higher than the critical value of  $Z = 1.96$ , we cannot accept the null hypothesis.



$Z = 3$  இன் எங்கள் கணக்கிடப்பட்ட மதிப்பு,  $Z = 1.96$  இன் முக்கியமான மதிப்பை விட அதிகமாக இருப்பதால், பூஜ்ய கருதுகோளை எங்களால் ஏற்க முடியாது.

#### எடுத்துக்காட்டு 9.5: ஒரு வால் சோதனை

நகரத்தின் 60% மக்கள் அவரைப் பின்பற்றுவதாகவும், அவருடைய கொள்கைகளை ஆதரிப்பதாகவும் நகர மேயர் கூறுகிறார். அவருடைய கூற்று சரியானதா இல்லையா என்பதை நாங்கள் சோதிக்க விரும்புகிறோம். 400 பேரின் ரேண்டம் மாதிரி எடுக்கப்பட்டதில், இவர்களில் 220 பேர் மேயருக்கு ஆதரவாக இருப்பது கண்டறியப்பட்டது. முக்கியத்துவத்தின் மட்டத்தில்  $\alpha = 0.01$  மேயரின் கூற்றைப் பற்றி நாம் என்ன முடிவுக்கு வரலாம்.

தீர்வு: மேயரை ஆதரிக்கும் நபர்களின் மாதிரி விகிதம் அவரை ஆதரிக்கும் நபர்களின் மக்கள்தொகை விகிதத்தைப் பற்றிய மேயரின் கூற்றை விட கணிசமாகக் குறைவாக இருந்தால் மட்டுமே மேயரின் கோரிக்கையை நிராகரிப்போம் என்பது தெளிவாகிறது. அத்தகைய மாதிரி விகிதம் மக்கள்தொகை விகிதத்தை விட கணிசமாக அதிகமாக இருந்தால் அவரது கூற்றை நாங்கள் நிராகரிக்க மாட்டோம்.

எனவே:

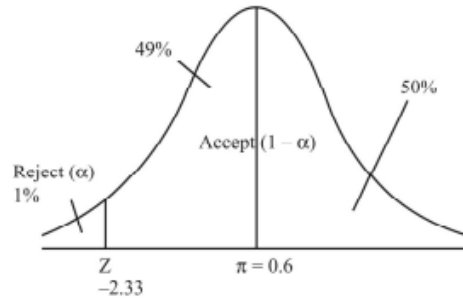
Hence:

Null hypothesis:  $H_0 : \pi = 0.6$

Alternate hypothesis:  $H_1 : \pi < 0.6$

(The null hypothesis may also be expressed as  $H_0 : \pi \geq 0.6$ ).

The sample proportion  $p = 220/400 = 0.55$



$$\begin{aligned}\sigma_p &= \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}} \\ &= \sqrt{\frac{(0.6)(0.4)}{400}} \\ &= \sqrt{0.006} = 0.0245 \\ Z &= \frac{p - \pi}{\sigma_p} \\ &= \frac{0.55 - 0.6}{0.0245} \\ &= -\left(\frac{0.05}{0.0245}\right) = -(2.04)\end{aligned}$$

குறிப்பு

## குறிப்பு

இது ஒரு முனை சோதனை என்பதால்,  $\alpha = 0.1$  க்கான  $Z = - (2.33)$  இன் முக்கியமான மதிப்பு. எதிர்மறை அடையாளத்தைப் புறக்கணித்து, எங்கள் கணக்கிடப்பட்ட  $Z$  இன் எண் மதிப்பு  $Z$  இன் எண்ணியல் முக்கியமான மதிப்பைக் காட்டிலும் குறைவாக இருப்பதைக் கவனிக்கிறோம், எனவே நாம் பூஜ்ய கருதுகோளை நிராகரிக்க முடியாது.

### பெரிய மாதிரிகளுக்கான இரண்டு மாதிரி சோதனை

பல முடிவெடுக்கும் சூழ்நிலைகளில், இரண்டு மக்கள்தொகை அல்லது இரண்டு மக்கள்தொகை விகிதாச்சாரத்தை ஒப்பிட்டுப் பார்ப்பது ஆர்வமுள்ள பகுதியாகும். எடுத்துக்காட்டாக, இரண்டு வெவ்வேறு கற்பித்தல் முறைகளின் செயல்திறனை ஒப்பிட்டுப் பார்ப்பதில் நாங்கள் ஆர்வமாக இருக்கலாம், இரண்டு வெவ்வேறு நுட்பங்களின் கீழ் சராசரி மாணவர் சாதனையில் உள்ள வேறுபாட்டின் மூலம் செயல்திறன் அளவிடப்படும். அல்லது, இந்த நாட்டில் ஆண்களுக்கும் பெண்களுக்கும் சராசரி வயது வித்தியாசம் உள்ளதா என்பதை அறிய நாம் ஆர்வமாக இருக்கலாம். அல்லது, இரண்டு வெவ்வேறு சமூகங்களின் சராசரி செலவுகள் ஒன்றுக்கொன்று கணிசமாக வேறுபட்டதா என்பதை அறிய நாங்கள் ஆர்வமாக இருக்கலாம். இந்த நோக்கத்திற்காக, ஒரு மக்கள்தொகையை மற்றொன்றுக்கு எதிராகச் சோதிக்கலாம் மற்றும் பகுத்தறிவு முடிவுகளை எடுக்கும் நோக்கத்திற்காக முடிவுகளை எடுக்கலாம்.

### இரண்டு மாதிரி வழிமுறைகளுக்கு இடையிலான வேறுபாட்டைச் சோதித்தல்

மாதிரி சராசரிக்கும் மக்கள்தொகை சராசரிக்கும் இடையே உள்ள குறிப்பிடத்தக்க வேறுபாட்டிற்காக ஒரு கருதுகோள் சோதிக்கப்பட்ட வழிமுறைகளின் மாதிரி விநியோகத்தைப் பற்றி இதுவரை விவாதித்தோம். இப்போது, இரண்டு மக்கள்தொகை வழிமுறைகளுக்கு இடையே ஏதேனும் குறிப்பிடத்தக்க வேறுபாடுகள் உள்ளதா என்பதை அறிய ஆர்வமாக உள்ளோம். பருச் கல்லூரி மற்றும் மெட்கர் எவர்ஸ் கல்லூரியில் வணிகத்தில் இளங்கலைப் பட்டம் பெற்ற மாணவர்களின் சராசரி வயதில் ஏதாவது குறிப்பிடத்தக்க வேறுபாடு உள்ளதா என்பதைக் கண்டறிய விரும்புகிறோம் என்று வைத்துக் கொள்வோம். இரு கல்லூரிகளிலிருந்தும் முதியோர் பட்டதாரிகளின் தொடர்புடைய மாதிரிகளை எடுத்து சராசரியைக் கண்டறிகிறோம்

ஒவ்வொரு கல்லூரியிலிருந்தும் எடுக்கப்பட்ட ஒவ்வொரு மாதிரி. இந்த வழிமுறைகள் மற்றும் இந்த வழிமுறைகளில் உள்ள வேறுபாடுகள் பின்வருமாறு குறிப்பிடப்பட வேண்டும்:

<i>Baruch(1)</i>	<i>Medgar Evers (2)</i>	<i>Differences</i>
$\bar{X}_{11}$	$\bar{X}_{21}$	$\bar{X}_{11} - \bar{X}_{21}$
$\bar{X}_{12}$	$\bar{X}_{22}$	$\bar{X}_{12} - \bar{X}_{22}$
$\bar{X}_{13}$	$\bar{X}_{23}$	$\bar{X}_{13} - \bar{X}_{23}$
$\bar{X}_{14}$	$\bar{X}_{24}$	$\bar{X}_{14} - \bar{X}_{24}$
•	•	•
•	•	•
•	•	•
$\bar{X}_{1n}$	$\bar{X}_{2n}$	$\bar{X}_{1n} - \bar{X}_{2n}$

மேலே உள்ள எடுத்துக்காட்டில், முதல் சந்தா கல்லூரியைக் குறிக்கிறது மற்றும் இரண்டாவது சந்தா வரிசை மாதிரி எண்ணைக் குறிக்கிறது.

**இரண்டு விகிதாச்சாரங்களுக்கிடையே உள்ள வேறுபாடுகளுக்கான இரு வால் சோதனை**

**எடுத்துக்காட்டு 9.8:** பருச் கல்லூரியில் 200 மாணவர்களின் மாதிரி, அவர்களில் 18% பேர் மூத்தவர்கள் என்று தெரியவந்தது. ஹண்டர் கல்லூரியில் 400 மாணவர்களின் இதேபோன்ற மாதிரி, அவர்களில் 15% பேர் மூத்தவர்கள் என்று தெரியவந்துள்ளது. இந்த இரண்டு விகிதாச்சாரங்களுக்கிடையேயான வித்தியாசம் குறிப்பிடத்தக்கதாக உள்ளதா என்பதைச் சோதிப்பதற்காக, இந்த மக்கள்தொகை உண்மையில் 5% முக்கியத்துவ மட்டத்தில் வேறுபட்டது என்று முடிவு செய்யலாம் ( $\alpha = 0.05$ ).

**தீர்வு:** பூஜ்ய கருதுகோள்:  $H_0: \pi = \pi_0$

மாற்று கருதுகோள்:  $H_a: \pi \neq \pi_0$

இது இரு வால் கொண்ட சோதனை, ஏனெனில் பருச் கல்லூரியில் மூத்தவர்களின் விகிதம் ஹண்டர் கல்லூரியில் உள்ள மூத்தவர்களின் விகிதாச்சாரத்தை விட கணிசமாக அதிகமாக இருந்தால், பூஜ்ய கருதுகோள் நிராகரிக்கப்படும். ஹண்டர் கல்லூரியில் மூத்தவர்களின் விகிதம், பூஜ்ய கருதுகோள் மீண்டும் நிராகரிக்கப்படும்.

இப்போது

பருச் கல்லூரியில் மூத்தவர்களின் விகிதம் =  $p_1 = 0.18$

ஹண்டர் கல்லூரியில் மூத்தவர்களின் விகிதம் =  $p_2 = 0.15$

பின்னர்,

$$\begin{aligned}\hat{\pi} &= \frac{200(0.18) + 400(0.15)}{200 + 400} \\ &= \frac{36 + 60}{600} = \frac{96}{600} = 0.16\end{aligned}$$

முதலில் மதிப்பைக் கணக்கிடுவோம்  $\sigma_p$ . எங்களுக்கு தெரியும்,

$$\begin{aligned}\hat{\sigma}_p &= \sqrt{(0.16)(0.84)\left(\frac{1}{200} + \frac{1}{400}\right)} \\ &= \sqrt{0.1344 \times 0.0075} = \sqrt{0.001008} = 0.0317\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}Z &= \frac{P_1 - P_2}{\hat{\sigma}_p} \\ &= \frac{0.18 - 0.15}{0.0317} = \frac{0.03}{0.0317} = 0.95\end{aligned}$$

Z இன் எங்கள் கணக்கிடப்பட்ட மதிப்பு  $Z = 1.96$  இன் முக்கிய மதிப்பை விட குறைவாக இருப்பதால்  $\alpha = 0.05$ , இரண்டு வால்கள் கொண்ட சோதனைக்கு, நாம் பூஜ்ய கருதுகோளை நிராகரிக்க முடியாது.

குறிப்பு

## குறிப்பு

இரண்டு விகிதாச்சாரங்களுக்கு இடையிலான வேறுபாட்டிற்கான ஒரு வால் சோதனை

கருத்தியல் ரீதியாக, இரண்டு மக்கள்தொகை விகிதாச்சாரங்களுக்கு இடையிலான வேறுபாடுகளுக்கான ஒரு வால் சோதனையானது, இரண்டு மக்கள்தொகை வழிமுறைகளுக்கு இடையிலான வேறுபாட்டிற்கான ஒரு வால் சோதனையைப் போன்றது மற்றும் நிராகரிப்பு பகுதியானது சாதாரண வளைவின் ஒரு முனையில் மட்டுமே இருக்கும், அல்லது இடது முனை வால் அல்லது பிரச்சனையின் வகையைப் பொறுத்து வலது முனை வால்.

**எடுத்துக்காட்டு 9.9:** 50 வயதுக்கு மேற்பட்ட ஆண்களில் புகைபிடிக்காதவர்களை விட புகைப்பிடிப்பவர்களுக்கு இதய நோய்கள் அதிகம் என்று ஒரு காப்பீட்டு நிறுவனம் நம்புகிறது. அதன்படி, புகைபிடிக்காதவர்களுக்கு அதன் ஆயுள் காப்பீட்டு பாலிசிகளில் தள்ளுபடி வழங்குவது குறித்து பரிசீலித்து வருகிறது. இருப்பினும், முடிவெடுப்பதற்கு முன், புகைப்பிடிப்பவர்களுக்கு இதய நோய் வருவதற்கான அதிக ஆபத்து புகைபிடிக்காதவர்களை விட அதிகமாக உள்ளது என்ற அதன் கூற்றை நியாயப்படுத்த ஒரு பகுப்பாய்வு மேற்கொள்ளப்படுகிறது. நிறுவனம் தோராயமாக 200 ஆண்களைத் தேர்ந்தெடுத்தது, அதில் 80 புகைப்பிடிப்பவர்கள் மற்றும் 120 புகைப்பிடிக்காதவர்கள் உள்ளனர். 18 புகைப்பிடிப்பவர்கள் இதய நோயினாலும், 15 புகைபிடிக்காதவர்கள் இதய நோயினாலும் பாதிக்கப்பட்டுள்ளதாக கணக்கெடுப்பு சுட்டிக்காட்டியுள்ளது. 5% முக்கியத்துவம் வாய்ந்த நிலையில், புகைபிடிக்காதவர்களை விட புகைப்பிடிப்பவர்களுக்கு இதய நோய் பாதிப்பு அதிகம் என்று காப்பீட்டு நிறுவனத்தின் கோரிக்கையை நியாயப்படுத்த முடியுமா?

**தீர்வு:** விடுங்கள்  $p_1$  மொத்த மக்கள்தொகையில் இதய நோயால் பாதிக்கப்பட்ட 50 வயதுக்கு மேற்பட்ட ஆண் புகைப்பிடிப்பவர்களின் விகிதம்  $p_2$  புகைபிடிக்காதவர்களின் தொடர்புடைய விகிதமாக இருங்கள். பிறகு

$$= \frac{0.1}{0.0536} = 1.86$$

Null hypothesis:  $H_0 : \pi_1 = \pi_2$

Alterante hypothesis:  $H_1 : \pi_1 > \pi_2$

$$\text{Test statistic: } Z = \frac{P_1 - P_2}{\hat{\sigma}_p}$$

Now,

$p_1$  = Proportion of male smokers over 50 years of age who suffer from heart disease,

$$= \frac{18}{80} = 0.225$$

$p_2$  = Proportion of male non-smokers over 50 years of age who suffer from heart disease,

$$= \frac{15}{120} = 0.125$$

$$\hat{\sigma}_p = \sqrt{\hat{\pi}(1-\hat{\pi})\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}$$

$$\hat{\pi} = \frac{n_1 p_1 + n_2 p_2}{n_1 + n_2}$$

$$= \frac{80(0.225) + 120(0.125)}{80 + 120}$$

$$= \frac{18 + 15}{200}$$

$$= \frac{33}{200} = 0.165$$

Then,

$$\hat{\sigma}_p = \sqrt{(0.165)(0.835)\left(\frac{1}{80} + \frac{1}{120}\right)}$$

$$= \sqrt{(0.1378)(0.0208)}$$

$$= \sqrt{0.00287} = 0.0536$$

Hence,

$$Z = \frac{0.225 - 0.125}{0.0536}$$

முக்கிய மதிப்பு என்பதால்  $Z$  மணிக்கு ஒரு முனை சோதனைக்கு  $= 0.05$  என்பது 1.64 ஆகும், மேலும் நமது கணக்கிடப்பட்ட மதிப்பு  $Z = 1.86$  முக்கிய மதிப்பை விட அதிகமாக உள்ளது  $Z$ , பூஜ்ய கருதுகோளை நாம் ஏற்க முடியாது. புகைபிடிப்பவர்களின் விகிதம் இதய நோய் உள்ள புகைப்பிடிக்காதவர்களின் விகிதத்தை விட இதய நோய்களைக் கொண்ட புகைப்பிடிப்பவர்களின் விகிதம் அதிகமாக உள்ளது என்பதை ஊகிக்க வலுவான சான்றுகள் இருப்பதை இது காட்டுகிறது.

## 9.5 உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சரிபார்க்கும் கேள்விகளின் பதில்கள்

1. பன்மடங்கு பின்னடைவில், ஒரு சாதாரண விநியோகம் தேவை என்ற அனுமானம் இடையூறு காலத்திற்கு மட்டுமே பொருந்தும், பெரும்பாலும் கூறப்படுவது போல் சுயாதீன மாறிகளுக்கு அல்ல.

## குறிப்பு

2. ஒரு கருதுகோள் என்பது ஒரு ஆராய்ச்சியாளர் அதன் தர்க்கரீதியான அல்லது அனுபவரீதியான விளைவுகளை சோதிக்க விரும்பும் தோராயமான அனுமானமாகும். கருதுகோள் என்பது ஒரு தற்காலிக யோசனையைக் குறிக்கிறது, அதன் தகுதிக்கு மதிப்பீடு தேவைப்படுகிறது, ஆனால் குறிப்பிட்ட அர்த்தம் இல்லை. சிக்கலான கணக்கீட்டை எளிதாக்குவதற்கான வசதியான கணித அணுகுமுறையாக இது அடிக்கடி குறிப்பிடப்படுகிறது.
3. புள்ளிவிவரக் கருதுகோள் மக்கள் தொகை அளவுருவின் உண்மையைக் கண்டறிய முடியாது. இதைச் செய்ய, முழு மக்களுக்கான உண்மை அட்டவணையை ஆய்வு செய்ய வேண்டும், இது நேரத்தை எடுத்துக்கொள்வது மற்றும் நடைமுறைக்கு மாறானது. ஆராய்ச்சியாளர்கள் ஒரு சீரற்ற மாதிரியை ஆய்வு செய்து, அதன் நிலைத்தன்மையைத் தீர்மானித்த பிறகு, கருதுகோள் ஏற்றுக்கொள்ளப்படுகிறது.
4. புள்ளியியல் கருதுகோள்கள் இரண்டு வகைகளாகும்:
  - பூஜ்ய கருதுகோள்: இது மாதிரி அவதானிப்புகள் முற்றிலும் தற்செயலாக விளைகின்றன என்பதைக் குறிக்கிறது. அதன் குறியீடு  $H_0$ .
  - மாற்று கருதுகோள்: இது மாதிரி அவதானிப்புகள் சீரற்ற தன்மையின் சில காரணங்களால் பாதிக்கப்படுகின்றன என்பதைக் குறிக்கிறது. அதன் குறியீடு  $H_1$  அல்லது  $H_a$ .
5. மொழி பொறியியலில் பல பயன்பாடுகளுக்கு கருதுகோள்களின் சோதனை தேவைப்படுகிறது. ஒரு நபரின் 'ஒரு பேச்சைப் படித்தல்' மற்றும் 'தன்னிச்சையான பேச்சைக் கொடுப்பது' என்பதை நாம் வேறுபடுத்திப் பார்க்க வேண்டும் என்று வைத்துக்கொள்வோம்.
6. மாற்று கருதுகோள்களைத் தேர்ந்தெடுப்பதற்கான முடிவு, முன்மொழிய, மொழி பொறியாளர் ஒரு திசையில் அல்லது மற்றொன்றில் உள்ள வேறுபாடுகளைக் குறிப்பிடுவதற்கு வழிவகுக்கும் காரணிகளைப் பொறுத்தது. இந்த நிகழ்வுகள் ஒரு வால் அல்லது இரு வால் கருதுகோள்களாக குறிப்பிடப்படுகின்றன, இது ஒரு திசையில் அல்லது இரு திசைகளிலும் வேறுபாடு செய்யப்படுகிறது என்பதைப் பொறுத்தது.
7. கருதுகோள் சோதனையில் பூஜ்ய கருதுகோளை நிராகரிக்க வழிவகுக்கும் சோதனை புள்ளிவிவரங்களின் தொகுப்பாக இந்தப் பகுதி வரையறுக்கப்படுகிறது. இதற்காக மாதிரி இடம் இரண்டு பரஸ்பர பிரத்தியேக பகுதிகளாக பிரிக்கப்பட்டுள்ளது. இந்த பகுதி பூஜ்ய கருதுகோள்  $H_0$  ஐ நிராகரிப்பதற்கான அடிப்படையை வழங்குகிறது.
8. எளிய கருதுகோள் சோதனையில் முக்கியத்துவ நிலை என்பது பூஜ்ய கருதுகோளை தவறாக நிராகரிப்பதற்கான நிகழ்தகவு ஆகும். ஒரு கூட்டு கருதுகோளில் இது பூஜ்ய கருதுகோளை நிராகரிப்பதற்கான அடிப்படையாக செயல்படும் நிகழ்தகவின் மேல் வரம்பாகும்.
9. பல முடிவெடுக்கும் சூழ்நிலைகளில், இரண்டு மக்கள்தொகை அல்லது இரண்டு மக்கள்தொகை விகிதாச்சாரத்தை ஒப்பிட்டுப் பார்ப்பது ஆர்வமுள்ள பகுதியாகும். எடுத்துக்காட்டாக, இரண்டு வெவ்வேறு கற்பித்தல் முறைகளின் செயல்திறனை ஒப்பிட்டுப் பார்ப்பதில் நாங்கள் ஆர்வமாக இருக்கலாம், இரண்டு வெவ்வேறு நுட்பங்களின் சீழ் சராசரி மாணவர் சாதனையில் உள்ள வேறுபாட்டின் மூலம் செயல்திறன் அளவிடப்படும்.

- பன்மடங்கு பின்னடைவில், ஒரு சாதாரண விநியோகம் தேவை என்ற அனுமானம் இடையூறு காலத்திற்கு மட்டுமே பொருந்தும், பெரும்பாலும் கூறப்படுவது போல் சுயாதீன மாறிகளுக்கு அல்ல.
- உண்மையில், மாதிரியில் உள்ள ஒவ்வொரு வழக்கிலும் வெவ்வேறு சீரற்ற மாறிகள் உள்ளன, இது ஒரு பின்னடைவு சமன்பாட்டால் உருவாக்கப்பட்ட கவனிக்கப்பட்ட மற்றும் கணிக்கப்பட்ட மதிப்புகளில் உள்ள வேறுபாடுகளுக்குக் காரணமான அனைத்து "இரைச்சல்"களையும் உள்ளடக்கியது.
- பொருளாதார அளவீட்டில், ஒரு தரவுத் தொகுப்பு சாதாரண விநியோகத்தால் நன்கு வடிவமைக்கப்பட்டுள்ளதா என்பதைத் தீர்மானிக்கவும், தரவுத் தொகுப்பின் அடிப்படையிலான ஒரு சீரற்ற மாறி சாதாரணமாக விநியோகிக்கப்படுவதற்கான சாத்தியக்கூறுகளைக் கணக்கிடவும் இயல்பான சோதனைகள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன.
- விளக்கமான புள்ளியியல் அடிப்படையில், ஒருவர் தரவுடனான இயல்பான மாதிரியின் பொருத்தத்தின் நன்மதிப்பை அளவிடுகிறார் - பொருத்தம் மோசமாக இருந்தால், எந்த அடிப்படை மாறியின் மீதும் தீர்ப்பு வழங்காமல், சாதாரண விநியோகத்தால் தரவு சரியாக மாதிரியாக இருக்காது.
- சாதாரணமாக விநியோகிக்கப்பட்ட மக்கள்தொகையிலிருந்து (சில சகிப்புத்தன்மைக்குள்) மாதிரித் தரவு எடுக்கப்பட்டதா என்பதைத் தீர்மானிக்க ஒரு இயல்பான சோதனை பயன்படுத்தப்படுகிறது. மாணவர்களின் t-டெஸ்ட் மற்றும் ஒரு வழி மற்றும் இருவழி ANOVA போன்ற புள்ளிவிவர சோதனைகளின் எண்ணிக்கைக்கு பொதுவாக விநியோகிக்கப்பட்ட மாதிரி மக்கள் தொகை தேவைப்படுகிறது.
- புள்ளிவிவர அனுமானத்திற்கு இரண்டு அணுகுமுறைகள் உள்ளன: மாதிரி அடிப்படையிலான அனுமானம் மற்றும் வடிவமைப்பு அடிப்படையிலான அனுமானம். இரண்டு அணுகுமுறைகளும் தரவு உருவாக்கும் செயல்முறையைப் பிரதிநிதித்துவப்படுத்த சில புள்ளிவிவர மாதிரியை நம்பியுள்ளன.
- ஒரு கருதுகோள் என்பது ஒரு ஆராய்ச்சியாளர் அதன் தர்க்கரீதியான அல்லது அனுபவரீதியான விளைவுகளை சோதிக்க விரும்பும் தோராயமான அனுமானமாகும். கருதுகோள் என்பது ஒரு தற்காலிக யோசனையைக் குறிக்கிறது, அதன் தகுதிக்கு மதிப்பீடு தேவைப்படுகிறது, ஆனால் குறிப்பிட்ட அர்த்தம் இல்லை. சிக்கலான கணக்கீட்டை எளிதாக்குவதற்கான வசதியான கணித அணுகுமுறையாக இது அடிக்கடி குறிப்பிடப்படுகிறது.
- கருதுகோள் ஒரு முன்மொழிவாக முன்வைக்கப்படுகிறது. இது ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட முன்மொழிவுகளின் தொகுப்பாக கூட இருக்கலாம். ஒரு முன்மொழிவு என்பது ஒரு நிபந்தனை முன்மொழிவின் முன்னோடியாகும், இது ஒரு அனுமானமாகவோ அல்லது யூகமாகவோ இருக்கலாம். இது இன்னும் நிரூபிக்கப்பட வேண்டிய ஒன்று, ஆனால் தற்காலிகமாக உண்மை என்று எடுத்துக் கொள்ளப்படுகிறது.
- முறைப்படுத்தப்பட்ட கருதுகோள்கள் இரண்டு மாறிகள் உள்ளன, அவை சுயாதீனமான மற்றும் சார்பு. சுயாதீன மாறி என்பது நபர்,

## குறிப்பு

## குறிப்பு

- விஞ்ஞானியாக இருக்கலாம், அவர் கருதுகோளை வைக்கப் போகிறார் மற்றும் சார்பு மாறி என்பது நபர் கவனிக்கும் ஒன்றாகும்.
- புள்ளிவிவரக் கருதுகோள் மக்கள் தொகை அளவுருவின் உண்மையைக் கண்டறிய முடியாது. இதைச் செய்ய, முழு மக்களுக்கான உண்மை அட்டவணையை ஆய்வு செய்ய வேண்டும், இது நேரத்தை எடுத்துக்கொள்வது மற்றும் நடைமுறைக்கு மாறானது. ஆராய்ச்சியாளர்கள் ஒரு சீரற்ற மாதிரியை ஆய்வு செய்து, அதன் நிலைத்தன்மையைத் தீர்மானித்த பிறகு, கருதுகோள் ஏற்றுக்கொள்ளப்படுகிறது.
  - மாற்று கருதுகோள்களைத் தேர்ந்தெடுப்பதற்கான முடிவு, முன்மொழிய, மொழி பொறியாளர் ஒரு திசையில் அல்லது மற்றொன்றில் உள்ள வேறுபாடுகளைக் குறிப்பிடுவதற்கு வழிவகுக்கும் காரணிகளைப் பொறுத்தது. இந்த நிகழ்வுகள் ஒரு வால் அல்லது இரு வால் கருதுகோள்களாக குறிப்பிடப்படுகின்றன, இது ஒரு திசையில் அல்லது இரு திசைகளிலும் வேறுபாடு செய்யப்படுகிறது என்பதைப் பொறுத்தது.
  - எளிய கருதுகோள் சோதனையில் முக்கியத்துவ நிலை என்பது பூஜ்ய கருதுகோளை தவறாக நிராகரிப்பதற்கான நிகழ்தகவு ஆகும். ஒரு கூட்டு கருதுகோளில் இது பூஜ்ய கருதுகோளை நிராகரிப்பதற்கான அடிப்படையாக செயல்படும் நிகழ்தகவின் மேல் வரம்பாகும்.
  - பல முடிவெடுக்கும் சூழ்நிலைகளில், இரண்டு மக்கள்தொகை அல்லது இரண்டு மக்கள்தொகை விகிதாச்சாரத்தை ஒப்பிட்டுப் பார்ப்பது ஆர்வமுள்ள பகுதியாகும். எடுத்துக்காட்டாக, இரண்டு வெவ்வேறு கற்பித்தல் முறைகளின் செயல்திறனை ஒப்பிட்டுப் பார்ப்பதில் நாங்கள் ஆர்வமாக இருக்கலாம், இரண்டு வெவ்வேறு நுட்பங்களின் கீழ் சராசரி மாணவர் சாதனையில் உள்ள வேறுபாட்டின் மூலம் செயல்திறன் அளவிடப்படும்.

## 9.7 முக்கிய வார்த்தைகள்

- **இயல்பான அனுமானம்:** பன்மடங்கு பின்னடைவில், ஒரு சாதாரண விநியோகம் தேவை என்ற அனுமானம் இடையூறு காலத்திற்கு மட்டுமே பொருந்தும், பெரும்பாலும் கூறப்படுவது போல் சுயாதீன மாறிகளுக்கு அல்ல.
- **கருதுகோள்:** கருதுகோள் என்பது ஒரு ஆராய்ச்சியாளர் அதன் தர்க்கரீதியான அல்லது அனுபவரீதியான விளைவுகளைச் சோதிக்க விரும்பும் தோராயமான அனுமானமாகும். கருதுகோள் என்பது ஒரு தற்காலிக யோசனையைக் குறிக்கிறது, அதன் தகுதிக்கு மதிப்பீடு தேவைப்படுகிறது, ஆனால் குறிப்பிட்ட அர்த்தம் இல்லை.
- **புள்ளியியல் கருதுகோள்:** புள்ளிவிவரக் கருதுகோள் மக்கள் தொகை அளவுருவின் உண்மையைக் கண்டறிய முடியாது. இதைச் செய்ய, முழு மக்களுக்கான உண்மை அட்டவணையை ஆய்வு செய்ய வேண்டும், இது நேரத்தை எடுத்துக்கொள்வது மற்றும் நடைமுறைக்கு மாறானது.
- **பூஜ்ய கருதுகோள்:** மாதிரி அவதானிப்புகள் முற்றிலும் தற்செயலாக விளைகின்றன என்பதை இது குறிக்கிறது. அதன் குறியீடு H0.
- **மாற்று கருதுகோள்:** மாதிரி அவதானிப்புகள் சீரற்ற தன்மையின் சில காரணங்களால் பாதிக்கப்படுகின்றன என்பதை இது குறிக்கிறது. அதன் குறியீடு H1 அல்லது Ha.



- **முக்கியமான பகுதி:** கருதுகோள் சோதனையில் பூஜ்ய கருதுகோளை நிராகரிக்க வழிவகுக்கும் சோதனை புள்ளிவிவரங்களின் தொகுப்பாக இந்தப் பகுதி வரையறுக்கப்படுகிறது. இந்த பகுதி பூஜ்ய கருதுகோள் H<sub>0</sub> ஐ நிராகரிப்பதற்கான அடிப்படையை வழங்குகிறது.

## குறிப்பு

### 9.8 சுய மதிப்பீட்டு கேள்விகள் மற்றும் பயிற்சிகள்

#### குறுகிய பதில் கேள்விகள்

1. இயல்பான அனுமானம் என்ற சொல்லை விளக்குங்கள்.
2. கருதுகோளை விரிவாகக் கூறுங்கள்.
3. புள்ளியியல் கருதுகோளை விளக்கவும்.
4. புள்ளிவிவர கருதுகோள் வகைகளை வரையறுக்கவும்.
5. எளிய கருதுகோளின் சோதனையை விளக்கவும்.
6. ஒரு வால் அல்லது இரு வால் கருதுகோள் என்றால் என்ன?
7. முக்கியமான பகுதியைக் குறிப்பிடவும்.
8. சோதனையின் அளவு/முக்கியத்துவ அளவை வரையறுக்கவும்.
9. பெரிய மாதிரிகளுக்கான இரண்டு மாதிரி சோதனைகளை விளக்குங்கள்.

#### நீண்ட பதில் கேள்விகள்

1. எடுத்துக்காட்டுகளின் உதவியுடன் இயல்பான அனுமானத்தை விளக்குங்கள்.
2. தனிப்பட்ட பகுதி பின்னடைவு குணகங்கள் பற்றிய கருதுகோள் சோதனையை சுருக்கமாக விவாதிக்கவும்.
3. பூஜ்ய கருதுகோள் மற்றும் மாற்று கருதுகோள்களை ஒப்பிடுக.
4. மாதிரி பின்னடைவின் ஒட்டுமொத்த முக்கியத்துவத்தை சோதனையை விவரிக்கவும். பொருத்தமான உதாரணங்களைக் கொடுங்கள்.

### 9.9 மேலும் படிக்க

Johnston, J. and John DiNARDO. 1997. *Econometric Methods*, Fourth Edition. New Delhi: Tata McGraw-Hill.

Koutsoyiannis, A. I 1977. *Theory of Econometrics*, Second Edition. London: The Macmillan Press Ltd.

Ozdemir, Durmu, 2016. *Applied Statistics for Economics and Business*, Second Edition. Izmir (Thrkey): Springer.

Maddala, G.S. 1992. *Introduction to Econometrics*, Second Edition. New York: Macmillan Publishing Company.

Pindyck, R. S and D. L. Rubinfeld. 1998. *Econometric Models and Economic Forecasts*, Fourth Edition. New York: McGraw Hill.

Goldberger, A. S. 1998. *Introductory Econometrics*. Cambridge: Harvard University Press.

Levirie, David M., Timothy C. Krehbiei, Mark L Berenson and P. K. Viswanathan. 2009. *Business Statist.*, Fifth Edition. New Delhi: Pearson Education.

Webster, Allen L. 1998. *Applied Statistics for Business and Economics*, Third Edition. New Delhi: Tata McGraw-Hill.

## நேரியல் கட்டுப்பாடுகள்

### கட்டமைப்பு

- 10.0 முன்னுரை
- 10.1 நோக்கங்கள்
- 10.2 நேரியல் கட்டுப்பாடுகள் அறிமுகம்
  - 10.2.1 எளிய நேரியல் பின்னடைவு மாதிரி (SLRM)
  - 10.2.2 மாறுபாட்டின் பகுப்பாய்வுக்கான கூட்டு சோதனை (ANOVA) சோதனை
  - 10.2.3 கருதுகோளைச் சோதித்தல்
  - 10.2.4 இரண்டு பின்னடைவு குணகங்களின் சமத்துவத்தை சோதித்தல்
  - 10.2.5 நேரியல் சமத்துவக் கட்டுப்பாடுகளைச் சோதித்தல்:  
கட்டுப்படுத்தப்பட்ட குறைந்த சதுரங்கள்
- 10.3 STATA
  - 10.3.1 STATA உடன் கட்டுப்படுத்தப்பட்ட மற்றும் கட்டுப்பாடற்ற பின்னடைவுக்கான எடுத்துக்காட்டு
- 10.4 உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சரிபார்க்கும் கேள்விகளின் பதில்கள்
- 10.5 சுருக்கத் தொகுப்பு
- 10.6 முக்கிய வார்த்தைகள்
- 10.7 சுய மதிப்பீட்டு கேள்விகள் மற்றும் பயிற்சிகள்
- 10.8 மேலும் படிக்க

### 10.0 அறிமுகம்

நேரியல் பின்னடைவில், நேரியல் என்பது மதிப்பிடப்படும் அளவுருக்களுக்கும் விளைவுக்கும் இடையிலான உறவைக் குறிக்கிறது. ஒரு நேரியல் மாதிரியில், அளவுரு திசையன் மதிப்பீட்டை  $\beta = \beta_0 + \beta_1 w_i$  என எழுதலாம், இங்கு  $w_i$  என்பது மதிப்பீட்டு செயல்முறையால் தீர்மானிக்கப்படும் எடைகள்.

தனிப்பட்ட நடத்தும் போது  $t$ -சோதனைகள், ஒற்றை குணகத்தின் மீது கட்டுப்பாடு விதிக்கப்படுகிறது. ஆனால், கூட்டு கருதுகோளுக்கு வரும்போது, பல பின்னடைவு குணகங்களுக்கு கட்டுப்பாடுகள் விதிக்கப்படுகின்றன.

கூட்டு கருதுகோளைச் சோதிக்க, நாம் STATA மென்பொருளைப் பயன்படுத்தலாம். 1985 இல் StatCorp ஆல் உருவாக்கப்பட்டது, STATA என்பது ஒரு பொது நோக்கத்திற்கான ஊடாகும் புள்ளியியல் மென்பொருள் தொகுப்பாகும். 'புள்ளிவிவரங்கள்' மற்றும் 'தரவு' ஆகிய சொற்கள் துண்டிக்கப்பட்டு, STATA என்ற பெயரை வழங்குவதற்காக இணைக்கப்பட்டுள்ளன.

தற்போதைய காலங்களில், STATA ஆனது Macintosh, Windows மற்றும் UNIX போன்ற பல தளங்களுக்காக உருவாக்கப்பட்டுள்ளது (UNIX என்பது UNIPlexed

## குறிப்பு

தகவல் கம்ப்யூட்டிங் சிஸ்டம் (UNICS), பின்னர் UNIX என அறியப்பட்டது). இது பல்வேறு மற்றும் மாறுபட்ட திறன்களுடன் வருகிறது.

இது பின்னடைவு, தரவு மேலாண்மை, புள்ளிவிவர பகுப்பாய்வு மற்றும் கிராபிக்ஸ் மற்றும் உருவகப்படுத்துதல்களை உருவாக்கும் திறன் கொண்டது. இது தனிப்பயன் நிரலாக்கத்தையும் அனுமதிக்கிறது மற்றும் பயனர்களால் எழுதப்பட்ட நிரல்களைப் பரப்புவதற்கான ஒரு உள்ளமைக்கப்பட்ட அமைப்பைக் கொண்டுள்ளது. இரண்டாவது திறன் அதன் தொடர்ச்சியான வளர்ச்சிக்கு குறிப்பிடத்தக்க பங்களிப்பாகும்.

இது புள்ளிவிவர முறையின் மிகவும் மேம்படுத்தப்பட்ட கவரேஜை வழங்குகிறது. பயனர் வரையறுக்கப்பட்ட தொகுதி செயலாக்கத்திற்கு வரும்போது இது மிகவும் நெகிழ்வானது. இது ஆராய்ச்சி மற்றும் புள்ளியியல் பகுப்பாய்வு, தரவு வடிவங்களை ஆய்வு செய்வதற்கும் வரைகலை தரவு காட்சிப்படுத்தலுக்கும் விருப்பமான மென்பொருளாக சேர்க்கப்பட்டுள்ளது.

இந்த பிரிவில், நீங்கள் நேரியல் கட்டுப்பாடு, கூட்டு கருதுகோள் சோதனை, சிக்கல்கள் மற்றும் STATA ஐப் பயன்படுத்தி பயன்பாடுகள் பற்றி படிப்பீர்கள்.

### 10.1 நோக்கங்கள்

இந்த அலகுக்குச் சென்ற பிறகு, உங்களால் முடியும்:

- நேரியல் கட்டுப்பாட்டை விவரிக்கவும்
- சோதனை கூட்டு கருதுகோளை பகுப்பாய்வு செய்யுங்கள்
- STATA ஐப் பயன்படுத்தி சிக்கல்கள் மற்றும் பயன்பாடுகளைப் புரிந்து கொள்ளுங்கள்

### 10.2 நேரியல் கட்டுப்பாடுகளுக்கான அறிமுகம்

பின்னடைவு குணகங்களின் மீதான பொதுவான நேரியல் கட்டுப்பாடுகள் மீதான சோதனைகளை நாங்கள் கருதுகிறோம். பின்வரும் உண்மைகள் உட்பட நேரியல் கட்டுப்பாடுகளின் சில குறிப்பிட்ட சோதனைகளை நாங்கள் ஆராய்வோம்

1. F பின்னடைவு பொருத்தத்திற்கான சோதனை: இணைந்தது F அனைத்து விளக்க மாறிகளுக்கும் பின்னடைவு குணகங்கள் மீதான சோதனை. கருதுகோள்கள்:

$$H_0: \beta_1 = 0; \beta_2 = 0; \beta_3 = 0; \dots; \beta_k = 0$$

$$H_A: \text{At least one } \beta_j \neq 0$$

இது ஒரு சோதனை கே நேரியல் கட்டுப்பாடுகள், இவை அனைத்தும் விலக்கு கட்டுப்பாடுகள்.

2. F பின்னடைவு குணகங்களின் துணைக்குழுவிற்கான சோதனை: ஒரு கூட்டு F- பின்னடைவு குணகங்களின் துணைக்குழுவிற்கு விலக்கு கட்டுப்பாடுகள் மீதான சோதனை. எடுத்துக்காட்டாக, மாறிகளைக் கூட்டாகக் கருதுகிறோம் என்று வைத்துக்கொள்வோம் X2 மற்றும் X3 . கருதுகோள்கள்: p -க்கான மதிப்பு F-சோதனை பின்னடைவு பொருத்தத்திற்கான R இல் சுருக்கமான பின்னடைவு வெளியீட்டில் சேர்க்கப்பட்டுள்ளது.

மேலே உள்ள இரண்டு சோதனைகளுக்கும், பூஜ்ய கருதுகோள் பின்னடைவு மாதிரியை கட்டுப்படுத்துகிறது மற்றும் மாற்று

## குறிப்பு

கருதுகோள் பொதுவான கட்டுப்பாடற்ற பின்னடைவு ஆகும். இந்த இரண்டு சோதனைகளும் இரண்டு பின்னடைவை உள்ளடக்கியது, இதில் ஒன்று தடைசெய்யப்பட்ட சோதனையானது கட்டுப்பாடற்ற சோதனையில் உள்ளது. ஒருவர் உள்ளமை பின்னடைவு மாதிரிகள் மற்றும் கட்டுப்படுத்தப்படாத மாதிரி மற்றும் கட்டுப்படுத்தப்பட்ட மாதிரியின் விளக்க சக்தியை ஒப்பிட விரும்பும் போதெல்லாம், பின்வருபவை F-சோதனை பின்வரும் சமன்பாட்டைப் பயன்படுத்துகிறது:

$$F = \frac{(SSR_r - SSR_u)/q}{SSR_u/(n - k - 1)}$$

q என்பது கட்டுப்பாடுகளின் எண்ணிக்கைக்கு சமமாக இருந்தால், SSR<sub>r</sub> தடைசெய்யப்பட்ட பின்னடைவு மாதிரியிலிருந்து சதுரங்களின் எஞ்சிய தொகை, SSR<sub>u</sub> கட்டுப்பாடற்ற மாதிரியிலிருந்து சதுரங்களின் எஞ்சிய தொகை, n மாதிரி அளவு, மற்றும் கே கட்டுப்பாடற்ற மாதிரியில் உள்ள விளக்க மாறிகளின் எண்ணிக்கை.

### 10.2.1 எளிய நேரியல் பின்னடைவு மாதிரி (SLRM)

ஒரு எளிய நேரியல் பின்னடைவு மாதிரியில் (SLRM), கருதுகோள் சோதனையானது, பகுப்பாய்வு பல பின்னடைவுக்கு நகரும் போது, பின்னடைவு மாதிரியின் மதிப்பீட்டாளர் அளவுருவின் உண்மையான மதிப்புக்கு சமமாக இருக்கும் என்ற அனுமானத்தின் அடிப்படையில் கருதுகோள் சோதனையானது, கருதுகோள் சோதனையானது, அதாவது வெவ்வேறு சாய்வு அளவுருக்களை தனி கருதுகோளுடன் சோதிப்பது நல்லது அல்லது கொடுக்கப்பட்ட பின்னடைவு மாதிரியில் உள்ள அனைத்து சாய்வு அளவுருக்களுக்கும் ஆராய்ச்சியாளர் அதே கருதுகோளை சோதிக்க வேண்டும்.

நேரியல் கட்டுப்பாடுகளுடன் பின்னடைவு மாதிரியை மதிப்பிடுவதிலும், நேரியல் கட்டுப்பாட்டின் சோதனையிலும் பொருளாதார வல்லுநர்கள் அக்கறை கொண்டுள்ளனர். எடுத்துக்காட்டாக, கோப் டக்ளஸ் உற்பத்திச் செயல்பாட்டின் விஷயத்தில், அளவுகோலுக்கு நிலையான வருமானத்தின் கருதுகோள், உள்ளீடுகளின் குணகத்தின் கூட்டுத்தொகை ஒருமைப்பாடு என்ற கட்டுப்பாட்டைப் போன்றது. பின்னடைவு மாதிரியில் எளிமையான வகையிலான நேரியல் கட்டுப்பாடு என்பது ஒன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட பின்னடைவு குணகங்கள் பூஜ்ஜியத்திற்கு சமம் அல்லது பிற குணகத்தின் கூட்டல் என்று குறிப்பிடுகிறது. பல பின்னடைவு மாதிரிகளில்:

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \beta_4 X_{4i} + u_i$$

The restriction can be specified as

$$\beta_1, \beta_2 = 0, \beta_2 = \beta_3, \beta_3 = \beta_4$$

மதிப்பிடப்பட்ட பகுதி பின்னடைவு குணகங்களின் முக்கியத்துவத்தை தனித்தனியாக சோதிக்க, அதாவது, ஒவ்வொரு உண்மையான மக்கள்தொகை பகுதி பின்னடைவு குணகம் பூஜ்ஜியமாகும் என்ற தனித்துவமான கருதுகோளைப் பயன்படுத்துகிறது.

பின்வரும் கருதுகோளைக் கருதுங்கள்:

$$H_0: \beta_2 = \beta_3 = 0$$

இது H<sub>0</sub> பூஜ்ஜிய கருதுகோள் β<sub>2</sub> என்று குறிப்பிடும் கூட்டு கருதுகோளாக கூறப்படுகிறது மற்றும் β<sub>3</sub> கூட்டாக அல்லது ஒரே நேரத்தில் பூஜ்ஜியத்திற்கு சமமாக இருக்கும். இந்தக் கருதுகோளைச் சோதிப்பது, மதிப்பிடப்பட்ட

## குறிப்பு

பின்னடைவுக் கோட்டின் ஒட்டுமொத்த முக்கியத்துவத்தின் சோதனை என்று அழைக்கப்படுகிறது, இது விவாதத்திற்கு வழிவகுக்கும்,  $\gamma$  இரண்டுக்கும் நேர்கோட்டில் தொடர்புடையது  $X_2$  மற்றும்  $X_3$ . சமன்பாட்டில் கூட்டு கருதுகோள்  $\beta_2$  இன் முக்கியத்துவத்தை சோதிப்பதன் மூலம் 10.1 ஐ சோதிக்க முடியாது மற்றும்  $\beta_3$  தனித்தனியாக. காரணம், மதிப்பிடப்பட்ட பகுதி பின்னடைவு குணகத்தின் தனிப்பட்ட முக்கியத்துவத்தைச் சோதிப்பதில் ஒரு மறைமுகமான அனுமானம் முக்கியத்துவம் வாய்ந்த ஒவ்வொரு சோதனையும் ஒரு சுயாதீன மாதிரியை அடிப்படையாகக் கொண்டது என்பதைக் குறிக்கிறது. எனவே,  $\beta_2$  இன் முக்கியத்துவத்தை சோதிக்கும் போது கருதுகோளைப் பயன்படுத்தி  $\beta_2 = 0$ , சோதனையானது  $\beta_3$  இன் முக்கியத்துவத்தைச் சோதிப்பதில் பயன்படுத்தப்பட்ட மாதிரியிலிருந்து வேறுபட்ட மாதிரியை அடிப்படையாகக் கொண்டது என்று அனுமானம் செய்யப்பட்டது. பூஜ்ஜ கருதுகோளுடன்  $\beta_3 = 0$ .

சமன்பாடு 10.1 இன் கூட்டுக் கருதுகோளைச் சோதிக்கும் போது, அதே மாதிரித் தரவைக் கருத்தில் கொண்டால், கொடுக்கப்பட்ட மாதிரியில் உள்ள சோதனை நடைமுறையின் அடிப்படையிலான அனுமானம்  $Cov(\beta_2$  மற்றும்  $\beta_3)$  பூஜ்ஜியம் மீறப்படாமல் இருக்கலாம்.

$\beta_2$  க்கான நம்பிக்கை இடைவெளியை உருவாக்க, அதே மாதிரித் தரவைப் பயன்படுத்தினால் மற்றும்  $\beta_3$  95% நம்பிக்கைக் குணகத்தை எடுத்துக் கொண்டால்,  $\beta_2$  இரண்டையும் எங்களால் அறிவிக்க முடியாது மற்றும்  $\beta_3$  நேரியல் கட்டுப்பாட்டின் நிகழ்தகவுடன் அவர்களின் தனிப்பட்ட நம்பிக்கை இடைவெளிகளில் பொய்

$$(1 - \alpha)(1 - \alpha) = (0.95)(0.95)$$

Differently, although the statements

$$\Pr[\beta_2 - t_{\alpha/2} \text{ se}(\hat{\beta}_2) \leq \beta_2 \leq \hat{\beta}_2 + t_{\alpha/2} \text{ se}(\hat{\beta}_2)] = 1 - \alpha$$

$$\Pr[\beta_3 - t_{\alpha/2} \text{ se}(\hat{\beta}_3) \leq \beta_3 \leq \hat{\beta}_3 + t_{\alpha/2} \text{ se}(\hat{\beta}_3)] = 1 - \alpha$$

Are individually true, it is wrong to state that the probability that the intervals

$$[\hat{\beta}_2 \pm t_{\alpha/2} \text{ se}(\hat{\beta}_2), \hat{\beta}_3 \pm t_{\alpha/2} \text{ se}(\hat{\beta}_3)]$$

ஒரே நேரத்தில்  $\beta_2$  மற்றும்  $\beta_3$  என்பது  $(1 - \alpha)^2$  ஐச் சேர்க்கவும், ஏனெனில் அதே தரவுத் தொகுப்பிலிருந்து மதிப்பீட்டாளர்களைப் பெறும்போது இடைவெளிகள் சுயாதீனமாக இருக்காது.

எனவே, கூட்டு கருதுகோள் சோதனை தனிப்பட்ட கருதுகோளிலிருந்து வேறுபட்டது. பல கருதுகோள்களை கூட்டாகச் சோதிக்கும் போது, ஒரு கருதுகோளின் தகவல் மற்றொன்றைப் பாதிக்கும்.

### 10.2.2 மாறுபாட்டின் பகுப்பாய்வுக்கான கூட்டு சோதனை (ANOVA): தி F- & மீட்டமை

மாறுபாட்டின் பகுப்பாய்வு (ANOVA) மதிப்பிடப்பட்ட பல பின்னடைவுக்கான முறை F- சோதனை. வழக்கமான t- கூட்டு கருதுகோளை சோதிக்க சோதனை பயனுள்ளதாக இல்லை உண்மையான பகுதி என்று  $\beta$ -குணகங்கள் ஒரே நேரத்தில் பூஜ்ஜியமாகும். எவ்வாறாயினும், இந்த கூட்டு கருதுகோளை அனாலிசிஸ் ஆஃப் வேரியன்ஸ் (ANOVA) முறையைப் பயன்படுத்தி சோதிக்க முடியும்.

The identity

$$\sum y_i^2 = \beta_2 \sum y_i x_{2i} + \beta_3 \sum y_i x_{3i} + \sum \hat{u}_{2i}$$

$$TSS = ESS + RSS$$

## குறிப்பு

சதுரத்தின் மொத்தத் தொகை,  $n - 1$  டிகிரி சுதந்திரம், சதுரங்களின் எஞ்சிய தொகை உள்ளது  $n$ - இரண்டு சாய்வு குணகங்கள்  $\beta_2$  இருப்பதால் 3 டிகிரி சுதந்திரம் மற்றும் விளக்கப்பட்ட சதுரங்களின் 2 டிகிரி சுதந்திரம் உள்ளது மற்றும்  $\beta_3$ . எனவே, ANOVA நடைமுறையைப் பின்பற்றி அட்டவணை 10.1 தயாரிக்கப்படுகிறது.

அட்டவணை 10.1 மூன்று-மாறி பின்னடைவுக்கான ANOVA அட்டவணை

Source of variation	SS	df	MSS
Due to regression (ESS)	$\hat{\beta}_2 \sum y_i x_{2i} + \hat{\beta}_3 \sum y_i x_{3i}$	2	$\frac{\hat{\beta}_2 \sum y_i x_{2i} + \hat{\beta}_3 \sum y_i x_{3i}}{2}$
Due to residual (RSS)	$\sum u_i^2$	$n - 3$	$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum u_i^2}{n - 3}$
Total	$\sum y_i^2$	$n - 1$	

சாதாரண விநியோகத்தின் அனுமானத்துடன்  $u$  நான் மற்றும் பூஜ்ய கருதுகோள்  $\beta_2 = \beta_3 = 0$ , மாறியைக் குறிப்பிடலாம்  $F - 2$  உடன் விநியோகம் மற்றும்  $n - 3$  டிகிரி சுதந்திரம்.

$$F = \frac{(\hat{\beta}_2 \sum y_i x_{2i} + \hat{\beta}_3 \sum y_i x_{3i}) / 2}{\sum u_i^2 / (n - 3)}$$

= ESS/Degree of Freedom

### RSS / சுதந்திர பட்டம்

பூஜ்ய கருதுகோள் நிராகரிக்கப்பட்டால், அதாவது  $x_2$  மற்றும்  $x_3$  நிச்சயமாக விளைவு  $y$  மற்றும் விளக்கப்பட்ட சதுரங்களின் தொகையானது, கொடுக்கப்பட்ட சுதந்திரத்தின் அளவுகளில் எஞ்சியிருக்கும் சதுரங்களின் தொகையை விட ஒப்பீட்டளவில் பெரியதாக இருக்கும். எனவே,  $F$ - சமன்பாடு 10.3 இல் உள்ள மதிப்பு, உண்மையான சாய்வு, அதாவது  $\beta$ - குணகங்கள் ஒரே நேரத்தில் பூஜ்ஜியமாகும் என்ற பூஜ்ய கருதுகோளின் சோதனையை விளக்குகிறது. என்றால்  $F$ - மேலே குறிப்பிடப்பட்ட சமன்பாடு 10.3 இலிருந்து கணக்கிடப்பட்ட மதிப்பு முக்கியமானதை விட அதிகமாக உள்ளது  $F$ - இருந்து மதிப்பு  $F$ - முக்கியத்துவத்தின் மட்டத்தில் அட்டவணை, பூஜ்ய கருதுகோள் நிராகரிக்கப்பட்டது; இல்லையெனில் இல்லை. மாறாக, என்றால்  $p$ - கவனிக்கப்பட்ட மதிப்பு  $F$  போதுமான அளவு சிறியது, பூஜ்ய கருதுகோள் நிராகரிக்கப்படலாம். மேற்கூறியவை  $F$ -சோதனை நுட்பத்தை பின்வருமாறு பொதுமைப்படுத்தலாம்.

பல பின்னடைவின் ஒட்டுமொத்த முக்கியத்துவத்தை சோதிப்பதற்கான முடிவு விதி:  $F$ - சோதனை

அதற்காக  $k$  -மாறி பின்னடைவு மாதிரி:

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \dots + \beta_k X_{ki} + u_i$$

### 10.2.3 கருதுகோளைச் சோதித்தல்

'புள்ளியியல் கருதுகோள்' ரேண்டம் மாறிகளின் தொகுப்பால் எடுக்கப்பட்ட உணரப்பட்ட மதிப்புகள் மாதிரியான கவனிக்கப்பட்ட தரவுகளின் அடிப்படையில் சோதிக்கக்கூடிய ஒரு கருதுகோள் ஆகும். சாத்தியமான கூட்டு விநியோகங்களின் சில தொகுப்பில் கூட்டு நிகழ்தகவு விநியோகம் கொண்ட

## குறிப்பு

சீரற்ற மாறிகளின் தொகுப்பின் உணரப்பட்ட மதிப்புகளாக தரவுகளின் தொகுப்பு வடிவமைக்கப்பட்டுள்ளது. சோதிக்கப்படும் கருதுகோள் சாத்தியமான நிகழ்தகவு விநியோகங்களின் தொகுப்பாகும். புள்ளியியல் கருதுகோள் சோதனை என்பது புள்ளிவிவர அனுமானத்தின் ஒரு முறையாகும். ஒரு மாற்று கருதுகோள் தரவுகளின் நிகழ்தகவு பரவலுக்கு, வெளிப்படையாக அல்லது முறைசாரா முறையில் மட்டுமே முன்மொழியப்படுகிறது. இரண்டு மாடல்களின் ஒப்பீடு புள்ளியியல் ரீதியாக முக்கியத்துவம் வாய்ந்ததாகக் கருதப்படுகிறது, ஒரு வரம்பு நிகழ்தகவு-முக்கியத்துவ நிலை-பூஜ்ய கருதுகோள் உண்மையாக இருந்தால் தரவு ஏற்பட வாய்ப்பில்லை. முன்-குறிப்பிடப்பட்ட முக்கியத்துவ மட்டத்தில் பூஜ்ய கருதுகோள், அந்த கருதுகோளில் இருந்து விலகலின் முன்-தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட அளவைப் பயன்படுத்தும் போது (சோதனை புள்ளிவிவரம் அல்லது பொருத்தத்தின் நன்மை). முன்தேர்வு செய்யப்பட்ட முக்கியத்துவத்தின் அளவு அதிகபட்சமாக அனுமதிக்கப்பட்ட 'தவறான நேர்மறை விகிதம்' ஆகும். ஒரு உண்மையான பூஜ்ய கருதுகோளை தவறாக நிராகரிக்கும் அபாயத்தை ஒருவர் கட்டுப்படுத்த விரும்புகிறார். பூஜ்ய கருதுகோள் மற்றும் மாற்று கருதுகோள் ஆகியவற்றை வேறுபடுத்தும் செயல்முறை இரண்டு வகையான பிழைகளைக் கருத்தில் கொண்டு உதவுகிறது. உண்மையான பூஜ்ய கருதுகோள் நிராகரிக்கப்படும்போது வகை I பிழை ஏற்படுகிறது. தவறான பூஜ்ய கருதுகோள் நிராகரிக்கப்படாதபோது வகை II பிழை ஏற்படுகிறது. (அதாவது, அனைத்து சாய்வு குணகங்களும் ஒரே நேரத்தில் பூஜ்ஜியமாகும்)  $H_0$ : அனைத்து சாய்வு குணகங்களும் ஒரே நேரத்தில் பூஜ்ஜியமாக இருக்காது கணக்கிட

$$F = \text{ESS/Degree of Freedom} / \text{RSS/Degree of Freedom}$$

$$= \text{ESS}/(k-1) / \text{RSS}/(n-k) \quad (10.4)$$

எங்கே  $F_{\alpha}(k-1, n-k)$  என்பது முக்கியமான F- முக்கியத்துவத்தின்  $\alpha$  மட்டத்தில் மதிப்பு மற்றும்  $(k-1)$  மற்றும்  $(n-k)$  எண் மற்றும் வகுப்பிற்கான சுதந்திரத்தின் அளவுகள். இல்லையெனில், என்றால் p- மதிப்பு F சமன்பாடு 10.4 இலிருந்து கணக்கிடப்பட்டது போதுமான அளவு குறைவாக உள்ளது, நிராகரிக்கவும்  $H_0$ . சுதந்திரத்தின் அளவு  $\beta$ - குணகங்களின் எண்ணிக்கையைப் பொறுத்தது என்பதை நினைவில் கொள்ள வேண்டும். STATA போன்ற பெரும்பாலான பின்னடைவு தொகுப்புகள் வழக்கமாக கணக்கிடுவது குறிப்பிடத்தக்கது F- வழக்கமான பின்னடைவு வெளியீடு, நிலையான பிழைகள் மற்றும் மதிப்பு p- மதிப்புகள்.

### 10.2.4 இரண்டு பின்னடைவு குணகங்களின் சமத்துவத்தை சோதித்தல்

பின்வரும் பல பின்னடைவைக் கவனியுங்கள்

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \beta_4 X_{4i} + u_i$$

Testing the hypotheses

$$H_0: \beta_3 = \beta_4 \text{ or } (\beta_3 - \beta_4) = 0$$

$$H_1: \beta_3 \neq \beta_4 \text{ or } (\beta_3 - \beta_4) \neq 0$$

அதாவது, இரண்டு சாய்வு குணகங்கள்  $\beta_3$  மற்றும்  $\beta_4$  சமமாக உள்ளன. இந்த வகையான பூஜ்ய கருதுகோள் பயன்பாட்டு முக்கியத்துவம் வாய்ந்தது. எடுத்துக்காட்டாக, சமன்பாடு 10.5 ஒரு நல்ல இடத்திற்கான தேவை செயல்பாடு என்று வைத்துக் கொள்வோம்  $Y$  = ஒரு நல்ல அளவு



## குறிப்பு

கோரினார்,  $X_2$  = பொருளின் விலை,  $X_3$  = நுகர்வோரின் வருமானம், மற்றும்  $X_4$  = நுகர்வோரின் செல்வம்.

பூஜ்ய கருதுகோள் இந்த விஷயத்தில் வருமானம் மற்றும் செல்வக் குணகங்கள் அலட்சியமாக இருக்க வேண்டும். அல்லது ஒருவேளை  $Y_i$  மற்றும் இந்த  $X_s$  என்பது மடக்கைச் செயல்பாடு ஆகும், சமன்பாடு 10.6 இல் உள்ள பூஜ்ய கருதுகோள், நுகர்வின் வருமானம் மற்றும் செல்வத்தின் நெகிழ்ச்சித்தன்மைகள் ஒரே மாதிரியானவை என்று ஊகிக்கிறது.

பாரம்பரிய அனுமானங்களின் கீழ், அத்தகைய பூஜ்ய கருதுகோள் பின்வருமாறு சோதிக்கப்படலாம்:

$$t = \frac{(\hat{\beta}_3 - \hat{\beta}_4) - (\beta_3 - \beta_4)}{se(\hat{\beta}_3 - \hat{\beta}_4)}$$

பின்தொடர்கிறது  $t$ -விநியோகம் ( $n - 4$ ) சுதந்திரப் பட்டம் (DF) ஏனெனில் சமன்பாடு 10.5 நான்கு மாறி மாதிரி அல்லது பொதுவாக, ( $n - k$ ) சுதந்திரப் பட்டம் எங்கே  $k$  நிலையான காலத்தை உள்ளடக்கிய மதிப்பீட்டாளர்களின் மொத்த எண்ணிக்கை.  $se(\hat{\beta}_3 - \hat{\beta}_4)$  கீழே குறிப்பிடப்பட்டுள்ள சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி கணக்கிடப்படுகிறது,

$$se(\hat{\beta}_3 - \hat{\beta}_4) = \sqrt{\text{var}(\hat{\beta}_3) + \text{var}(\hat{\beta}_4) - 2 \text{cov}(\hat{\beta}_3, \hat{\beta}_4)}$$

( $\hat{\beta}_3 - \hat{\beta}_4$ ) க்கான வெளிப்பாட்டை மாற்றுகிறது சமன்பாடு 10.7 இல், சோதனை புள்ளிவிவரம் இருக்கும்,

$$t = \frac{\hat{\beta}_3 - \hat{\beta}_4}{\sqrt{\text{var}(\hat{\beta}_3) + \text{var}(\hat{\beta}_4) - 2 \text{cov}(\hat{\beta}_3, \hat{\beta}_4)}}$$

### சோதனை செயல்முறை

1. மதிப்பிடு  $\hat{\beta}_3$  மற்றும்  $\hat{\beta}_4$  STATA உதவியுடன்
2. மென்பொருளைப் பயன்படுத்தி மதிப்பிடப்பட்ட அளவுருக்களின் மாறுபாடுகள் மற்றும் இணைத்தன்மையைக் கணக்கிடுங்கள். சமன்பாடு 10.9 இன் வகுப்பில் நிலையான பிழையை மதிப்பிடுவதற்கு மாறுபாடு உதவும்.
3. கண்டுபிடிக்க  $t$ -சமன்பாடு 10.9 இலிருந்து விகிதம்.
4. பூஜ்ய கருதுகோளைக் கருத்தில் கொண்டு ( $\beta_3 - \beta_4$ ) = 0 என்றால்  $t$  மாறி கணக்கிடப்பட்டது முக்கியமானதை விட அதிகமாக உள்ளது  $t$ -தேவையான அளவு முக்கியத்துவம் மற்றும் கிடைக்கக்கூடிய அளவு சுதந்திரத்தில் மதிப்பு, பூஜ்ய கருதுகோளை நிராகரிக்கவும்; மற்றபடி நிராகரிக்க வேண்டாம். அல்லது என்றால்  $p$ -மதிப்பு  $t$ -புள்ளிவிவரம் கணிசமாக குறைவாக உள்ளது, ஒருவர் பூஜ்ய கருதுகோளை நிராகரிக்கலாம்.
5. 1, 5, 10 சதவிகிதம் மற்றும் முடிவுகளின் விளக்கத்திற்கான முக்கியத்துவத்திற்கு தனிப்பட்ட தீர்ப்பைப் பயன்படுத்தவும்.

**எடுத்துக்காட்டு 10.1:** கீழே மதிப்பிடப்பட்டுள்ளபடி கனசதுரச் செலவுச் செயல்பாட்டைக் கருதுங்கள்



$$\hat{Y}_i = 141.7667 + 63.4777X_i - 12.9615X_{2i} + 0.9396X_{3i}$$

$$se = (6.3753) (4.7786) (0.9857) (0.0591)$$

$$cov(\hat{\beta}_3, \hat{\beta}_4) = -0.0576; R^2 = 0.9983$$

Where  $Y$  is total cost and  $X$  is output,

எங்கே  $Y$  மொத்த செலவு மற்றும்  $X$  வெளியீடு ஆகும்,  
சோதனை கருதுகோள் குணகங்கள் என்று வைத்துக்கொள்வோம்  $X_2$   
மற்றும்  $X_3$  விதிமுறைகள்  
கனசதுர செலவு செயல்பாடு ஒரே மாதிரியாக இருக்கும், அதாவது  $\beta_3 = \beta_4$   
அல்லது  $(\beta_3 - \beta_4) = 0$ .

$$\begin{aligned} t &= \hat{\beta}_3 - \hat{\beta}_4 / (\text{var}(\hat{\beta}_3) + \text{var}(\hat{\beta}_4) - 2\text{cov}(\hat{\beta}_3, \hat{\beta}_4))^{1/2} \\ &= -12.9615 - 0.9396 / ((0.9867)^2 + (0.0591)^2 - 2(-0.0576))^{1/2} \\ &= -13.9011/1.0442 \\ &= -13.3130 \end{aligned}$$

6 டிகிரி சுதந்திரத்துடன் அனுசரிக்கப்பட்டது  $t$ - மதிப்பு முக்கிய அளவை மீறுகிறது  $t$ - மதிப்பு 0.2 சதவிகித முக்கியத்துவம் (இரண்டு-வால் சோதனை);  $p$ - மதிப்பு மிகவும் சிறியது, 0.000006. எனவே குணகங்களின் பூஜ்ய கருதுகோளை நிராகரிக்கவும்  $X_2$  மற்றும்  $X_3$  கன செலவில் செயல்பாடு சமமாக இருக்கும்.

#### 10.2.5 லீனியர் சமத்துவ கட்டுப்பாடுகளை சோதனை செய்தல்: கட்டுப்படுத்தப்பட்ட குறைந்த சதுரங்கள்

பொருளாதாரக் கோட்பாட்டைப் பொறுத்து, ஒரு பின்னடைவு மாதிரி மதிப்பிடப்பட்ட அளவுரு சில நேரியல் சமத்துவக் கட்டுப்பாடுகளை பூர்த்தி செய்கிறது. கோப்-டக்ளஸ் உற்பத்தி செயல்பாட்டின் உதாரணத்தைக் கருத்தில் கொள்ளுங்கள்:

$$Y_i = \beta_1 X_i^{\beta_2} X_{2i}^{\beta_3} e^{u_i}$$

எங்கே  $Y$  = வெளியீடு,  $X_2$  = தொழிலாளர் உள்ளீடு, மற்றும்  $X_3$  = மூலதன உள்ளீடு. பதிவு சமன்பாட்டில் மீண்டும் எழுதுதல் (10.10(a))

$$\ln Y_i = \beta_0 + \beta_2 \ln X_{2i} + \beta_3 \ln X_{3i} + u_i$$

$$\text{Where } \beta_0 = \ln \beta_1.$$

Now if there are constant returns to scale as per economic theory,

$$\beta_2 + \beta_3 = 1$$

இப்போது பொருளாதாரக் கோட்பாட்டின் படி நிலையான வருமானங்கள்

$$\beta_2 + \beta_3 = 1$$

இது நேரியல் சமத்துவக் கட்டுப்பாட்டின் ஒரு எடுத்துக்காட்டு.

கட்டுப்பாடுகளை சரிபார்க்க இரண்டு அணுகுமுறைகளை எடுக்கலாம்  $t$ - சோதனை மற்றும்  $F$ -சோதனை.

#### டி - சோதனை அணுகுமுறை

சமன்பாடு 10.10ஐ மதிப்பிடுவதே சிறந்த மற்றும் எளிதான துட்பமாகும். இது என குறிப்பிடப்படுகிறது தடையற்ற அல்லது கட்டுப்பாடற்ற பின்னடைவு.

#### குறிப்பு

## குறிப்பு

மதிப்பிடுகிறது  $\beta_2$  மற்றும்  $\beta_3$  (சாதாரண குறைந்தபட்ச சதுர நுட்பத்தைப் பயன்படுத்தி), கருதுகோள் அல்லது கட்டுப்பாட்டின் சோதனை)  $t$ -கீழே குறிப்பிட்டுள்ளபடி சோதனை

$$t = \frac{(\hat{\beta}_2 + \hat{\beta}_3) - (\beta_2 + \beta_3)}{se(\hat{\beta}_2 + \hat{\beta}_3)} = \frac{(\hat{\beta}_2 + \hat{\beta}_3) - 1}{\sqrt{\text{var}(\hat{\beta}_2) + \text{var}(\hat{\beta}_3) + 2 \text{cov}(\hat{\beta}_2 \hat{\beta}_3)}}$$

எங்கே  $(\beta_2 + \beta_3) = 1$  பூஜ்ய கருதுகோளின் கீழ்

என்றால்  $t$ - சமன்பாடு 10.11 இலிருந்து கணக்கிடப்பட்ட மதிப்பு முக்கியமானதை விட அதிகமாக உள்ளது  $t$ - கொடுக்கப்பட்ட முக்கியத்துவ மட்டத்தில் மதிப்பு, அளவுகோலுக்கு நிலையான வருமானத்தின் பூஜ்ய கருதுகோளை நிராகரிக்கவும், இல்லையெனில் இல்லை.

### F- சோதனை முறை

$t$ - முந்தைய பிரிவில் சோதனை என்பது ஒரு வகையான பிந்தைய பகுப்பாய்வு ஆகும், ஏனெனில் அதன் முயற்சியானது 'கட்டுப்படுத்தப்படாத பின்னடைவை' மதிப்பிட்ட பிறகு நேரியல் கட்டுப்பாடு திருப்திகரமாக உள்ளதா என்பதை ஆராய்வதாகும்.

ஆரம்பத்திலிருந்தே மதிப்பீட்டு நடைமுறையில் கட்டுப்பாடுகளை உள்ளடக்குவது மிகவும் நேரடியான அணுகுமுறையாகும். உதாரணமாக, கோப்-டக்ளஸில்

$$\beta_2 + \beta_3 = 1 \quad \beta_2 = 1 - \beta_3 \quad \text{or} \quad \beta_3 = 1 - \beta_2$$

இந்த சமன்பாடுகளில் ஒன்றைப் பயன்படுத்தி, சமன்பாடு 10.10(b) இல் உள்ள  $\beta$ - குணகங்களில் ஒன்றை நீக்கி, சமன்பாட்டை மதிப்பிடவும். எனவே,  $\beta_2 = 1 - \beta_3$  ஐப் பயன்படுத்துகிறது எழுத கோப்-டக்ளஸ் உற்பத்தி செயல்பாடு

$$t = \frac{(\hat{\beta}_2 + \hat{\beta}_3) - (\beta_2 + \beta_3)}{se(\hat{\beta}_2 + \hat{\beta}_3)} = \frac{(\hat{\beta}_2 + \hat{\beta}_3) - 1}{\sqrt{\text{var}(\hat{\beta}_2) + \text{var}(\hat{\beta}_3) + 2 \text{cov}(\hat{\beta}_2 \hat{\beta}_3)}}$$

10.10(b) சமன்பாடு எவ்வாறு மாற்றப்படுகிறது என்பதைக் கவனியுங்கள். மதிப்பிடுகிறது  $\beta_2$  சமன்பாடுகளிலிருந்து  $\ln Y_i = \beta_0 + (1 - \beta_3) \ln X_{2i} + \beta_3 \ln X_{3i} + u_i = \beta_0 + \ln X_{2i} + \beta_3 (\ln X_{3i} - \ln X_{2i}) + u_i$  Or  $(\ln Y_i - \ln X_{2i}) = \beta_0 + \beta_3 (\ln X_{3i} - \ln X_{2i}) + u_i$  (10.12) Or  $\ln (Y_i / X_{2i}) = \beta_0 + \beta_3 \ln (X_{3i} / X_{2i}) + u_i$  (10.13) Where  $(Y_i / X_{2i}) = \text{output/labor ratio}$  and  $(X_{3i} / X_{2i}) =$

10.12 அல்லது 10.13  $\beta_3$  உறவில் இருந்து எளிதாக கணிக்க முடியும்  $\beta_3 = 1 - \beta_2$

இந்த நுட்பம் இரண்டு உள்ளீடுகளின் மதிப்பிடப்பட்ட குணகங்களின் கூட்டுத்தொகை 1 க்கு சமமாக இருப்பதை உறுதி செய்யும். சமன்பாடுகள் 10.12 மற்றும் 10.13 மூலம் மதிப்பீடு என அழைக்கப்படுகிறது **கட்டுப்படுத்தப்பட்ட குறைந்த சதுரங்கள் (RLS)**. இந்த செயல்முறையானது, பல விளக்க மாறிகள் மற்றும் ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட நேரியல் சமத்துவக் கட்டுப்பாடுகளைக் கொண்ட மாதிரிகளுக்குப் பொதுமைப்படுத்தப்படலாம்.

## கட்டுப்பாடற்ற மற்றும் கட்டுப்படுத்தப்பட்ட குறைந்தபட்ச சதுரங்களின் ஒப்பீடு

தடையற்ற மற்றும் கட்டுப்படுத்தப்பட்ட குறைந்தபட்ச சதுர பின்னடைவை ஒப்பிடுவதற்கான சிறந்த வழி விண்ணப்பிப்பதாகும் F- சோதனை

$$F = \frac{(RSS_R - RSS_{UR})/m}{RSS_{UR}/(n-k)}$$

$$= \frac{(\sum \hat{u}_R^2 - \sum \hat{u}_{UR}^2)/m}{\sum \hat{u}_{UR}^2/(n-k)}$$

பின்தொடர்கிறது F- உடன் விநியோகம் m, (n - k) சுதந்திரத்தின் அளவு.

(குறிப்பு: UR மற்றும் R ஆகியவை முறையே கட்டுப்பாடற்ற மற்றும் கட்டுப்படுத்தப்பட்டவை.)

F- மேலே உள்ள சோதனையின் அடிப்படையில் கூட வெளிப்படுத்தலாம் R<sup>2</sup> பின்வருமாறு:

$$F = \frac{(R_{UR}^2 - R_R^2)/m}{(1 - R_{UR}^2)/(n-k)}$$

இங்கே R<sup>2</sup> மற்றும் R<sup>2</sup> முறையே, R<sup>2</sup> பெறப்பட்ட மதிப்புகள்

## குறிப்பு

### 10.3 STATA

STATA என்பது தரவு கையாளுதல், காட்சிப்படுத்தல், புள்ளிவிவரங்கள் மற்றும் தானியங்கு அறிக்கையிடலுக்காக STATACorp ஆல் உருவாக்கப்பட்ட ஒரு பொது நோக்கத்திற்கான புள்ளிவிவர மென்பொருள் தொகுப்பாகும். இது பொருளாதாரம், சமூகவியல், அரசியல் அறிவியல், உயிரியல் மருத்துவம் மற்றும் தொற்றுநோயியல் உள்ளிட்ட பல துறைகளில் ஆராய்ச்சியாளர்களால் பயன்படுத்தப்படுகிறது.

ஸ்டேட்டா ஆரம்பத்தில் கலிபோர்னியாவில் உள்ள கம்ப்யூட்டிங் ரிசோர்ஸ் சென்டரால் உருவாக்கப்பட்டது மற்றும் முதல் பதிப்பு 1985 இல் வெளியிடப்பட்டது. 1993 இல், நிறுவனம் கல்லூரி நிலையம், TX க்கு மாற்றப்பட்டது மற்றும் ஸ்டேட்டா கார்ப்பரேஷன் என மறுபெயரிடப்பட்டது, இப்போது ஸ்டேட்டாகார்ப் என்று அழைக்கப்படுகிறது. 2003 இல் ஒரு பெரிய வெளியீடு புதிய கிராபிக்ஸ் அமைப்பு மற்றும் அனைத்து கட்டளைகளுக்கான உரையாடல் பெட்டிகளையும் உள்ளடக்கியது. அதன் பிறகு, இரண்டு ஆண்டுகளுக்கு ஒருமுறை புதிய பதிப்பு வெளியிடப்படுகிறது. தற்போதைய பதிப்பு ஸ்டேட்டா 17, ஏப்ரல் 2021 இல் வெளியிடப்பட்டது.

#### 10.3.1 STATA உடன் கட்டுப்படுத்தப்பட்ட மற்றும் கட்டுப்பாடற்ற பின்னடைவுக்கான எடுத்துக்காட்டு

ஒரு மாதிரிக்கான கூட்டு முக்கியத்துவத்தை நிறுவுவதற்கான கையேடு வழி, ஒரு 'கட்டுப்படுத்தப்படாத பின்னடைவை' இயக்குவதாகும் - இது அடையாளம் காணப்பட்ட அனைத்து மாறிகளையும் உள்ளடக்கியது மற்றும் மேலும் ஒரு 'கட்டுப்படுத்தப்பட்ட பின்னடைவை' இயக்குகிறது - ஒன்று சிறியதாக மாறிகள் இருக்கும். t- மதிப்பெண்கள் நீக்கப்படும். மாறிகள் கூட்டாக முக்கியத்துவம் வாய்ந்ததா என்பதைத் தீர்மானிக்க நாம் பயன்படுத்தும் தரநிலை என்னவென்றால், எஞ்சியிருக்கும் சதுரங்களின்

## குறிப்பு

அளவு காரணமாக மாதிரியில் ஏற்படும் மாறுபாடு STATA மென்பொருளால் சித்தரிக்கப்படுகிறது என்பதுதான். F-விநியோகம்.

அனுபவம், பாலினம், கல்வியின் ஆண்டுகள் மற்றும் மணிநேர ஊதியத்தில் இருவரின் தொடர்பு ஆகியவற்றின் தாக்கத்தை ஒருவர் புரிந்து கொள்ள விரும்பும் ஒரு உதாரணத்தைக் கவனியுங்கள். தரவை இயல்பாக்க, மணிநேர ஊதியங்களின் பதிவை நாங்கள் உருவாக்குகிறோம். எக்செல் இல் கிடைக்கும் தரவு STATA க்கு கொண்டு செல்லப்படுகிறது. STATA இல் தரவை இயக்க கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள படிகளைப் பின்பற்றவும்

```
. gen exper2=exper^2
. gen hwage= wklywage/ wklyhrs
. gen lhwage=log( hwage)
. gen fem=(sex==2)
. gen fexper=fem*exper2
. gen fexper2=fem*exper2
```

## அமைவு

### 'கட்டுப்பாடற்ற பின்னடைவு

Command = reg lhwage exper exper2 yrseduc fem fexper fexper2

## Results

reg lhwage exper exper2 yrseduc fem fexper fexper2						
Source	SS	df	MS		Number of obs = 1000	
Model	115.86953	6	19.3115884		F( 6, 993) =	98.74
Residual	194.215486	993	.195584578		Prob > F =	0.0000
					R-squared =	0.3737
					Adj R-squared =	0.3699
					Root MSE =	.44225
Total	310.085016	999	.310395411			

lhwage	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
exper	.0555183	.0042959	12.92	0.000	.0470882	.0639483
exper2	-.0008826	.0000882	-10.01	0.000	-.0010557	-.0007095
yrseduc	.0773751	.0053197	14.54	0.000	.0669358	.0878143
fem	-.0329736	.0617353	-0.53	0.593	-.1541203	.0881731
fexper	-.0263973	.0065542	-4.03	0.000	-.0392589	-.0135357
fexper2	.0003684	.0001361	2.71	0.007	.0001012	.0006355
_cons	.5645578	.0801279	7.05	0.000	.4073183	.7217972

'கட்டுப்படுத்தப்பட்ட பின்னடைவு' - fexper மற்றும் fexper2 கூட்டாக முக்கியத்துவம் வாய்ந்ததா என்பதைச் சோதித்தல்

Command = reg lhwage exper exper2 yrseduc fem

## Results

reg lhwage exper exper2 yrseduc fem						
Source	SS	df	MS		Number of obs = 1000	
Model	109.934536	4	27.4836341		F( 4, 995) =	136.63
Residual	200.150479	995	.201156261		Prob > F =	0.0000
					R-squared =	0.3545
					Adj R-squared =	0.3519
					Root MSE =	.4485
Total	310.085016	999	.310395411			

lhwage	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
exper	.0435066	.0032881	13.23	0.000	.0370541	.0499591
exper2	-.0007107	.0000687	-10.34	0.000	-.0008456	-.0005758
yrseduc	.0789745	.0053867	14.66	0.000	.0684038	.0895452
fem	-.3188769	.0285882	-11.15	0.000	-.3749769	-.2627768
_cons	.6709668	.0785873	8.54	0.000	.5167509	.8251828

## குறிப்பு

F-விநியோகம் ஒன்றுக்கும் மேற்பட்ட பின்னடைவு அளவுருக்கள் தொடர்பான கருதுகோள்களைச் சோதிக்க பயன்படுத்தப்படுகிறது. இந்த விநியோகம் இந்த வழக்கில் பொருத்தமானது, ஏனெனில் இரண்டு Chi-சதுர விநியோகிக்கப்பட்ட மாறிகளின் விகிதம் இவ்வாறு விநியோகிக்கப்படுகிறது F விகிதத்தின் எண் மற்றும் வகுப்பில் உள்ள சுதந்திரத்தின் அளவுகளுடன் தொடர்புடைய இரண்டு டிகிரி சுதந்திரத்துடன்.

கணக்கிடப்பட்ட சோதனை புள்ளிவிவரம் என்பது சதுரங்களின் தொகைகளின் விகிதமாகும், எனவே இது இரண்டு Che-சதுர மாறிகளின் விகிதமாகும். F விநியோகம் எப்போதும் நேர்மறை மதிப்புகளை உருவாக்குகிறது. மேலே உள்ள வழக்கில் கணக்கிடப்பட்டது F -புள்ளிவிவரம் எப்போதும் நேர்மறையாகவே இருக்கும், ஏனெனில் பின்னடைவைக் கட்டுப்படுத்துவதன் மூலம் சதுரங்களின் எஞ்சிய தொகையை சிறியதாக மாற்ற முடியாது. F -சோதனை என்பது வரம்புகளை விதிப்பதன் மூலம் சதுரங்களின் எஞ்சிய தொகை 'குறிப்பிடத்தக்க வகையில்' பெரிதாக்கப்படுகிறதா அல்லது பின்னடைவு சமன்பாடு கட்டுப்பாடுகளுடன் அல்லது இல்லாமல் ஏறக்குறைய சமமாக பொருந்துகிறதா என்று சோதிக்கிறது. எனவே பூஜ்ய கருதுகோள் நிராகரிக்கப்படவில்லை.

கருதுகோளைச் சோதிக்க, கணக்கிடப்பட்ட மதிப்பை ஒப்பிடவும் F முக்கிய மதிப்புக்கு  $F_q, N-k$  ஒரு குறிப்பிட்ட 5% முக்கியத்துவ நிலையில் 'q' என்பது பின்னடைவு சமன்பாட்டின் மீது விதிக்கப்பட்ட கட்டுப்பாடுகளின் எண்ணிக்கையாகும். கணக்கிடப்பட்ட மதிப்பு முக்கிய மதிப்பை மீறுகிறதா மற்றும் பூஜ்ய கருதுகோளை நிராகரிப்பது குறித்து முடிவெடுப்பதற்கு.

## 10.4 உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சரிபார்க்கும் கேள்விகளின் பதில்கள்

1. STATA மென்பொருள் 1985 இல் STATA Corp ஆல் உருவாக்கப்பட்டது.
2. 'புள்ளிவிவரங்கள்' மற்றும் 'தரவு' ஆகிய சொற்கள் துண்டிக்கப்பட்டு, STATA என்ற பெயரை வழங்குவதற்காக இணைக்கப்பட்டுள்ளன.
3. மேகிண்டோஷ், விண்டோஸ் மற்றும் யுனிக்ஸ் ஆகியவை STATA பிளாட்ஃபார்முக்கு எடுத்துக்காட்டுகள்.
4. STATA ஆனது பின்னடைவு, தரவு மேலாண்மை, புள்ளிவிவர பகுப்பாய்வு, கிராபிக்ஸ் மற்றும் உருவகப்படுத்துதல்களை உருவாக்குதல், தனிப்பயன் நிரலாக்கம் மற்றும் பயனர்களால் எழுதப்பட்ட நிரல்களைப் பரப்புவதற்கான ஒரு உள்ளமைக்கப்பட்ட அமைப்பு ஆகியவற்றைச் செய்யும் திறன் கொண்டது.
5. பயனர்களால் எழுதப்பட்ட நிரல்களைப் பரப்புவதற்கான STATA அமைப்பானது அதன் தொடர்ச்சியான வளர்ச்சிக்கு குறிப்பிடத்தக்க பங்களிப்பாகும்.
6. ஒரு எளிய நேரியல் பின்னடைவு மாதிரியில், கருதுகோள் சோதனையானது, பின்னடைவு மாதிரியின் மதிப்பீட்டாளர் அளவுருவின் உண்மையான மதிப்புக்கு சமம் என்ற அனுமானத்தின் அடிப்படையில் அமைந்துள்ளது.
7. பல பின்னடைவில், கருதுகோள் சோதனையானது வெவ்வேறு சாய்வு அளவுருக்கள் தனித்தனி கருதுகோள்களுடன் சோதிக்கப்பட வேண்டுமா அல்லது கொடுக்கப்பட்ட பின்னடைவு மாதிரியில் உள்ள அதே கருதுகோளை அடிப்படையாகக் கொண்டது.

## குறிப்பு

8. ஒரு பொருளாதார வல்லுநர்கள், பின்னடைவு மாதிரியை நேரியல் கட்டுப்பாடுகள் மற்றும் நேரியல் கட்டுப்பாட்டின் சோதனையுடன் மதிப்பிடுவதில் அக்கறை கொண்டுள்ளனர்.
9. பின்னடைவு மாதிரியில் எளிமையான வகையிலான நேரியல் கட்டுப்பாடு என்பது ஒன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட பின்னடைவு குணகங்கள் பூஜ்ஜியத்திற்கு சமம் அல்லது பிற குணகத்தின் கூட்டல் என்று குறிப்பிடுகிறது.
10. வழக்கமான  $t$ - உண்மையான பகுதி  $\beta$  குணகங்கள் ஒரே நேரத்தில் பூஜ்ஜியமாகும் என்ற கூட்டு கருதுகோளை சோதிக்க சோதனை பயனுள்ளதாக இல்லை.
11. இருப்பினும், இந்த கூட்டு கருதுகோளை ANOVA முறையைப் பயன்படுத்தி சோதிக்க முடியும்.
12. ANOVA இன் முழு வடிவம் மாறுபாட்டின் பகுப்பாய்வு ஆகும்.
13. ஒரு 'கட்டுப்படுத்தப்படாத பின்னடைவு' என்பது அடையாளம் காணப்பட்ட அனைத்து மாறிகளையும் உள்ளடக்கியது.
14. ஒரு 'கட்டுப்படுத்தப்பட்ட பின்னடைவு' என்பது சிறிய அளவு மாறிகள் இருக்கும் இடமாகும்  $t$  மதிப்பெண்கள் நீக்கப்படும்.
15. 'கட்டுப்பாடற்ற பின்னடைவு' முதலில் வேடிக்கையாக இருக்க வேண்டும், அதைத் தொடர்ந்து 'கட்டுப்படுத்தப்பட்ட பின்னடைவு'.

## 10.5 தொகுப்பு

- ஒரு எளிய நேரியல் பின்னடைவு மாதிரியில், கருதுகோள் சோதனையானது, பின்னடைவு மாதிரியின் மதிப்பீட்டாளர் அளவுருவின் உண்மையான மதிப்புக்கு சமம் என்ற அனுமானத்தின் அடிப்படையில் அமைந்துள்ளது.
- பல பின்னடைவில், கருதுகோள் சோதனையானது வெவ்வேறு சாய்வு அளவுருக்களை தனித்தனி கருதுகோள்களுடன் சோதிப்பது நல்லதுதானா அல்லது கொடுக்கப்பட்ட பின்னடைவு மாதிரியில் உள்ள அனைத்து சாய்வு அளவுருக்களுக்கும் ஒரே கருதுகோளைச் சோதிப்பது நல்லது.
- நேரியல் கட்டுப்பாடுகளுடன் பின்னடைவு மாதிரியை மதிப்பிடுவதிலும், நேரியல் கட்டுப்பாட்டின் சோதனையிலும் பொருளாதார வல்லுநர்கள் அக்கறை கொண்டுள்ளனர்.
- கோப்-டக்ளஸ் உற்பத்தி செயல்பாட்டில், உள்ளீடுகளின் குணகத்தின் கூட்டுத்தொகை ஒருமைப்பாடு என்ற கட்டுப்பாட்டைப் போலவே, அளவிற்கான நிலையான வருமானத்தின் கருதுகோள் உள்ளது.
- பின்னடைவு மாதிரியில் உள்ள எளிமையான வகை நேரியல் கட்டுப்பாடு ஒன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட பின்னடைவு குணகங்கள் பூஜ்ஜியத்திற்கு சமம் அல்லது பிற குணகத்தின் கூட்டல் என்று குறிப்பிடுகிறது.
- போன்ற பல பின்னடைவு மாதிரிகளில்  $Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \beta_4 X_{4i} + u_i$ , மதிப்பிடப்பட்ட பகுதி பின்னடைவு குணகங்களின் முக்கியத்துவத்தை தனித்தனியாக சோதிக்கவும், கட்டுப்பாட்டை  $\beta$  என குறிப்பிடலாம்  $\beta_1 + \beta_2 = 0$ ,  $\beta_2 = \beta_3$ ,  $\beta_3 = \beta_4$
- கருதுகோளில்,  $H_0$  கருதுகோள்  $\beta_2$  என்று குறிப்பிடும் கூட்டு கருதுகோளாக கூறப்படுகிறது மற்றும்  $\beta_3$  கூட்டாக அல்லது ஒரே

## குறிப்பு

நேரத்தில் பூஜ்ஜியத்திற்கு சமமாக இருக்கும். இந்த கருதுகோள்களின் சோதனையானது, மதிப்பிடப்பட்ட பின்னடைவுக் கோட்டின் ஒட்டுமொத்த முக்கியத்துவத்தின் ஒரு சோதனையாகக் குறிப்பிடப்படுகிறது.  $H_0: \beta_2 = \beta_3 = 0$ , விவாதம், என்றால்,  $Y$  இரண்டுக்கும் நேர்கோட்டில் தொடர்புடையது  $X_2$  மற்றும்  $X_3$ , மேற்கூறிய கூட்டு கருதுகோளை  $\beta_2$  இன் முக்கியத்துவத்தை சோதிப்பதன் மூலம் சோதிக்க முடியாது மற்றும்  $\beta_3$  தனித்தனியாக.

- மதிப்பிடப்பட்ட பகுதி பின்னடைவு குணகத்தின் தனிப்பட்ட முக்கியத்துவத்தை சோதிக்கும் போது, ஒவ்வொரு முக்கியத்துவ சோதனையும் ஒரு சுயாதீன மாதிரியை அடிப்படையாகக் கொண்டது என்பதை தெளிவற்ற அனுமானம் குறிக்கிறது.
- கூட்டு கருதுகோளை சோதிக்கும் போது  $H: \beta = \beta = 0$ , அதே மாதிரி தரவு இருந்தால் பரிசீலிக்கப்பட்டது, கொடுக்கப்பட்ட மாதிரி  $Cov(\beta_2, \beta_3)$  பூஜ்ஜியம் மீறப்படாமல் இருக்கலாம்.
- அதே மாதிரித் தரவு  $\beta_2$  மற்றும்  $\beta_3$ க்கான நம்பிக்கை இடைவெளியை நிறுவப் பயன்படுத்தப்பட்டால், 95% நம்பிக்கைக் குணகத்தை எடுத்துக் கொண்டால்,  $\beta_2$  மற்றும்  $\beta_3$  இரண்டும் அவற்றின் தனிப்பட்ட நம்பிக்கை இடைவெளியில்  $(1 - \text{நிகழ்தகவு})$  இருப்பதாக அறிவிக்க முடியாது.  $\alpha = (1 - \alpha) = (0.95) (0.95)$
- பல கருதுகோள்களை கூட்டாக சோதிக்கும் போது, ஒரு கருதுகோளின் தகவல் மற்றொன்றை பாதிக்கிறது.
- மதிப்பிடப்பட்ட பல பின்னடைவுக்கான கூட்டு சோதனைக்கான மாறுபாட்டின் பகுப்பாய்வு (ANOVA) முறை பயன்படுத்துகிறது  $F$ -சோதனை.
- அடையாளத்தில் சதுரத்தின் கூட்டுத்தொகை உள்ளது  $n - 1$  டிகிரி சுதந்திரம், சதுரங்களின் எஞ்சிய தொகை உள்ளது  $n$ - இரண்டு சாய்வு குணகங்கள் இருப்பதால் 3 டிகிரி சுதந்திரம் மற்றும் விளக்கப்பட்ட சதுரங்களின் 2 டிகிரி சுதந்திரம் உள்ளது:  $\beta_2$  மற்றும்  $\beta_3$ .
- $F$  பல பின்னடைவின் ஒட்டுமொத்த முக்கியத்துவத்தை சோதிப்பதற்கான முடிவு விதியாக சோதனை நுட்பத்தை பொதுமைப்படுத்தலாம்.
- அதற்காக  $k$  -மாறி பின்னடைவு மாதிரி, என்றால்  $F > F(k - 1, n - K)$ , அனைத்து சாய்வு குணகங்களும் ஒரே நேரத்தில் பூஜ்ஜியமாகும் என்ற கருதுகோளை நிராகரிக்கவும்; இல்லையெனில் நீங்கள் அதை நிராகரிக்க வேண்டாம்.
- இரண்டு பின்னடைவு குணகங்களின் சமத்துவத்தை சோதிக்கும் போது, பல பின்னடைவில், இரண்டு சாய்வு குணகங்களான  $\beta_3$  மற்றும்  $\beta_4$  ஆகியவை சமமானவை என்பதைச் சோதிப்பது ஒரு பூஜ்ய கருதுகோள் ஆகும், இது பயன்பாட்டு முக்கியத்துவம் வாய்ந்தது.
- பொருளாதாரக் கோட்பாட்டைப் பொறுத்து, சில சமயங்களில் பின்னடைவு மாதிரியில், மதிப்பிடப்பட்ட அளவுருக்கள் கோப்-டக்ளஸ் உற்பத்திச் செயல்பாடு போன்ற சில நேரியல் சமத்துவக் கட்டுப்பாடுகளைப் பூர்த்தி செய்கின்றன.
- கட்டுப்பாடுகளை சரிபார்க்க இரண்டு அணுகுமுறைகள் உள்ளன -  $t$  - சோதனை அணுகுமுறை மற்றும்  $F$  - சோதனை அணுகுமுறை.
- தடையற்ற மற்றும் கட்டுப்படுத்தப்பட்ட குறைந்தபட்ச சதுர பின்னடைவை ஒப்பிடுவதற்கான சிறந்த வழி விண்ணப்பிப்பதாகும்  $F$  - சோதனை

## குறிப்பு

- ஒரு மாதிரியின் கூட்டு முக்கியத்துவத்தை நிறுவுவதற்கான கையேடு வழி, 'கட்டுப்படுத்தப்படாத' பின்னடைவைத் தொடர்ந்து 'கட்டுப்படுத்தப்பட்ட' பின்னடைவை இயக்குவதாகும்.
- மாறிகள் கூட்டாக முக்கியத்துவம் வாய்ந்ததா என்பதை தீர்மானிப்பதற்கான தரநிலை, சதுரங்களின் எஞ்சிய தொகையால் மாதிரியில் ஏற்படும் மாறுபாடு STATA மென்பொருளால் சித்தரிக்கப்படுகிறது என்பதுதான். F - விநியோகம்.
- F- ஒன்றுக்கும் மேற்பட்ட பின்னடைவு அளவுருக்கள் தொடர்பான கருதுகோள்களை சோதிக்க விநியோகம் பயன்படுத்தப்படுகிறது.

## 10.6 முக்கிய வார்த்தைகள்

- **நேரியல் பின்னடைவு மாதிரி:** நேரியல் பின்னடைவு, கொடுக்கப்பட்ட சார்பற்ற மாறியின் மதிப்பிலிருந்து ஒரு சார்பு மாறியின் மதிப்பை நிர்ணயிக்க நேரியல் கணித மாதிரியைப் பின்பற்றுகிறது.
- **கருதுகோள்:** ஏதாவது ஒரு சாத்தியமான விளக்கமாக பரிந்துரைக்கப்பட்ட ஒரு யோசனை, ஆனால் இதுவரை உண்மையாக நிரூபிக்கப்படவில்லை.
- **F -சோதனை:** ஒரு F-டெஸ்ட் என்பது எந்தப் புள்ளியியல் சோதனையாகும், அங்கு பூஜ்ய கருதுகோளின் கீழ் சோதனை புள்ளிவிவரம் உள்ளது F - விநியோகம்.
- **t -சோதனை:** t-டெஸ்ட் என்பது ஒரு வகை அனுமான புள்ளிவிவரமாகும், இது இரண்டு குழுக்களின் வழிமுறைகளுக்கு இடையே குறிப்பிடத்தக்க வேறுபாடு உள்ளதா என்பதைக் கண்டறிய பயன்படுத்தப்படுகிறது, சில அம்சங்கள் தொடர்புடையதாக இருக்கலாம்.
- **பின்னடைவு மாதிரி:** புறக்கணிப்பு மாதிரி இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட மாறிகளுக்கு இடையிலான உறவை ஆராயவும் மற்றவற்றின் அடிப்படையில் ஒரு மாறியை மதிப்பிடவும் உதவுகிறது.
- **பல பின்னடைவு:** இல்லையெனில் மல்டிபிள் லீனியர் ரிக்ரஷன் (எம்எல்ஆர்) என குறிப்பிடப்படும், இந்த புள்ளியியல் நுட்பமானது பதில் மாறியின் விளைவைக் கணிக்க பல்வேறு விளக்க மாறிகளைப் பயன்படுத்துகிறது.
- **கோப்-டக்ளஸ் உற்பத்தி செயல்பாடு:** இது உற்பத்திச் செயல்பாட்டின் செயல்பாட்டு வடிவமாகும், இது இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட உள்ளீடுகளின் அளவு (குறிப்பாக உடல் மூலதனம் மற்றும் உழைப்பு) மற்றும் அந்த உள்ளீடுகளால் உற்பத்தி செய்யக்கூடிய வெளியீட்டின் அளவு ஆகியவற்றுக்கு இடையேயான தொழில்நுட்ப உறவைப் பிரதிநிதித்துவப்படுத்த பரவலாகப் பயன்படுத்தப்படுகிறது.
- **பின்னடைவு குணகம்:** இது அறியப்படாத மக்கள்தொகை அளவுருக்களின் மதிப்பீடாகும் மற்றும் முன்னறிவிப்பு மாறி மற்றும் பதிலுக்கு இடையிலான உறவை விவரிக்கிறது.
- **சதுரங்களின் எஞ்சிய தொகை:** இது கவனிக்கப்பட்ட தரவு மற்றும் மாதிரி மதிப்புகளுக்கு இடையே உள்ள பிழையின் மாறுபாட்டை அளவிடுகிறது.



## குறிப்பு

- விளக்கப்பட்ட சதுரங்களின் கூட்டுத்தொகை: இது மாதிரியான மதிப்புகளில் எவ்வளவு மாறுபாடு உள்ளது என்பதை அளவிடுகிறது.
- பூஜ்ய கருதுகோள்: இந்த கருதுகோள் மக்கள்தொகையின் சில குணாதிசயங்களுக்கிடையில் அல்லது தரவு உருவாக்கும் செயல்முறைக்கு இடையில் எந்த வித்தியாசமும் இல்லை என்று முன்மொழிகிறது.
- சுதந்திரத்தின் அளவுகள்: இது தரவு மாதிரியில் உள்ள தர்க்கரீதியாக சுயாதீன மதிப்புகளின் அதிகபட்ச எண்ணிக்கையைக் குறிக்கிறது.
- STATA: கூட்டு கருதுகோளைச் சோதிக்க STATA மென்பொருளைப் பயன்படுத்தலாம். STATA என்பது ஒரு பொது நோக்கத்திற்கான ஊடாகும் புள்ளியியல் மென்பொருள் தொகுப்பாகும். 'புள்ளிவிவரங்கள்' மற்றும் 'தரவு' ஆகிய சொற்கள் துண்டிக்கப்பட்டு, STATA என்ற பெயரை வழங்குவதற்காக இணைக்கப்பட்டுள்ளன.

## 10.7 சுய மதிப்பீட்டு கேள்விகள் மற்றும் பயிற்சிகள்

### குறுகிய பதில் கேள்விகள்

1. பின்வரும் கருதுகோளை விளக்குங்கள்:  $H_0 : \beta_2 = \beta_3 = 0$
2. நேரியல் பின்னடைவில், நேரியல் எதைக் குறிக்கிறது?
3. ஒரு நேரியல் மாதிரியில், அளவுரு வெக்டரின் மதிப்பீடு இவ்வாறு எழுதப்படும் போது  $\hat{\beta} = \sum w_i y_i$ , what is  $\{w_i\}$ ? என்றால் என்ன?
4. தனிப்பட்ட நடத்தும் போது  $t$ -சோதனைகள், எத்தனை குணகங்களின் மீது கட்டுப்பாடு விதிக்கப்படுகிறது?
5. கூட்டு கருதுகோளுடன் பணிபுரியும் போது, எத்தனை பின்னடைவு குணகங்கள் மீது கட்டுப்பாடுகள் விதிக்கப்படுகின்றன?

### நீண்ட பதில் கேள்விகள்

1. கருதுகோளை விளக்குங்கள்  $H_0 : \beta_2 = \beta_3 = 0$ .
2. பின்வரும் அடையாளத்தில், TSS, ESS மற்றும் RSSக்கான சுதந்திரத்தின் அளவுகளை பட்டியலிடவும்.  $H_0 : \beta_2 = \beta_3 = 0$ .
3. இரண்டு பின்னடைவு குணகங்களின் சமத்துவத்தை சோதிப்பதற்கான சோதனை செயல்முறை என்ன?
4. STATA மென்பொருள் ஒரு பொருளாதார நிபுணருக்கு எவ்வாறு பயன்படுகிறது என்பதை விளக்குக.
5. ஏன் வழக்கமானது என்பதை விவரிக்கவும்  $t$ - உண்மையான பகுதி  $\beta$  குணகங்கள் ஒரே நேரத்தில் பூஜ்ஜியமாகும் என்ற கூட்டு கருதுகோளை சோதிக்க சோதனை பயனுள்ளதாக இல்லை?
6. விரிவாக விளக்கவும்  $F$ - ஒரு உதாரணத்துடன் சோதிக்கவும்.

## 10.8 மேலும் படிக்க

Johnston, J. and John DiNARDO. 1997. *Econometric Methods*, Fourth Edition. New Delhi: Tata McGraw-Hill.

Koutsoyiannis, A. 1977. *Theory of Econometrics*, Second Edition. London: The Macmillan Press Ltd.

## குறிப்பு

Ozdemir, Durmu, 2016. *Applied Statistics for Economics and Business*, Second Edition. Izmir (Thrkey): Springer.

Maddala, G.S. 1992. *Introduction to Econometrics*, Second Edition. New York: Macmillan Publishing Company.

Pindyck, R. S and D. L. Rubinfeld. 1998. *Econometric Models and Economic Forecasts*, Fourth Edition. New York: McGraw Hill.

Goldberger, A. S. 1998. *Introductory Econometrics*. Cambridge: Harvard University Press.

Levirie, David M., Timothy C. Krehbiei, Mark L Berenson and P. K. Viswanathan. 2009. *Business Statist.*, Fifth Edition. New Delhi: Pearson Education.

Webster, Allen L. 1998. *Applied Statistics for Business and Economics*, Third Edition. New Delhi: Tata McGraw-Hill.

## அலகு 11

### அனுமானத்தின் சோதனை

கட்டமைப்பு

- 11.0 முன்னுரை
- 11.1 நோக்கங்கள்
- 11.2 கருதுகோள் சோதனையின் அனுமானங்கள் மற்றும் விவரக்குறிப்புகள்
- 11.3 கருதுகோள் மற்றும் கணிப்பு சோதனை
- 11.4 பயன்பாடுகள்
- 11.5 உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சரிபார்க்கும் கேள்விகளின் பதில்கள்
- 11.6 சுருக்கத் தொகுப்பு
- 11.7 முக்கிய வார்த்தைகள்
- 11.8 சுய மதிப்பீட்டு கேள்விகள் மற்றும் பயிற்சிகள்
- 11.9 மேலும் படிக்க

### 11.0 அறிமுகம்

ஒரு கருதுகோள் என்பது அதன் தர்க்கரீதியான அல்லது அனுபவரீதியான விளைவுகளைக் கண்டறிய சோதிக்கப்படும் ஒரு அனுமானமாகும். ஒரு கருதுகோள் தெளிவாகவும் துல்லியமாகவும் இருக்க வேண்டும். பூஜ்ய மற்றும் மாற்று கருதுகோள்கள் ஒரு அனுமானத்தின் சோதனைத் திறனைச் சரிபார்க்க பயனருக்கு உதவுகிறது. அளவுரு மற்றும் அளவுரு அல்லாத சோதனைகள் போன்ற கருதுகோள் சோதனைகளின் உதவியுடன் கருதுகோள் பொருத்தமானதா இல்லையா என்பதை தீர்மானிக்க முடியும்.

புள்ளியியல் கருதுகோள் சோதனைக்கு பல அனுமானங்கள் தேவை. இந்த அனுமானங்களில் மாறியின் அளவீட்டு நிலை, மாதிரியின் முறை,

## குறிப்பு

மக்கள்தொகை விநியோகத்தின் வடிவம் மற்றும் மாதிரி அளவு ஆகியவை அடங்கும்.

விவரக்குறிப்பு மற்றும் கருதுகோள் சோதனைகள். மாதிரியின் குணகங்களில் கருதுகோள் சோதனைகளைச் செய்ய மதிப்பிடப்பட்ட சமன்பாட்டைப் பயன்படுத்தலாம். பொருளாதார அளவீடுகளில் பல மாதிரி விவரக்குறிப்புகளுக்கு விவரக்குறிப்பு சோதனைகள் வடிவமைக்கப்பட்டுள்ளன. பூஜ்ய கருதுகோளிலிருந்து சிறிய புறப்பாடுகளுக்கு உள்ளிருக்கும் சக்தி கணக்கிடப்படுகிறது. ஒரு கருவி மாறி சோதனை அத்துடன் நேரத் தொடரின் குறுக்குவெட்டு மாதிரி மற்றும் ஒரே நேரத்தில் சமன்பாடு மாதிரிக்கான சோதனைகள் வழங்கப்படுகின்றன. ஒரு அனுபவ மாதிரியானது, கவனிக்கப்படாத தனிப்பட்ட காரணிகள் உள்ளன என்பதற்கான சான்றுகளை வழங்குகிறது, இது ஒரு தனிப்பட்ட ஊதிய சமன்பாட்டின் பொதுவான பொருளாதார விவரக்குறிப்பில் சேர்க்கப்பட்ட வலது பக்க மாறிக்கு ஆர்த்தோகனல் இல்லை.

கருதுகோள் மற்றும் கணிப்பு இரண்டும் ஒரு வகையான யூகம். அதனால்தான் பலர் இருவரும் குழப்பமடைகிறார்கள். இருப்பினும், கருதுகோள் அறிவியலில் படித்த, சோதிக்கக்கூடிய யூகம். ஒரு கணிப்பு, எதிர்காலத் திட்டத்தை உருவாக்க, கவனிக்கக்கூடிய நிகழ்வுகளைப் பயன்படுத்துகிறது.

தர நிர்வாகத்தில் கருதுகோள் சோதனையின் பயன்பாடு ஊக்குவிக்கப்பட வேண்டும். அளவுரு சோதனை (t- சோதனை மற்றும் z- சோதனை) மற்றும் அளவுரு அல்லாத சோதனை (அடையாள சோதனை மற்றும் Wilcoxon ரேங்க்-சம் சோதனை) இரண்டும் உற்பத்தி சூழலில் பயன்படுத்த பொருத்தமானவை.

இந்த பிரிவில், கருதுகோள் சோதனையின் அனுமானம் மற்றும் விவரக்குறிப்பு, கருதுகோள் முன்கணிப்பு சோதனை, கருதுகோள் சோதனையின் பயன்பாடு ஆகியவற்றைப் பற்றி நீங்கள் படிப்பீர்கள்.

### 11.1 நோக்கங்கள்

இந்த அலகுக்குச் சென்ற பிறகு, உங்களால் முடியும்:

- கருதுகோள் சோதனையின் அனுமானம் மற்றும் விவரக்குறிப்பைப் புரிந்து கொள்ளுங்கள்
- கருதுகோள் முன்கணிப்பின் சோதனையை பகுப்பாய்வு செய்யுங்கள்
- கருதுகோள் சோதனையின் பயன்பாடு பற்றி விவாதிக்கவும்

### 11.2 அனுமானங்கள் மற்றும் கருதுகோள் சோதனையின் விவரக்குறிப்பு

புள்ளியியல் கருதுகோள் என்பது ஒரு கருதுகோள் ஆகும், இது சீரற்ற மாறிகளின் தொகுப்பால் எடுக்கப்பட்ட உணரப்பட்ட மதிப்புகள் மாதிரியாகக் காணப்பட்ட தரவுகளின் அடிப்படையில் சோதிக்கப்படுகிறது. சாத்தியமான கூட்டு விநியோகங்களின் சில தொகுப்பில் கூட்டு நிகழ்தகவு விநியோகம் கொண்ட சீரற்ற மாறிகளின் தொகுப்பின் உணரப்பட்ட மதிப்புகளாக தரவுகளின் தொகுப்பு வடிவமைக்கப்பட்டுள்ளது. சோதிக்கப்படும் கருதுகோள் சாத்தியமான நிகழ்தகவு விநியோகங்களின் தொகுப்பாகும். புள்ளியியல்

## குறிப்பு

கருதுகோள் சோதனை என்பது புள்ளிவிவர அனுமானத்தின் ஒரு முறையாகும். ஒரு மாற்று கருதுகோள் தரவுகளின் நிகழ்தகவு பரவலுக்கு, வெளிப்படையாக அல்லது முறைசாரா முறையில் மட்டுமே முன்மொழியப்படுகிறது. இரண்டு மாதிரிகளின் ஒப்பீடு புள்ளியியல் ரீதியாக முக்கியத்துவம் வாய்ந்ததாகக் கருதப்படுகிறது, ஒரு வரம்பு நிகழ்தகவின் படி, முக்கியத்துவ நிலை மற்றும் பூஜ்ய கருதுகோள் உண்மையாக இருந்தால் தரவு ஏற்பட வாய்ப்பில்லை. கருதுகோள் சோதனையானது, எந்த ஆய்வின் முடிவுகளை முன்-குறிப்பிட்ட முக்கியத்துவ நிலையில் பூஜ்ய கருதுகோளை நிராகரிக்க வழிவகுக்கும் என்பதைக் குறிப்பிடுகிறது, அதே நேரத்தில் அந்தக் கருதுகோளிலிருந்து விலகுவதற்கான முன்கூட்டியே தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட அளவைப் பயன்படுத்துகிறது (சோதனை புள்ளிவிவரம், அல்லது நல்ல பொருத்தம்) முன்தேர்வு செய்யப்பட்ட முக்கியத்துவத்தின் அளவு அதிகபட்சமாக அனுமதிக்கப்பட்ட 'தவறான நேர்மறை விகிதம்' ஆகும். ஒரு உண்மையான பூஜ்ய கருதுகோளை தவறாக நிராகரிக்கும் அபாயத்தை ஒருவர் கட்டுப்படுத்த விரும்புகிறார். பூஜ்ய கருதுகோள் மற்றும் மாற்று கருதுகோள் ஆகியவற்றை வேறுபடுத்தும் செயல்முறை இரண்டு வகையான பிழைகளைக் கருத்தில் கொண்டு உதவுகிறது. உண்மையான பூஜ்ய கருதுகோள் நிராகரிக்கப்படும் போது ஒரு வகை I பிழை ஏற்படுகிறது. தவறான பூஜ்ய கருதுகோள் நிராகரிக்கப்படாதபோது வகை II பிழை ஏற்படுகிறது. புள்ளியியல் முக்கியத்துவத்தை அடிப்படையாகக் கொண்ட கருதுகோள் சோதனைகள் நம்பிக்கை இடைவெளிகளை வெளிப்படுத்தும் மற்றொரு வழியாகும் (இன்னும் துல்லியமாக, நம்பிக்கைத் தொகுப்புகள்). வேறு வார்த்தைகளில் கூறுவதானால், முக்கியத்துவத்தை அடிப்படையாகக் கொண்ட ஒவ்வொரு கருதுகோள் சோதனையும் ஒரு நம்பிக்கை இடைவெளி வழியாகப் பெறப்படலாம், மேலும் ஒவ்வொரு நம்பிக்கை இடைவெளியையும் முக்கியத்துவத்தின் அடிப்படையில் ஒரு கருதுகோள் சோதனை மூலம் பெறலாம்.

ஒரு கருதுகோள் என்பது ஒரு ஆராய்ச்சியாளர் அதன் தர்க்கரீதியான அல்லது அனுபவரீதியான விளைவுகளை சோதிக்க விரும்பும் தோராயமான அனுமானமாகும். இது ஒரு நிகழ்வுக்கான பரிந்துரைக்கப்பட்ட விளக்கத்தையோ அல்லது பல நிகழ்வுகளுக்கு இடையே சாத்தியமான தொடர்புகளை பரிந்துரைக்கும் துப்பறியும் பகுத்தறிவைக் கொண்ட ஒரு முன்மொழிவையோ கொண்டிருக்கலாம். தூண்டுதல் பகுத்தறிவு என்பது முன்னர் அறியப்பட்ட உண்மைகளிலிருந்து பெறக்கூடிய ஒரு வகை பகுத்தறிவு என வரையறுக்கப்படுகிறது. கருதுகோள் என்ற சொல் பண்டைய கிரேக்க வார்த்தையிலிருந்து பெறப்பட்டது. ஹைப்போஸ்தீனியா, அதாவது 'கீழே வைப்பது' அல்லது 'ஊக்க வேண்டும்'. கருதுகோளுக்கு பல பண்புகள் உள்ளன, அவை:

1. **தெளிவான மற்றும் துல்லியமான:** கருதுகோள் தெளிவானதாகவும் துல்லியமாகவும் இருக்க வேண்டும், இதனால் ஒரு நிலையான முடிவை எடுக்க வேண்டும்.
2. **மாறிகளுக்கு இடையிலான உறவின் அறிக்கை:** ஒரு கருதுகோள் தொடர்புடையதாக இருந்தால், அது வெவ்வேறு மாறிகளுக்கு இடையிலான உறவைக் குறிப்பிட வேண்டும்.
3. **சோதனைத்திறன்:** கருதுகோள் சோதனைக்கு திறந்திருக்க வேண்டும், அதனால் மற்ற விலக்குகள் அதிலிருந்து செய்யப்படலாம் மற்றும் அவதானிப்பின் மூலம் உறுதிப்படுத்தப்படலாம் அல்லது

## குறிப்பு

- நிராகரிக்கப்படலாம். கருதுகோளை சோதிக்கக்கூடியதாக மாற்ற ஆராய்ச்சியாளர் சில முன் ஆய்வுகளை மேற்கொள்ள வேண்டும்.
4. **வரையறுக்கப்பட்ட நோக்கத்துடன் குறிப்பிட்ட:** வரம்பற்ற நோக்கம் கொண்ட கருதுகோளைக் காட்டிலும், குறிப்பிட்ட, வரையறுக்கப்பட்ட நோக்கம் கொண்ட அஹைபோதிசிஸ், எளிதில் சோதிக்கக்கூடியது. எனவே, அத்தகைய கருதுகோள்களில் ஆராய்ச்சி செய்வதற்கு ஒரு ஆராய்ச்சியாளர் அதிக நேரம் கொடுக்க வேண்டும்.
  5. **எளிமை:** ஒரு கருதுகோளை மிகவும் எளிமையான மற்றும் தெளிவான சொற்களில் புரிந்து கொள்ளும்படி கூற வேண்டும்.
  6. **நிலைத்தன்மையும்:** ஒரு கருதுகோள் நம்பகமானதாகவும், நிறுவப்பட்ட மற்றும் அறியப்பட்ட உண்மைகளுடன் இணக்கமாகவும் இருக்க வேண்டும்.
  7. **நேரம்-வரம்பு:** ஒரு கருதுகோள் ஒரு நியாயமான நேரத்திற்குள் சோதிக்கப்படக்கூடியதாக இருக்க வேண்டும். வேறு வார்த்தைகளில் கூறுவதானால், ஒரு கருதுகோளின் சிறப்பானது சோதனைக்குத் தேவையான தரவைச் சேகரிக்க எடுக்கும் நேரத்தால் தீர்மானிக்கப்படுகிறது.
  8. **அனுபவக் குறிப்பு:** ஒரு கருதுகோள் பிரச்சனை என்ன என்பதைப் புரிந்துகொள்ள தேவையான அனைத்து போதுமான உண்மைகளையும் விளக்க வேண்டும் அல்லது ஆதரிக்க வேண்டும். கருதுகோள் சோதனை, ஒரு ஆய்வாளர் புள்ளியியல் மாதிரியை சோதிக்கிறார், பூஜ்ய கருதுகோளின் நம்பகத்தன்மையின் ஆதாரத்தை வழங்கும் குறிக்கோளுடன். புள்ளிவிவர ஆய்வாளர்கள் மக்கள்தொகையின் சீரற்ற மாதிரியை அளந்து ஆய்வு செய்வதன் மூலம் ஒரு கருதுகோளைச் சோதிக்கின்றனர். அனைத்து ஆய்வாளர்களும் இரண்டு வெவ்வேறு கருதுகோள்களைச் சோதிக்க சீரற்ற மக்கள்தொகை மாதிரியைப் பயன்படுத்துகின்றனர்: பூஜ்ய கருதுகோள் மற்றும் இந்த மாற்று கருதுகோள். பூஜ்ய கருதுகோள் பொதுவாக மக்கள்தொகை அளவுருக்களுக்கு இடையிலான சமத்துவத்தின் கருதுகோள்; எ. கா, ஒரு பூஜ்ய கருதுகோள் மக்கள் தொகை சராசரி வருமானம் பூஜ்ஜியத்திற்கு சமம் என்று கூறலாம். மாற்று கருதுகோள் ஒரு பூஜ்ய கருதுகோளுக்கு நேர்மாறானது (எ.கா. மக்கள் தொகை சராசரி வருமானம் பூஜ்ஜியத்திற்கு சமமாக இல்லை). எனவே, அவை ஒன்றுக்கொன்று பிரத்தியேகமானவை, ஒன்று மட்டுமே உண்மையாக இருக்க முடியும். இருப்பினும், இரண்டு கருதுகோள்களில் ஒன்று எப்போதும் உண்மையாக இருக்கும்.

### கருதுகோள் சோதனையின் 4 படிகள்

அனைத்து கருதுகோள்களும் i-படி செயல்முறையைப் பயன்படுத்தி சோதிக்கப்படுகின்றன:

1. முதல் படி இரண்டு கருதுகோள்களை ஆய்வாளர் கூறுவது ஒன்று மட்டுமே சரியாக இருக்கும்.
2. அடுத்த கட்டமாக ஒரு பகுப்பாய்வுத் திட்டத்தை உருவாக்க வேண்டும், இது தரவு எவ்வாறு மதிப்பிடப்படும் என்பதைக் கோடிட்டுக் காட்டுகிறது.
3. மூன்றாவது படி திட்டத்தை செயல்படுத்துவது மற்றும் மாதிரி தரவை உடல் ரீதியாக பகுப்பாய்வு செய்வது.
4. நான்காவது மற்றும் இறுதிப் படி, முடிவுகளை பகுப்பாய்வு செய்து, பூஜ்ய கருதுகோளை நிராகரிப்பது அல்லது தரவுகளின்

## குறிப்பு

### கருதுகோள்களின் சோதனைத்திறன்

கருதுகோள் பொதுவாக ஆராய்ச்சியில் முக்கிய கருவியாக கருதப்படுகிறது. ஒரு கருதுகோளின் சோதனைத்திறன் பற்றிய அடிப்படைக் கருத்துக்கள் பின்வருமாறு:

பூஜ்ய கருதுகோள் மற்றும் மாற்று கருதுகோள்

புள்ளியியல் பகுப்பாய்வின் பின்னணியில், பின்வரும் கருத்துக்கள் அல்லது அனுமானங்கள் கவனத்தில் கொள்ளப்படுகின்றன:

- **பூஜ்ய கருதுகோள்:** இரண்டு வெவ்வேறு முறைகளை அவற்றின் மேன்மையின் அடிப்படையில் ஒப்பிடும் போது, இரண்டு முறைகளும் சமமாக நல்லவை என்ற அனுமானம் பூஜ்ய கருதுகோள் என்று அழைக்கப்படுகிறது. இது புள்ளியியல் கருதுகோள் என்றும் அறியப்படுகிறது மற்றும்  $H_0$  என அடையாளப்படுத்தப்படுகிறது.
- **மாற்று கருதுகோள்:** இரண்டு வெவ்வேறு முறைகளை ஒப்பிடுகையில், அவற்றின் மேன்மையைப் பற்றி, ஒரு குறிப்பிட்ட முறையை மற்றதை ஒப்பிடும்போது நல்லது அல்லது கெட்டது என்று குறிப்பிடுவது மாற்று கருதுகோள் என்று அழைக்கப்படுகிறது. இது  $H_a$  என அடையாளப்படுத்தப்படுகிறது. நீங்கள் ஒரு கருதுகோள் சராசரி ( $\mu H_0$ ), ஒப்பிட விரும்புகிறீர்கள் என்று வைத்துக் கொள்வோம்

மக்கள் தொகை சராசரி, பின்னர் நீங்கள் பூஜ்ய கருதுகோளை இவ்வாறு குறிப்பீர்கள்:

$H_0: = \mu H_0 = 100$ , கருதுகோள் சராசரி மக்கள் தொகை சராசரிக்கு சமம்.

**அட்டவணை 11.1** வெவ்வேறு சூழ்நிலைகளில் மாற்று கருதுகோளின் அர்த்தத்தைக் காட்டுகிறது.

Alternate Hypothesis	Meaning
$H_a: \mu \neq \mu_{H_0}$	Population mean is not equal to 100; it could be more or less than 100.
$H_a: \mu > \mu_{H_0}$	Population mean is greater than 100.
$H_a: \mu < \mu_{H_0}$	Population mean is less than 100.

#### 11.2.1 கருதுகோள் சோதனையின் அனுமானங்கள்

புள்ளியியல் கருதுகோள் சோதனைக்கு பல அனுமானங்கள் தேவை. இந்த அனுமானங்களில் மாறியின் அளவீட்டு நிலை, மாதிரியின் முறை, மக்கள்தொகை விநியோகத்தின் வடிவம் மற்றும் மாதிரி அளவு ஆகியவை அடங்கும். சோதனை அல்லது சோதனையின் நிபந்தனைகளைப் பொறுத்து குறிப்பிட்ட அனுமானங்கள் மாறுபடலாம். இருப்பினும், விதிவிலக்கு இல்லாமல், அனைத்து புள்ளிவிவர சோதனைகளும் சீரற்ற மாதிரியை எடுத்துக்கொள்கின்றன. வழிமுறைகளைப் பற்றிய கருதுகோள்களின் சோதனைகள் இடைவெளி-விகித அளவீட்டு அளவைக் கருதுகிறது மற்றும் பரிசீலனையில் உள்ள மக்கள்தொகை பொதுவாக விநியோகிக்கப்பட வேண்டும் அல்லது மாதிரி அளவு 50 ஐ விட அதிகமாக இருக்க வேண்டும். எங்கள் தரவுகளின் அடிப்படையில், இந்தியாவில் எரிவாயுவின் சராசரி விலை தேசிய எரிவாயுவின் சராசரி விலையை விட அதிகமாக உள்ளது என்ற

கருதுகோளை நாம் சோதிக்க முடியும். நாங்கள் பரிசீலிக்கும் சோதனை பின்வரும் நிபந்தனைகளை பூர்த்தி செய்கிறது:

1. இந்திய எரிவாயு நிலையங்களின் மாதிரி தோராயமாக தேர்ந்தெடுக்கப்பட்டது.
2. ஒரு கேலனின் மாறி விலை இடைவெளி-விகித அளவில் அளவிடப்படுகிறது.
3. மக்கள் தொகை பொதுவாக விநியோகிக்கப்படுகிறது என்று நாம் கருத முடியாது. இருப்பினும், எங்கள் மாதிரி அளவு போதுமான அளவு பெரியதாக இருப்பதால் ( $N > 50$ ), மத்திய வரம்பு தேற்றத்தின் அடிப்படையில், சராசரியின் மாதிரி விநியோகம் தோராயமாக இயல்பானதாக இருக்கும் என்பதை நாங்கள் அறிவோம்.

வெவ்வேறு கருதுகோள் சோதனைகள் தரவுகளில் மாதிரியாக்கப்படும் சீரற்ற மாறியின் விநியோகம் குறித்து வெவ்வேறு அனுமானங்களைச் செய்கின்றன. ஒரு சோதனையைத் தேர்ந்தெடுக்கும்போது மற்றும் முடிவுகளை விளக்கும் போது இந்த அனுமானங்களைக் கருத்தில் கொள்ள வேண்டும்.

உதாரணமாக,  $z$ -சோதனை ( $z$ -சோதனை) மற்றும்  $t$ -சோதனை ( $t$ -test) தரவுகள் ஒரு சாதாரண விநியோகத்திலிருந்து சுயாதீனமாக மாதிரி எடுக்கப்பட்டவை என்று இருவரும் கருதுகின்றனர்.  $\chi^2$  test,  $J$  test,  $L$  test மற்றும்  $Q$  test போன்ற இந்த அனுமானத்தை சோதிக்க புள்ளிவிவரங்கள் மற்றும் இயந்திர கற்றல் கருவிப்பெட்டி™ செயல்பாடுகள் உள்ளன.

இருவரும்  $z$ -சோதனை மற்றும்  $t$  மாதிரி அளவு  $n$  போதுமான அளவு பெரியதாக இருக்கும் வரை, இந்த அனுமானத்திலிருந்து புறப்படுவதைப் பொறுத்தமட்டில் சோதனையானது ஒப்பீட்டளவில் வலுவானதாக இருக்கும். இரண்டு சோதனைகளும் ஒரு மாதிரி சராசரியைக் கணக்கிடுகின்றன, மத்திய வரம்பு தேற்றம் (CLT) மூலம், மக்கள்தொகைப் பரவல் மாதிரியாக இருந்தாலும், மக்கள்தொகை சராசரி  $\mu$  க்கு சராசரியாகச் சமமான சராசரி மாதிரி விநியோகம் உள்ளது.

இடையே உள்ள வேறுபாடு  $z$ -சோதனை மற்றும்  $t$ -சோதனை என்பது அடிப்படை இயல்பான விநியோகத்தின் நிலையான விலகல்  $\sigma$  அனுமானத்தில் உள்ளது. ஏ  $z$ -சோதனை  $\sigma$  அறியப்படுகிறது என்று கருதுகிறது;  $t$ -சோதனை இல்லை. இதன் விளைவாக,  $t$ -சோதனை மதிப்பீட்டைக் கணக்கிட வேண்டும் கள் மாதிரியிலிருந்து நிலையான விலகல்.

சோதனை புள்ளிவிவரங்கள்  $z$ -சோதனை மற்றும்  $t$ -சோதனை முறையே,

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$$

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s / \sqrt{n}}$$

மக்கள்தொகை சராசரி  $\mu$  உடன் விநியோகிக்கப்படுகிறது என்ற பூஜ்ய கருதுகோளின் கீழ், தி  $z$ -புள்ளிவிவரம் நிலையான இயல்பான விநியோகத்தைக் கொண்டுள்ளது, என் (0,1) அதே பூஜ்ய கருதுகோளின் கீழ்,  $t$ -புள்ளிவிவரத்தில் மாணவர் உள்ளது  $t$ -விநியோகம்  $n-1$  டிகிரி சுதந்திரம். சிறிய மாதிரி அளவுகளுக்கு, மாணவர்களின்  $t$ -விநியோகம் தட்டையானது மற்றும் அகலமானது  $N(0, 1)$ , மதிப்பீட்டில் குறைந்த நம்பிக்கையை ஈடுசெய்கிறது  $s$ . இருப்பினும், மாதிரி அளவு அதிகரிக்கும் போது, மாணவர்களின்  $t$ -விநியோகம் நிலையான இயல்பான விநியோகத்தை அணுகுகிறது, மேலும் இரண்டு

## குறிப்பு

## குறிப்பு

சோதனைகளும் அடிப்படையில் சமமானவை. பூஜ்ய கருதுகோளின் கீழ் சோதனை புள்ளிவிவரத்தின் விநியோகத்தை அறிந்துகொள்வது துல்லியமான கணக்கீட்டை அனுமதிக்கிறது  $p$  - மதிப்புகள். விளக்கம் தருவது  $p$  சோதனை அனுமானங்களின் பின்னணியில் உள்ள மதிப்புகள் சோதனை முடிவுகளை விமர்சன பகுப்பாய்வு செய்ய அனுமதிக்கிறது.

### 11.2.2 கருதுகோள் சோதனையின் விவரக்குறிப்பு

பொருளாதார அளவீட்டில், ஒரு நேரத்தில் ஒரு விவரக்குறிப்பின் செல்லுபடியை சரிபார்க்க விவரக்குறிப்பு சோதனைகள் கட்டமைக்கப்பட்டுள்ளன. இந்த சோதனைகள் தடைசெய்யப்பட்ட மாதிரியின் மதிப்பீடுகள் மட்டுமே தேவைப்படும் பொதுவான மாதிரியின் செல்லுபடியை (அல்லது செல்லாத தன்மையை) 'உறுதிப்படுத்தும்'.

தவறான விவரக்குறிப்பு இல்லாத பூஜ்ய கருதுகோளின் கீழ், ஒரு அறிகுறியற்ற திறமையான மதிப்பீட்டாளர் ஒரு நிலையான ஆனால் அறிகுறியற்ற திறனற்ற மதிப்பீட்டாளரிடமிருந்து அதன் வேறுபாட்டுடன் பூஜ்ஜிய அசிம்ப்டோடிக் கோவேரியன்ஸைக் கொண்டிருக்க வேண்டும் என்ற முடிவைப் பயன்படுத்தி, பொருளாதார அளவீடுகளில் பல மாதிரி விவரக்குறிப்புகளுக்கு விவரக்குறிப்பு சோதனைகள் உருவாக்கப்படுகின்றன. பூஜ்ய கருதுகோளிலிருந்து சிறிய புறப்பாடுகளுக்கு உள்ளிருக்கும் சக்தி கணக்கிடப்படுகிறது. ஒரு கருவி மாறி சோதனை அத்துடன் நேரத் தொடரின் குறுக்குவெட்டு மாதிரி மற்றும் ஒரே நேரத்தில் சமன்பாடு மாதிரிக்கான சோதனைகள் வழங்கப்படுகின்றன. ஒரு அனுபவ மாதிரியானது, கவனிக்கப்படாத தனிப்பட்ட காரணிகள் உள்ளன என்பதற்கான சான்றுகளை வழங்குகிறது, இது ஒரு தனிப்பட்ட ஊதிய சமன்பாட்டின் பொதுவான பொருளாதார விவரக்குறிப்பில் சேர்க்கப்பட்ட வலது பக்க மாறிக்கு ஆர்த்தோகனல் இல்லை.

**கருதுகோள் சோதனைகள் பின்வரும் வகை விவரக்குறிப்புகளைக் கொண்டிருக்கின்றன:**

- பூஜ்ய கருதுகோளின் விவரக்குறிப்பு,  $H$
- மாற்று கருதுகோளின் விவரக்குறிப்பு,  $H_1$ .
- சோதனை புள்ளிவிவரத்தின் விவரக்குறிப்பு மற்றும் பூஜ்ய கருதுகோளின் கீழ் அதன் விநியோகம்.
- நிராகரிப்பு பகுதியை தீர்மானிக்க முக்கியத்துவம் நிலை  $\alpha$  இன் தேர்வு.
- தரவு மாதிரியிலிருந்து சோதனை புள்ளிவிவரத்தின் கணக்கீடு.
- முடிவுகள், சோதனைப் புள்ளிவிவரம் மற்றும் நிராகரிப்புப் பகுதியை அடிப்படையாகக் கொண்டவை.

### 11.3 கருதுகோள் மற்றும் கணிப்பு சோதனை

மதிப்புகள் அல்லது மக்கள்தொகை அளவுருக்கள் பற்றிய கூற்று அல்லது கருதுகோள் பூஜ்ய கருதுகோள் என அழைக்கப்படுகிறது மற்றும்  $H_0$  என எழுதப்படுகிறது. மேலே விவாதிக்கப்பட்ட சூழ்நிலையில், ஒரு பட்லர் நிரபராதி என்ற நமது அனுமானம் பூஜ்ய கருதுகோளை உருவாக்கும் மற்றும் பின்வருமாறு கூறப்படும்:



## குறிப்பு

H0 = பட்லர் நிரபராதி இந்த கருதுகோள் கிடைக்கக்கூடிய ஆதாரங்களுடன் சோதிக்கப்பட்டு முடிவு எடுக்கப்பட்டது

இந்தக் கருதுகோளை ஏற்றுக்கொள்வதா அல்லது நிராகரிப்பதா என்பதை உருவாக்கியது. இந்தக் கருதுகோள் நிராகரிக்கப்பட்டால், பட்லர் குற்றமற்றவர் என்ற மாற்று கருதுகோளை நாங்கள் ஏற்றுக்கொள்கிறோம். இந்த மாற்று கருதுகோள் H என குறிக்கப்படுகிறது 1 மற்றும் கூறப்பட்டுள்ளது:

H1 = பட்லர் குற்றமற்றவர் அல்ல. பூஜ்ய கருதுகோள் என்றால் நிராகரிக்கப்பட்டது, பின்னர் மாற்று கருதுகோள் ஏற்றுக்கொள்ளப்படுகிறது. என்பதை கவனத்தில் கொள்ள வேண்டும் மாற்று கருதுகோளை ஏற்றுக்கொள்வது சரியானது என்று அர்த்தமல்ல. பூஜ்ய கருதுகோள் ஏற்றுக்கொள்ளத்தக்கது என்பதை நியாயமான முறையில் உறுதிப்படுத்த போதுமான சான்றுகள் இல்லை என்று அர்த்தம்.

ஏற்கனவே விளக்கியபடி, பூஜ்ய கருதுகோளை ஏற்றுக்கொள்வது அல்லது நிராகரிப்பது தொடர்பான முடிவுகளை எடுப்பதில் இரண்டு வகையான பிழைகள் பயன்படுத்தப்படலாம். பூஜ்ய கருதுகோள் உண்மையாக இருந்தாலும் நிராகரிக்கப்படும் போது முதல் வகை பிழை, வகை I பிழை என அறியப்படுகிறது. பூஜ்ய கருதுகோள் உண்மையாக இல்லாவிட்டாலும், நிராகரிக்கப்பட வேண்டியிருந்தாலும், இரண்டாவது வகை பிழை, வகை II பிழை என அறியப்படுகிறது.

மாதிரி புள்ளிவிவரங்களால் வரையறுக்கப்பட்ட மக்கள்தொகை அளவுருக்களின் மதிப்புகள் பற்றிய புள்ளிவிவர கருதுகோள் சோதனை மற்றும் முடிவெடுப்பதில், பூஜ்ய கருதுகோள் மாதிரி புள்ளியியல் மற்றும் பரிசீலனையில் உள்ள தொடர்புடைய மக்கள்தொகை அளவுருக்களுக்கு இடையே உண்மையான வேறுபாடு இல்லை என்றும் உண்மையில் ஏதேனும் புலப்படும் வேறுபாடு இருந்தால், இது மாதிரியில் இயற்கை ஏற்ற இறக்கங்கள் காரணமாக கருதப்படுகிறது.

முடிக்க, நாங்கள் சொல்கிறோம்,

- பூஜ்ய கருதுகோள் H - மாதிரி முடிவுகளால் சோதிக்கப்படும் மக்கள் தொகை அளவுரு பற்றிய உறுதிப்பாடு.
- மாற்று கருதுகோள் H மக்கள் தொகை அளவுரு பற்றிய கூற்று பூஜ்ய கருதுகோள் நிராகரிக்கப்படும் போது ஏற்றுக்கொள்ளப்பட்டது.
- வகை I பிழை - பூஜ்ய கருதுகோளை நிராகரிப்பதில் ஒரு பிழை, உண்மையில் அது உண்மையாக இருக்கும்போது.
- வகை II பிழை - பூஜ்ய கருதுகோளை ஏற்றுக்கொள்வதில் ஏற்பட்ட பிழை, உண்மையில் அது தவறானது.

வகை I பிழை  $\alpha$  ஆல் குறிக்கப்படுகிறது (ஆல்பா) மற்றும் ஒரு உண்மையான கருதுகோளை நிராகரிப்பதற்கான நிகழ்தகவு என வெளிப்படுத்தப்படுகிறது. இது முக்கியத்துவத்தின் நிலை என்றும் அழைக்கப்படுகிறது. 1 -  $\alpha$  நம்பிக்கையின் அளவை வெளிப்படுத்துகிறது. உதாரணமாக,  $\alpha = 0.05$  என்பது நம்பிக்கை நிலை 95% அல்லது 0.95 ஆகும்.

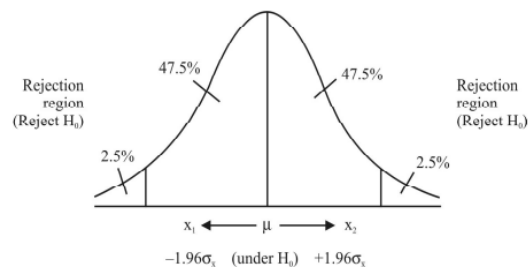
வகை II பிழை  $\beta$  ஆல் குறிக்கப்படுகிறது (பீட்டா) மற்றும் தவறான கருதுகோளை ஏற்றுக்கொள்வதற்கான நிகழ்தகவு என வெளிப்படுத்தப்படுகிறது.  $\beta$  இருப்பது விரும்பத்தக்கது அதன் மதிப்புக்கு முடிந்தவரை குறைந்த மதிப்பு, சோதனையின் சக்தியை பிரதிபலிக்கிறது மற்றும் குறைந்த  $\beta$  முக்கியத்துவம் வாய்ந்த சோதனை சக்தி வாய்ந்தது மற்றும் நம்பகமானது என்பதை மதிப்பு குறிக்கிறது.

கருதுகோள் சோதனைக்கான செயல்முறை

## குறிப்பு

கருதுகோள் சோதனைக்கான பொதுவான செயல்முறை பின்வரும் படிக்களைக் கொண்டுள்ளது:

1. பூஜ்ய கருதுகோள் மற்றும் மாற்று கருதுகோளைக் குறிப்பிடவும். இது சோதிக்கப்பட வேண்டிய மக்கள் தொகை அளவுருவின் அனுமான மதிப்பைக் குறிப்பிடுவதாகும். எடுத்துக்காட்டாக, நமது கல்லூரி மாணவர்களின் சராசரி IQ 130 என்ற கருதுகோளைச் சோதிக்க விரும்புகிறோம் என்று வைத்துக்கொள்வோம். பின்னர் இது எங்கள் பூஜ்ய கருதுகோளாக மாறும் மற்றும் மாற்று கருதுகோள் இந்த சராசரி IQ 130 அல்ல. இந்த அறிக்கைகள் பின்வருமாறு வெளிப்படுத்தப்படுகின்றன:  
H0:  $\mu = 130$   
H1:  $\mu \neq 130$
2. மாதிரி எடுப்பதற்கு முன் ஒரு முக்கியத்துவ நிலையை நிறுவவும். முக்கியத்துவத்தின் நிலை, வகை I பிழையின் நிகழ்தகவைக் குறிக்கிறது மற்றும் பொதுவாக 0.05க்கு சமமாக எடுத்துக் கொள்ளப்படுகிறது, அதாவது கருதுகோள் பரிசோதிக்கப்பட்டு முடிவெடுத்த பிறகு, பூஜ்ய கருதுகோளை நிராகரிப்பதில் நாம் இன்னும் பிழை செய்வோம், அது உண்மையாக இருக்கும் போது, 5% நேரம். சில நேரங்களில் மதிப்பு 0.01 என நிறுவப்பட்டது, ஆனால் ஆய்வின் உணர்திறனைப் பொறுத்து அதன் மதிப்பைத் தேர்ந்தெடுப்பது புலனாய்வாளரின் விருப்பப்படி உள்ளது.
3. பொருத்தமான சோதனை புள்ளிவிவரத்தைத் தீர்மானிக்கவும். பரிசீலனையில் உள்ள குறிப்பிட்ட கிடைக்கக்கூடிய தகவலுடன் பயன்படுத்த பொருத்தமான நிகழ்தகவு விநியோகத்தைத் தேர்ந்தெடுப்பதை இது குறிக்கிறது. Z மதிப்பெண் அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி சாதாரண விநியோகம் அல்லது t - விநியோகம் பெரும்பாலும் பயன்படுத்தப்படுகிறது.
4. நிராகரிப்பு (முக்கியமான) பகுதிகளை வரையறுக்கவும். முக்கியத்துவம் வாய்ந்த நிலை மதிப்பின் தேர்வின் அடிப்படையில் முக்கியமான பகுதி நிறுவப்படும் எடுத்துக்காட்டாக, மதிப்பைத் தேர்ந்தெடுத்தால்  $\alpha = 0.05$ , மற்றும் மக்கள்தொகை அளவுரு சோதனை செய்வதற்கான எங்கள் சோதனை புள்ளிவிவரமாக நிலையான இயல்பான விநியோகத்தைப் பயன்படுத்துகிறோம், பின்னர் நாங்கள் முன்பு விவாதித்தபடி, பூஜ்ய கருதுகோளின் அனுமானம், இந்த மக்கள்தொகை அளவுருவின் அனுமான மதிப்பு மற்றும் பகுப்பாய்வு மூலம் பெறப்பட்ட மதிப்பு ஆகியவற்றுக்கு இடையேயான வேறுபாடு. மாதிரி முடிவுகள் எதிர்பார்க்கப்படவில்லை  $\pm 1.96$  ஐ விட அதிகமாக இருக்கும்  $\alpha$  எக்ஸ் பின்வரும் படத்தின் பெயரைக் கூறவும் மணிக்கு  $\alpha = 0.05$ . இந்த உறவை வெளிப்படுத்தலாம்



## குறிப்பு

மேலே உள்ள படத்தில், மாதிரி என்றால்  $X$  புள்ளிவிவரம் 1.96 க்குள் விழுகிறது இன்  $\mu$  இன் மதிப்பு கருதப்படுகிறது பூஜ்ய கருதுகோளின் அனுமானத்தின் கீழ்  $H_0$ , பின்னர் பூஜ்ய கருதுகோளை 95% நம்பிக்கை அளவில் (அல்லது 0.05 முக்கியத்துவம் நிலை). இடையே உள்ள வேறுபாடு  $X$  மற்றும் இடையில் ஏதேனும் மதிப்பு இருக்கலாம்  $X_1$  மற்றும்  $\mu$  அல்லது  $X_2$  மற்றும்  $\mu$  தற்செயலானதாகவோ அல்லது தற்செயலான உறுப்பு காரணமாகவோ கருதப்படுகிறது மற்றும் போதுமான அளவு அல்லது உண்மையானதாக கருதப்படவில்லை பூஜ்ய கருதுகோளை நிராகரிக்க போதுமானது, அதனால் அனைத்து நடைமுறை நோக்கங்களுக்கும் மதிப்பு  $X$  சமமாகக் கருதப்படுகிறது  $\mu$  கூட எக்ஸ் இடையே எந்த மதிப்பும் இருக்கலாம்  $X_1$  மற்றும்  $X_2$  மேலே காட்டப்பட்டுள்ளபடி. இருப்பினும், மதிப்பு இருந்தால்  $X$  தாண்டி விழுகிறது  $X_2$  மேல் பக்கத்தில் அல்லது அதற்கு அப்பால்  $X_1$  கீழ் பக்கத்தில், பின்னர் மதிப்புகள் இடையே இந்த வேறுபாடு  $X$  மற்றும்  $\mu$  குறிப்பிடத்தக்கதாகக் கருதப்படும் மற்றும் அது இருக்கும் பூஜ்ய கருதுகோளை நிராகரிக்க வழிவகுக்கும். 5% நேரத்திலிருந்து, மதிப்புகளுக்கு இடையிலான இந்த வேறுபாடு  $X$  மற்றும்  $\mu$  2.5% நேரம் குறிப்பிடத்தக்கதாக இருக்கும் எக்ஸ் மிகவும் மேலே இருப்பது  $\mu$  (அப்பால்  $X_2$ ) மற்றும் 2.5% நேரம் மிகவும் கீழே உள்ளது (கீழே  $X_1$ ), நிராகரிப்பின் பகுதியானது வளைவின் வால் பகுதிகளுக்குள் செல்லும் சராசரியின் இருபுறமும் இருக்கும். நிராகரிப்பின் இந்த பகுதி அறியப்படுகிறது என முக்கியமான பகுதி.

5. **தரவு சேகரிப்பு மற்றும் மாதிரி பகுப்பாய்வு.** இது மாதிரி தரவுகளின் உண்மையான சேகரிப்பு மற்றும் கணக்கீடு ஆகியவற்றை உள்ளடக்கியது. முன்பே நிறுவப்பட்ட அளவின் மாதிரி  $n$  சேகரிக்கப்பட்டு மக்கள் தொகை அளவுருவின் மதிப்பீடு கணக்கிடப்படுகிறது. இந்த மதிப்பீடு சோதனை புள்ளிவிவரத்தின் மதிப்பாகும். எடுத்துக்காட்டாக, மக்கள்தொகை சராசரி  $\mu$ , மதிப்பைப் பற்றிய ஒரு கருதுகோளை நாம் சோதிக்கிறோம் என்றால், சோதனை புள்ளிவிவரம் மாதிரி சராசரியாக இருக்கும்  $X$ . இந்த புள்ளிவிவரம் முக்கியமான பகுதியில் உள்ளதா அல்லது ஏற்றுக்கொள்ளும் பகுதியில் உள்ளதா என்பதைச் சரிபார்க்க, நாங்கள் சோதனை செய்கிறோம். எடுத்துக்காட்டாக, கல்லூரி மாணவர்களின் சராசரி IQ 130 ஆக இருக்க வேண்டும் என்று சோதிக்க விரும்பினால், அந்த விஷயத்தில் நமது மக்கள்தொகை சராசரியாக இருப்பதைப் பார்க்க வேண்டும். சோதிக்கப்பட வேண்டும். நாம் கொடுக்கப்பட்ட அளவின் சீரற்ற மாதிரியை எடுக்கவும்  $n$  மற்றும் அதன் சராசரியை கணக்கிடுங்கள் எக்ஸ் பின்னர் இதன் மதிப்பு எவ்வளவு என்று சோதிக்கவும்  $X$  கொடுக்கப்பட்ட முக்கியத்துவ மட்டத்தில் ஏற்றுக்கொள்ளும் பகுதியில் அல்லது நிராகரிப்பு பகுதியில் விழுகிறது.
6. **முடிவெடுப்பது.** புள்ளிவிவர முடிவை எடுப்பதற்கு முன், ஒரு முடிவு விதியை நிறுவ வேண்டும். அத்தகைய முடிவு விதியானது பூஜ்ய கருதுகோள் ஏற்றுக்கொள்ளப்படும் அல்லது நிராகரிக்கப்படும் அடிப்படையை உருவாக்கும். இந்த முடிவு விதி உண்மையில் சோதனையின் வெளிப்படையான நோக்கத்தின் முறையான

## குறிப்பு

அறிக்கையாகும். உதாரணமாக, இந்த விதியை பின்வருமாறு குறிப்பிடலாம்: மாதிரி புள்ளிவிவரத்தின் மதிப்பு இருந்தால் பூஜ்ய கருதுகோளை ஏற்கவும் எக்ஸ் ஏற்றுக்கொள்ளும் பகுதிக்குள் வருகிறது, இல்லையெனில் பூஜ்ய கருதுகோளை நிராகரிக்கவும். இந்த நிறுவப்பட்ட முடிவு விதியின் அடிப்படையில், பூஜ்ய கருதுகோளை ஏற்பதா அல்லது நிராகரிப்பதா என்பதை முடிவு செய்யலாம்.

### பிழைகளைச் செய்தல்: வகை I மற்றும் வகை II

- பிழைகளின் வகைகள்: புள்ளியியல் கருதுகோளில் இரண்டு வகையான பிழைகள் உள்ளன, அவை பின்வருமாறு:
- வகை I பிழை: இந்த வகை பிழையில், பூஜ்ய கருதுகோள் உண்மையாக இருக்கும்போது அதை நீங்கள் நிராகரிக்கலாம். இது ஒரு கருதுகோளை நிராகரிப்பதைக் குறிக்கிறது, இது ஏற்றுக்கொள்ளப்பட்டிருக்க வேண்டும். இது ① ஆல் குறிக்கப்படுகிறது (ஆல்பா), மற்றும் ஆல்பா பிழை என்றும் அறியப்படுகிறது.
- வகை II பிழை: இந்த வகை பிழையில், பூஜ்ய கருதுகோள் உண்மையில்லாத போது அதை நீங்கள் ஏற்க வேண்டும். நிராகரிக்கப்பட வேண்டிய ஒரு கருதுகோளை ஏற்றுக்கொள்வது என்பது இதன் பொருள். இது குறிக்கப்படுகிறது ② (பீட்டா), மற்றும் பீட்டா பிழை என்றும் அறியப்படுகிறது.

வகை I பிழையை குறைந்த மட்டத்தில் சரிசெய்வதன் மூலம் கட்டுப்படுத்தலாம், எடுத்துக்காட்டாக, நீங்கள் அதை 2% இல் சரிசெய்தால், வகை I பிழையைச் செய்வதற்கான அதிகபட்ச நிகழ்தகவு 0.02 ஆகும். ஆனால் வகை II பிழையைக் குறைப்பது, மாதிரி அளவை சரிசெய்யும் போது ஒரு தீமை உள்ளது, ஏனெனில் இது வகை II பிழைக்கான வாய்ப்புகளை அதிகரிக்கிறது. வேறு வார்த்தைகளில் கூறுவதானால், இரண்டு வகையான பிழைகளையும் ஒரே நேரத்தில் குறைக்க முடியாது என்று கூறலாம். இந்தச் சிக்கலுக்கான ஒரே தீர்வு, அவற்றுடன் இணைக்கப்பட்டுள்ள செலவுகள் மற்றும் அபராதங்களைக் கருத்தில் கொண்டு பொருத்தமான நிலையை அமைப்பது அல்லது இரண்டு வகையான பிழைகளுக்கும் இடையே சரியான சமநிலையை ஏற்படுத்துவதுதான்.

கருதுகோள் சோதனையில், பூஜ்ய கருதுகோள் உண்மையாக இருக்கும்போது நிராகரிக்கப்படும்போது ஒரு வகை I பிழை ஏற்படுகிறது; அதாவது, H0 தவறாக நிராகரிக்கப்படுகிறது. உதாரணமாக, ஒரு மருத்துவ பரிசோதனையில் ஒரு புதிய மருந்தின், பூஜ்ய கருதுகோள் புதிய மருந்து, சராசரியாக, தற்போதைய மருந்தை விட சிறந்ததல்ல; அதாவது H0: இரண்டு மருந்துகளுக்கும் சராசரியாக எந்த வித்தியாசமும் இல்லை. இரண்டு மருந்துகளும் வெவ்வேறு விளைவுகளை ஏற்படுத்துகின்றன என்று முடிவு செய்தால், உண்மையில் அவற்றுக்கிடையே எந்த வித்தியாசமும் இல்லை என்றால், ஒரு வகை I பிழை ஏற்படும்.

கருதுகோள் சோதனையில், பூஜ்ய கருதுகோள் போது ஒரு வகை II பிழை ஏற்படுகிறது H0, அது உண்மையில் பொய்யாக இருக்கும்போது நிராகரிக்கப்படவில்லை. எடுத்துக்காட்டாக, ஒரு புதிய மருந்தின் மருத்துவ பரிசோதனையில், தற்போதைய மருந்தை விட சராசரியாக புதிய மருந்து சிறந்ததல்ல என்பது பூஜ்ய கருதுகோளாக இருக்கலாம்; அது H0: இரண்டு மருந்துகளுக்கும் சராசரியாக எந்த வித்தியாசமும் இல்லை. இரண்டு மருந்துகளும் ஒரே விளைவைக் கொண்டிருக்கின்றன, அதாவது சராசரியாக இரண்டு மருந்துகளுக்கும் இடையில் எந்த வித்தியாசமும் இல்லை,

## குறிப்பு

உண்மையில் அவை வெவ்வேறு மருந்துகளை உற்பத்தி செய்தன என்று முடிவு செய்தால் வகை II பிழை ஏற்படும்.

எத்தனை வழிகளில் நாம் தவறு செய்யலாம்?

கருதுகோள் உண்மையாக இருக்கும்போது அதை நிராகரிக்கிறோம். இது வகை I பிழை. ஒரு கருதுகோள் பொய்யாக இருக்கும்போது அதை ஏற்றுக்கொள்கிறோம். இது வகை II பிழை. மற்ற உண்மையான சூழ்நிலைகள் விரும்பத்தக்கவை:

ஒரு கருதுகோள் உண்மையாக இருக்கும்போது அதை ஏற்றுக்கொள்கிறோம். ஒரு கருதுகோள் பொய்யாக இருக்கும்போது அதை நிராகரிக்கிறோம்.

	Accept $H_0$	Reject $H_0$
$H_0$ True	Accept True $H_0$ Desirable	Reject True $H_0$ Type I Error
$H_1$ False	Accept False $H_0$ Type II Error	Reject False $H_0$ Desirable

முக்கியத்துவத்தின் நிலை வகை I பிழையின் நிகழ்தகவைக் குறிக்கிறது. ஐவ் சதவீத நிலை என்பது வகை I பிழையின் நிகழ்தகவு 0.05 என்பதைக் குறிக்கிறது. ஒரு சதவீத நிலை என்பது வகை I பிழையின் 0.01 நிகழ்தகவைக் குறிக்கிறது.

முக்கியத்துவ அளவைக் குறைப்பது, எனவே வகை I பிழையின் நிகழ்தகவு நல்லது, ஆனால் துரதிர்ஷ்டவசமாக இது வகை II பிழையைச் செய்வதற்கான விரும்பத்தக்காத சூழ்நிலைக்கு வழிவகுக்கும்.

**மொத்தத்தில்:**

- வகை I பிழை: நிராகரித்தல்  $H_0$
- வகை II பிழை: ஏற்றுக்கொள்கிறேன்  $H_0$

**குறிப்பு:** ஒரு வகை I பிழையை உருவாக்கும் நிகழ்தகவு என்பது ஒரு புள்ளியியல் சோதனையின் முக்கியத்துவத்தின் நிலை. இது  $\alpha$  ஆல் குறிக்கப்படுகிறது.

$\alpha = \text{Prob. (Rejecting } H_0 / H_0 \text{ true)}$

$1 - \alpha = \text{Prob. (Accepting } H_0 / H_0 \text{ true)}$  சோதனையின் சக்தி என்று அழைக்கப்படுகிறது. இது முக்கியத்துவத்தின் அளவைப் பொறுத்தது  $\alpha$ , மாதிரி அளவு  $n$  மற்றும் அளவுரு மதிப்பு.

**பூஜ்ய மற்றும் மாற்று கருதுகோள்**

கருதுகோள் பொதுவாக ஆராய்ச்சியில் முக்கிய கருவியாக கருதப்படுகிறது. ஒரு கருதுகோளின் சோதனைத்திறன் பற்றிய அடிப்படைக் கருத்துக்கள் பின்வருமாறு:

**பூஜ்ய கருதுகோள் மற்றும் மாற்று கருதுகோள்**

புள்ளியியல் பகுப்பாய்வின் சூழலில், எந்த இரண்டு முறைகளையும் ஒப்பிடும் போது, பின்வரும் கருத்துக்கள் அல்லது அனுமானங்கள் கவனத்தில் கொள்ளப்படுகின்றன:

## குறிப்பு

- **பூஜ்ய கருதுகோள்:** இரண்டு வெவ்வேறு முறைகளை அவற்றின் மேன்மையின் அடிப்படையில் ஒப்பிடும் போது, இரண்டு முறைகளும் சமமாக நல்லவை என்ற அனுமானம் பூஜ்ய கருதுகோள் என்று அழைக்கப்படுகிறது. இது புள்ளியியல் கருதுகோள் என்றும் அழைக்கப்படுகிறது மற்றும் இது குறிக்கப்படுகிறது  $H_0$ .

- **மாற்று கருதுகோள்:** இரண்டு வெவ்வேறு முறைகளை ஒப்பிடுகையில், அவற்றின் மேன்மையைப் பற்றி, ஒரு குறிப்பிட்ட முறையை மற்றதை ஒப்பிடும்போது நல்லது அல்லது கெட்டது என்று குறிப்பிடுவது மாற்று கருதுகோள் என்று அழைக்கப்படுகிறது. என அடையாளப்படுத்தப்படுகிறது  $H_1$ .

பூஜ்ய கருதுகோளை மாற்று கருதுகோளுடன் ஒப்பிடுதல்

பூஜ்ய கருதுகோள் மற்றும் மாற்று கருதுகோள் ஆகியவற்றுக்கு இடையேயான ஒப்பீட்டு புள்ளிகள் பின்வருமாறு:

- பூஜ்ய கருதுகோள் எப்போதும் குறிப்பிட்டதாக இருக்கும் போது மாற்று கருதுகோள் தோராயமான மதிப்பை அளிக்கிறது.
- பூஜ்ய கருதுகோளை நிராகரிப்பது பெரிய ஆபத்தை உள்ளடக்கியது, இது மாற்று கருதுகோள் விஷயத்தில் இல்லை.

மாற்று கருதுகோளை விட பூஜ்ய கருதுகோள் புள்ளிவிவரங்களில் அடிக்கடி பயன்படுத்தப்படுகிறது, ஏனெனில் இது குறிப்பிட்டது மற்றும் நிகழ்தகவுகளின் அடிப்படையில் இல்லை.

சோதிக்கப்பட வேண்டிய கருதுகோள் பூஜ்ய கருதுகோள் என்று அழைக்கப்படுகிறது மற்றும் இது குறிக்கப்படுகிறது  $H_0$ . மாற்று கருதுகோள் எனப்படும் இயற்கையின் பிற சாத்தியமான நிலைகளுக்கு எதிராக இது சோதிக்கப்பட வேண்டும். மாற்று பொதுவாக குறிக்கப்படுகிறது  $H_1$ .

பூஜ்ய கருதுகோள் புள்ளிவிவரத்திற்கும் மக்கள் தொகை அளவுருவிற்கும் இடையில் எந்த வித்தியாசமும் இல்லை என்பதைக் குறிக்கிறது. மாதிரி சராசரி  $\bar{x}$  மற்றும் மக்கள்தொகை  $m$  இடையே வேறுபாடு இல்லை என்பதை சோதிக்க, நாங்கள் பூஜ்ய கருதுகோளை எழுதுகிறோம்.

இதன் பொருள்  $> \mu$  அல்லது  $< \mu$ . இது இரு வால் கருதுகோள் என்று அழைக்கப்படுகிறது. மாற்று கருதுகோள்  $H_1: > \mu$  வலது வால்.

மாற்று கருதுகோள்  $H_1: < \mu$  இடது வால்.

இவை ஒரு பக்க அல்லது ஒரு வால் மாற்று.

**குறிப்பு 1:** மாற்று கருதுகோள்  $H_1$  பூஜ்ய கருதுகோளால் குறிப்பிடப்படாத அளவுருவின் அத்தகைய அனைத்து மதிப்புகளையும் குறிக்கிறது  $H_0$ .

**குறிப்பு 2:** ஒரு புள்ளியியல் கருதுகோளைச் சோதிப்பது ஒரு விதியாகும், இது ஒரு கருதுகோளை ஏற்றுக்கொள்வது அல்லது நிராகரிப்பது என்ற முடிவுக்கு வழிவகுக்கிறது.

மாதிரிப் புள்ளிவிவரம் மக்கள்தொகை மதிப்பை விட அதிகமாகவோ அல்லது குறிப்பிட்ட அளவிலான முக்கியத்துவத்தில் மக்கள் தொகை மதிப்பைக் காட்டிலும் குறைவாகவோ இருந்தால், ஒரு முனைச் சோதனைக்கு பூஜ்ய கருதுகோளை நிராகரிக்க வேண்டும்.

1. மாதிரி சராசரியானது மக்கள்தொகை சராசரி  $m$  ஐ விட அதிகமாக உள்ளதா என்பதை நாங்கள் சோதிக்க விரும்பலாம். பின்னர் பூஜ்ய கருதுகோள்,

$H_0: > \mu$

2. மற்றொரு வழக்கில் பூஜ்ய கருதுகோள் இருக்கலாம்,

$H_0: < \mu$

இந்த இரண்டு சூழ்நிலைகளில் ஒவ்வொன்றும் ஒரு வால் சோதனைக்கு இட்டுச் செல்கிறது மற்றும் இரு வால் சோதனையைப் போலவே கையாளப்பட

வேண்டும். இங்கே முக்கியமான நிராகரிப்பு ஒரு பக்கத்தில் மட்டுமே,  $> \mu$  க்கு வலதுபுறம் மற்றும்  $< \mu$  க்கு இடதுபுறம். இங்குள்ள புள்ளிவிவரங்கள் 11.3 மற்றும் 11.4 ஆகிய இரண்டும் முக்கியத்துவத்தின் ஐந்து சதவீத சோதனை அளவைக் காட்டுகின்றன.

உதாரணமாக, ஒரு குறிப்பிட்ட அரசாங்கத்தில் உள்ள அமைச்சர் ஒருவர் ஊழலில் ஈடுபடாமல் சராசரியாக 11 மாதங்கள் வாழ்கிறார். புதிய கட்சி அமைச்சர்களுக்கு சராசரியாக 11 மாதங்களுக்கும் மேலான ஆயுளை ஊழலற்றதாக வழங்குவதாகக் கூறுகிறது. சராசரியாக, புதிய அமைச்சர்கள் 11 மாதங்களுக்கு மேல் நீடிக்கிறார்களா என்பதை நாங்கள் சோதிக்க விரும்புகிறோம். நாம் கருதுகோளை எழுதலாம்  $H_0 : = 11$  மற்றும் மாற்று கருதுகோள்  $H_1 : > 11$ .



Fig. 11.3  $H_0: \bar{X} > \mu$

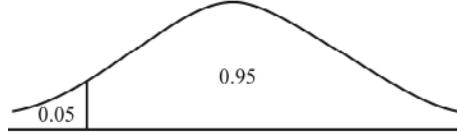


Fig. 11.4  $H_0: < \mu$

#### 11.4 பயன்பாடுகள்

- கருதுகோள் சோதனையின் பயன்பாடு, உற்பத்தியாளர்கள் தரமான தரவை நன்கு புரிந்துகொள்ளவும், உற்பத்திக் கட்டுப்பாட்டிற்கு வழிகாட்டுதலை வழங்கவும் அனுமதிக்கும்.
- கருதுகோள் சோதனையானது, எண்கணித சராசரி, தொகை மற்றும் வரம்பு போன்ற விளக்கமான புள்ளிவிவரங்களின் பயன்பாடு, தயாரிப்பு அல்லது சேவையின் தரத்தின் பரந்த காட்சியை வழங்கத் தவறிவிட்டது என்பதை உறுதிப்படுத்துகிறது.
- கருதுகோள் சோதனையின் நிஜ உலக பயன்பாடுகள் பின்வருமாறு:
  - பெண்களை விட ஆண்களே அதிகம் பேர் கனவுகளால் பாதிக்கப்படுகிறார்களா என்று சோதிக்கிறது
  - ஆவணங்களின் உரிமையை நிறுவுதல்
  - நடத்தையில் முழு நிலவின் விளைவை மதிப்பீடு செய்தல்
  - எதிரொலி மூலம் ஒரு வெளவால் பூச்சியைக் கண்டறியும் வரம்பைத் தீர்மானித்தல்
  - மருத்துவமனை தரைவிரிப்பு அதிக தொற்றுநோய்களை ஏற்படுத்துமா என்பதைத் தீர்மானித்தல்
  - புகைபிடிப்பதை நிறுத்த சிறந்த வழிகளைத் தேர்ந்தெடுப்பது
  - பம்பர் ஸ்டிக்கர்கள் கார் உரிமையாளரின் நடத்தையைப் பிரதிபலிக்கிறதா என்பதைச் சரிபார்க்கிறது
  - கையெழுத்து ஆய்வாளர்களின் கூற்றுகளைச் சோதித்தல்
- இது அடிப்படைக் கோட்பாடு மற்றும் குறிப்பிட்ட ஆராய்ச்சி கேள்விக்கான இணைப்பை வழங்க உதவுகிறது. இது தரவு

#### குறிப்பு

## குறிப்பு

பகுப்பாய்வு மற்றும் ஆராய்ச்சியின் செல்லுபடியாகும் தன்மை மற்றும் நம்பகத்தன்மையை அளவிட உதவுகிறது. இது ஆராய்ச்சியின் செல்லுபடியை நிரூபிக்க ஒரு அடிப்படை அல்லது ஆதாரத்தை வழங்குகிறது.

- கருதுகோளின் சோதனை, மாதிரி-சோதனை என்றும் அறியப்படுகிறது, இது கிட்டத்தட்ட ஒவ்வொரு சமூக மற்றும் மேலாண்மை ஆராய்ச்சியிலும் ஒரு பொதுவான அம்சமாகும். சில புள்ளிவிவரக் கொள்கைகளைப் பின்பற்றி, கிடைக்கக்கூடிய மாதிரித் தகவலின் அடிப்படையில் மக்கள் தொகை (பண்புகள்) பற்றிய முடிவுக்கு வருகிறோம்.
- சுற்றுச்சூழல் அறிவியலுக்கான கருதுகோள் சோதனையின் பயன்பாடுகள் சுற்றுச்சூழல் அறிவியலில் கருதுகோள் சோதனையின் கோட்பாடு மற்றும் பயன்பாட்டை முன்வைக்கிறது, இது பல்வேறு சிக்கல்களில் முடிவெடுப்பதற்கு பொருத்தமான சோதனைகளை மேற்கொள்ள ஆராய்ச்சியாளர்களை அனுமதிக்கிறது. சோதனைகள் சிக்கலான கணித ஆதாரங்களை நம்பாமல் எளிமைப்படுத்தப்பட்ட வடிவத்தில் வழங்கப்படுகின்றன, இதனால் ஆராய்ச்சியாளர்கள் மிகவும் பொருத்தமான சோதனையை எளிதாகக் கண்டுபிடித்து நிஜ உலக சூழ்நிலைகளுக்குப் பயன்படுத்துகின்றனர். ஒவ்வொரு உதாரணமும் யதார்த்தமான தரவுகளுக்கு முறையின் பயன்பாட்டைக் காட்டும் ஒரு வழக்கு ஆய்வுடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளது.
- தரவு உறவுகள் பற்றிய அனுமானத்தை சரிபார்க்க உதவுவதற்கு வணிக பயன்பாடுகளில் கருதுகோள் சோதனை பயன்படுத்தப்படலாம்.
- கருதுகோள் சோதனை என்பது ஒரு நிதி அல்லது வணிக உரிமைகோரல் அல்லது யோசனையை உறுதிப்படுத்தும் ஒரு கணித கருவியாகும்.
- கருதுகோள் சோதனையானது முதலீட்டாளர்களுக்கு எதில் முதலீடு செய்வது மற்றும் கருவி திருப்திகரமான வருமானத்தை அளிக்குமா என்பதை தீர்மானிக்க முயற்சிக்கும் பயனுள்ளதாக இருக்கும்.
- கருதுகோள் சோதனையானது உற்பத்தி மற்றும் தரமான பொறியாளர்களாலும் பயன்படுத்தப்படுகிறது, அங்கு நீங்கள் ஒரு செயல்முறை அல்லது உற்பத்தி வரியிலிருந்து மதிப்பை மாதிரி செய்ய வேண்டும், செயல்முறை பெயரளவு மதிப்பில் உள்ளதா அல்லது சறுக்குகிறதா என்பதைக் கண்டறிய முயற்சிக்க வேண்டும்.
- கருதுகோள் சோதனை என்பது மாதிரியிலிருந்து சான்றுகளின் வலிமையை மதிப்பிடுவதற்குப் பயன்படுத்தப்படும் செயல்முறையாகும் மற்றும் மக்கள்தொகை தொடர்பான தீர்மானங்களைச் செய்வதற்கான ஒரு கட்டமைப்பை வழங்குகிறது, அதாவது, ஆய்வின் கீழ் உள்ள ஒரு மாதிரியில் கவனிக்கப்பட்ட கண்டுபிடிப்புகளை எவ்வளவு நம்பகத்தன்மையுடன் விரிவுபடுத்தலாம் என்பதைப் புரிந்துகொள்ள இது ஒரு முறையை வழங்குகிறது. மக்கள் தொகை.
- கருதுகோள் சோதனை என்பது மருத்துவ அறிவியல், சமூக அறிவியல் அல்லது எந்த ஒரு துறையாக இருந்தாலும், அனைத்து ஆராய்ச்சிகளிலும் ஆராய்ச்சி முறையின் ஒருங்கிணைந்த மற்றும் மிக முக்கியமான அங்கமாகும். எந்தவொரு ஆராய்ச்சிப் பணியையும் மேற்கொள்வதில் திட்டமிடுதல், செயல்படுத்துதல் மற்றும் அதன்



## குறிப்பு

இறுதி முடிவுகளைப் பெறுதல் ஆகியவற்றில் இது ஒரு வழிகாட்டியாகும்.

- அந்தத் தரவின் ஒப்புதல் வாக்குமூலத்திற்கு, மாதிரித் தரவைப் பயன்படுத்தி மக்கள்தொகையைப் பற்றி விளக்குவதற்கும் முடிவுகளை எடுப்பதற்கும் 'கருதுகோள் சோதனை' பயன்படுத்தப்படலாம். மக்கள்தொகையைப் பற்றிய பரஸ்பர பிரத்தியேக அறிக்கை மாதிரித் தரவுகளால் சிறப்பாக ஆதரிக்கப்படும் என்பதை முடிவெடுப்பதில் கருதுகோள் சோதனை உதவுகிறது.

### 11.5 உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சரிபார்க்கும் கேள்விகளின் பதில்கள்

1. புள்ளியியல் கருதுகோள் என்பது ஒரு கருதுகோள் ஆகும், இது சீரற்ற மாறிகளின் தொகுப்பின் மூலம் எடுக்கப்பட்ட உணரப்பட்ட மதிப்புகள் மாதிரியாகக் காணப்பட்ட தரவுகளின் அடிப்படையில் சோதிக்கப்படுகிறது.
2. கருதுகோள் சோதனையின் 4 படிகள் அனைத்து கருதுகோள்களும் iகு-படி செயல்முறையைப் பயன்படுத்தி சோதிக்கப்படுகின்றன:
  1. முதல் படி இரண்டு கருதுகோள்களை ஆய்வாளர் கூறுவது ஒன்று மட்டுமே சரியாக இருக்கும்.
  2. அடுத்த கட்டமாக ஒரு பகுப்பாய்வுத் திட்டத்தை உருவாக்க வேண்டும், இது தரவு எவ்வாறு மதிப்பிடப்படும் என்பதைக் கோடிட்டுக் காட்டுகிறது.
  3. மூன்றாவது படி திட்டத்தை செயல்படுத்துவது மற்றும் மாதிரி தரவை உடல் ரீதியாக பகுப்பாய்வு செய்வது.
  4. iகாவது மற்றும் இறுதிப் படி, முடிவுகளை பகுப்பாய்வு செய்து, பூஜ்ய கருதுகோளை நிராகரிப்பது அல்லது தரவுகளின் அடிப்படையில் பூஜ்ய கருதுகோள் நம்பத்தகுந்ததாக இருப்பதாகக் கூறுவது.
3. **பூஜ்ய கருதுகோள்:** இரண்டு வெவ்வேறு முறைகளை அவற்றின் மேன்மையின் அடிப்படையில் ஒப்பிடும் போது, இரண்டு முறைகளும் சமமாக நல்லவை என்ற அனுமானம் பூஜ்ய கருதுகோள் என்று அழைக்கப்படுகிறது. இது புள்ளியியல் கருதுகோள் என்றும் அறியப்படுகிறது மற்றும் H0 என அடையாளப்படுத்தப்படுகிறது.
4. புள்ளியியல் கருதுகோள் சோதனைக்கு பல அனுமானங்கள் தேவை. இந்த அனுமானங்களில் மாறியின் அளவீட்டு நிலை, மாதிரியின் முறை, மக்கள்தொகை விநியோகத்தின் வடிவம் மற்றும் மாதிரி அளவு ஆகியவை அடங்கும். சோதனை அல்லது சோதனையின் நிபந்தனைகளைப் பொறுத்து குறிப்பிட்ட அனுமானங்கள் மாறுபடலாம். இருப்பினும், விதிவிலக்கு இல்லாமல், அனைத்து புள்ளிவிவர சோதனைகளும் சீரற்ற மாதிரியை எடுத்துக்கொள்கின்றன.
5. கருதுகோள் சோதனைகள் பின்வரும் வகை விவரக்குறிப்புகளைக் கொண்டிருக்கின்றன:
  - பூஜ்ய கருதுகோளின் விவரக்குறிப்பு, H
  - மாற்று கருதுகோளின் விவரக்குறிப்பு, H

## குறிப்பு

- சோதனை புள்ளிவிவரத்தின் விவரக்குறிப்பு மற்றும் பூஜ்ய கருதுகோளின் கீழ் அதன் விநியோகம்.
  - நிராகரிப்பு பகுதியை தீர்மானிக்க முக்கியத்துவம் நிலை  $\alpha$  இன் தேர்வு.
  - தரவு மாதிரியிலிருந்து சோதனை புள்ளிவிவரத்தின் கணக்கீடு.
  - முடிவுகள், சோதனைப் புள்ளிவிவரம் மற்றும் நிராகரிப்புப் பகுதியை அடிப்படையாகக் கொண்டவை.
6. **பிழைகளின் வகைகள்:** புள்ளியியல் கருதுகோளில் இரண்டு வகையான பிழைகள் உள்ளன, அவை பின்வருமாறு:
- **வகை I பிழை:** இந்த வகை பிழையில், பூஜ்ய கருதுகோள் உண்மையாக இருக்கும்போது அதை நீங்கள் நிராகரிக்கலாம். இது ஒரு கருதுகோளை நிராகரிப்பதைக் குறிக்கிறது, இது ஏற்றுக்கொள்ளப்பட்டிருக்க வேண்டும். இது  $\alpha$  ஆல் குறிக்கப்படுகிறது (ஆல்பா), மற்றும் ஆல்பா பிழை என்றும் அறியப்படுகிறது.
  - **வகை II பிழை:** இந்த வகை பிழையில், பூஜ்ய கருதுகோள் உண்மையில்லாத போது அதை நீங்கள் ஏற்க வேண்டும். நிராகரிக்கப்பட வேண்டிய ஒரு கருதுகோளை ஏற்றுக்கொள்வது என்பது இதன் பொருள். இது குறிக்கப்படுகிறது  $\beta$  (பீட்டா), மற்றும் பீட்டா பிழை என்றும் அறியப்படுகிறது.
7. மாற்று கருதுகோளை விட பூஜ்ய கருதுகோள் புள்ளிவிவரங்களில் அடிக்கடி பயன்படுத்தப்படுகிறது, ஏனெனில் இது குறிப்பிட்டது மற்றும் நிகழ்தகவுகளின் அடிப்படையில் இல்லை.
8. சுற்றுச்சூழல் அறிவியலுக்கான கருதுகோள் சோதனையின் பயன்பாடுகள், கருதுகோள் சோதனை சுற்றுச்சூழல் அறிவியலின் கோட்பாடு மற்றும் பயன்பாட்டை முன்வைக்கிறது, இது பல்வேறு சிக்கல்களில் முடிவெடுப்பதற்கு பொருத்தமான சோதனைகளை மேற்கொள்ள ஆராய்ச்சியாளர்களை அனுமதிக்கிறது. சோதனைகள் சிக்கலான கணித ஆதாரங்களை நம்பாமல் எளிமைப்படுத்தப்பட்ட வடிவத்தில் வழங்கப்படுகின்றன, இதனால் ஆராய்ச்சியாளர்கள் மிகவும் பொருத்தமான சோதனையை எளிதாகக் கண்டுபிடித்து நிஜ உலக சூழ்நிலைகளுக்குப் பயன்படுத்துகின்றனர். ஒவ்வொரு உதாரணமும் யதார்த்தமான தரவுகளுக்கு முறையின் பயன்பாட்டைக் காட்டும் ஒரு வழக்கு ஆய்வுடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளது.
9. கருதுகோள் சோதனை என்பது மருத்துவ அறிவியல், சமூக அறிவியல் அல்லது அத்தகைய தொடர்புடைய துறைகளில் இருந்தாலும், அனைத்து ஆராய்ச்சிகளிலும் ஆராய்ச்சி முறையின் ஒருங்கிணைந்த மற்றும் மிக முக்கியமான அங்கமாகும். எந்தவொரு ஆராய்ச்சிப் பணியையும் மேற்கொள்வதில் திட்டமிடுதல், செயல்படுத்துதல் மற்றும் அதன் இறுதி முடிவுகளைப் பெறுதல் ஆகியவற்றில் இது ஒரு வழிகாட்டியாகும்.

### 11.6 தொகுப்பு

- புள்ளியியல் கருதுகோள் என்பது ஒரு கருதுகோள் ஆகும், இது சீரற்ற மாறிகளின் தொகுப்பின் மூலம் எடுக்கப்பட்ட உணரப்பட்ட மதிப்புகள் மாதிரியாகக் காணப்பட்ட தரவுகளின் அடிப்படையில் சோதிக்கப்படுகிறது.

## குறிப்பு

- ஒரு கருதுகோள் என்பது ஒரு ஆராய்ச்சியாளர் அதன் தர்க்கரீதியான அல்லது அனுபவரீதியான விளைவுகளை சோதிக்க விரும்பும் தோராயமான அனுமானமாகும். இது ஒரு நிகழ்வுக்கான பரிந்துரைக்கப்பட்ட விளக்கத்தையோ அல்லது பல நிகழ்வுகளுக்கு இடையே சாத்தியமான தொடர்புகளை பரிந்துரைக்கும் துப்பறியும் பகுத்தறிவைக் கொண்ட ஒரு முன்மொழிவையோ கொண்டிருக்கலாம்.
- கருதுகோள் தெளிவாகவும் துல்லியமாகவும் இருக்க வேண்டும், இதனால் ஒரு நிலையான முடிவை எடுக்க வேண்டும்.
- ஒரு கருதுகோள் சோதனைக்கு திறந்திருக்க வேண்டும், அதனால் மற்ற விலக்குகள் செய்யப்படலாம் மற்றும் அவதானிப்பின் மூலம் உறுதிப்படுத்தப்படலாம் அல்லது நிராகரிக்கப்படலாம். கருதுகோளை சோதிக்கக்கூடியதாக மாற்ற ஆராய்ச்சியாளர் சில முன் ஆய்வுகளை மேற்கொள்ள வேண்டும்.
- ஒரு கருதுகோள் நியாயமான நேரத்திற்குள் சோதிக்கப்படக்கூடியதாக இருக்க வேண்டும். வேறு வார்த்தைகளில் கூறுவதானால், ஒரு கருதுகோளின் சிறப்பானது சோதனைக்குத் தேவையான தரவைச் சேகரிக்க எடுக்கும் நேரத்தால் தீர்மானிக்கப்படுகிறது.
- கருதுகோள் சோதனை, ஒரு ஆய்வாளர் புள்ளியியல் மாதிரியை சோதிக்கிறார், பூஜ்ய கருதுகோளின் நம்பகத்தன்மையின் ஆதாரத்தை வழங்கும் குறிக்கோளுடன். புள்ளிவிவர ஆய்வாளர்கள் மக்கள்தொகையின் சீரற்ற மாதிரியை அளந்து ஆய்வு செய்வதன் மூலம் ஒரு கருதுகோளைச் சோதிக்கின்றனர்.
- மாற்று கருதுகோள் ஒரு பூஜ்ய கருதுகோளுக்கு நேர்மாறானது (எ.கா. மக்கள் தொகை சராசரி வருமானம் பூஜ்ஜியத்திற்கு சமமாக இல்லை). எனவே, அவை ஒன்றுக்கொன்று பிரத்தியேகமானவை, ஒன்று மட்டுமே உண்மையாக இருக்க முடியும்.
- இரண்டு வெவ்வேறு முறைகளை ஒப்பிடுகையில், அவற்றின் மேன்மையைப் பொறுத்து, ஒரு குறிப்பிட்ட முறையை மற்றதை ஒப்பிடும்போது நல்லது அல்லது கெட்டது என்று குறிப்பிடுவது மாற்று கருதுகோள் என்று அழைக்கப்படுகிறது.
- அனைத்து புள்ளியியல் சோதனைகளும் சீரற்ற மாதிரியை எடுத்துக்கொள்கின்றன. வழிமுறைகளைப் பற்றிய கருதுகோள்களின் சோதனைகள் இடைவெளி-விகித அளவீட்டின் அளவைக் கருதுகின்றன மற்றும் தேவைப்படுகின்றன பரிசீலனையில் உள்ள மக்கள் தொகை பொதுவாக விநியோகிக்கப்படும் அல்லது மாதிரி அளவு 50 ஐ விட பெரியதாக இருக்க வேண்டும்.
- பொருளாதார அளவீட்டில், ஒரு நேரத்தில் ஒரு விவரக்குறிப்பின் செல்லுபடியை சரிபார்க்க விவரக்குறிப்பு சோதனைகள் கட்டமைக்கப்பட்டுள்ளன. இந்த சோதனைகள் தடைசெய்யப்பட்ட மாதிரியின் மதிப்பீடுகள் மட்டுமே தேவைப்படும் பொதுவான மாதிரியின் செல்லுபடியை (அல்லது செல்லாத தன்மையை) 'உறுதிப்படுத்தும்'.
- மாதிரி புள்ளிவிவரங்களால் வரையறுக்கப்பட்ட மக்கள்தொகை அளவுருக்களின் மதிப்புகள் பற்றிய புள்ளிவிவர கருதுகோள் சோதனை மற்றும் முடிவெடுப்பதில், பூஜ்ய கருதுகோள் உள்ளது என்று வலியுறுத்துகிறது

## குறிப்பு

- வகை I பிழை  $\alpha$  ஆல் குறிக்கப்படுகிறது (ஆல்பா) மற்றும் ஒரு உண்மையான கருதுகோளை நிராகரிப்பதற்கான நிகழ்தகவு என வெளிப்படுத்தப்படுகிறது. இது முக்கியத்துவத்தின் நிலை என்றும் அழைக்கப்படுகிறது. 1-
- $\alpha$  நம்பிக்கையின் அளவை வெளிப்படுத்துகிறது.
- வகை II பிழை  $\beta$  ஆல் குறிக்கப்படுகிறது (பீட்டா) மற்றும் தவறான கருதுகோளை ஏற்றுக்கொள்வதற்கான நிகழ்தகவு என வெளிப்படுத்தப்படுகிறது.  $\beta$  இருப்பது விரும்பத்தக்கது அதன் மதிப்புக்கு முடிந்தவரை குறைந்த மதிப்பு, சோதனையின் சக்தியை பிரதிபலிக்கிறது மற்றும் குறைந்த  $\beta$  முக்கியத்துவம் வாய்ந்த சோதனை சக்தி வாய்ந்தது மற்றும் நம்பகமானது என்பதை மதிப்பு குறிக்கிறது.
- கருதுகோள் சோதனையில், பூஜ்ய கருதுகோள் உண்மையாக இருக்கும்போது நிராகரிக்கப்படும்போது ஒரு வகை I பிழை ஏற்படுகிறது; அதாவது,  $H_0$  தவறாக நிராகரிக்கப்படுகிறது.
- கருதுகோள் சோதனையில், பூஜ்ய கருதுகோள் போது ஒரு வகை II பிழை ஏற்படுகிறது  $H$ , இருக்கிறது
- உண்மையில் பொய்யாக இருக்கும் போது நிராகரிக்கப்படவில்லை.
- சோதிக்கப்பட வேண்டிய கருதுகோள் பூஜ்ய கருதுகோள் என்று அழைக்கப்படுகிறது மற்றும் இது குறிக்கப்படுகிறது  $H_0$ . மாற்று கருதுகோள் எனப்படும் இயற்கையின் பிற சாத்தியமான நிலைகளுக்கு எதிராக இது சோதிக்கப்பட வேண்டும். மாற்று பொதுவாக குறிக்கப்படுகிறது  $H_1$ .
- ஒரு புள்ளியியல் கருதுகோளைச் சோதிப்பது ஒரு விதியாகும், இது ஒரு கருதுகோளை ஏற்றுக்கொள்வது அல்லது நிராகரிப்பது என்ற முடிவுக்கு வழிவகுக்கிறது.
- கருதுகோள் சோதனையின் பயன்பாடு, உற்பத்தியாளர்கள் தரமான தரவை நன்கு புரிந்துகொள்ளவும், உற்பத்திக் கட்டுப்பாட்டிற்கு வழிகாட்டுதலை வழங்கவும் அனுமதிக்கும்.
- கருதுகோளின் சோதனை, மாதிரி-சோதனை என்றும் அறியப்படுகிறது, இது கிட்டத்தட்ட ஒவ்வொரு சமூக மற்றும் மேலாண்மை ஆராய்ச்சியிலும் ஒரு பொதுவான அம்சமாகும். சில புள்ளிவிவரக் கொள்கைகளைப் பின்பற்றி, கிடைக்கக்கூடிய மாதிரித் தகவலின் அடிப்படையில் மக்கள் தொகை (பண்புகள்) பற்றிய முடிவுக்கு வருகிறோம்.
- தரவு உறவுகள் பற்றிய அனுமானத்தை சரிபார்க்க உதவுவதற்கு வணிக பயன்பாடுகளில் கருதுகோள் சோதனை பயன்படுத்தப்படலாம்.
- கருதுகோள் சோதனையானது உற்பத்தி மற்றும் தரமான பொறியாளர்களாலும் பயன்படுத்தப்படுகிறது, அங்கு நீங்கள் ஒரு செயல்முறை அல்லது உற்பத்தி வரியிலிருந்து மதிப்பை மாதிரி செய்ய வேண்டும், செயல்முறை பெயரளவு மதிப்பில் உள்ளதா அல்லது சறுக்குகிறதா என்பதைக் கண்டறிய முயற்சிக்க வேண்டும்.

## 11.7 முக்கிய வார்த்தைகள்

- புள்ளியியல் கருதுகோள்: அஸ்டாடிஸ்டிகல் கருதுகோள் என்பது ஒரு கருதுகோள் ஆகும், இது சீரற்ற மாறிகளின் தொகுப்பால் எடுக்கப்பட்ட

## குறிப்பு

உணரப்பட்ட மதிப்புகள் மாதிரியாகக் காணப்பட்ட தரவுகளின் அடிப்படையில் சோதிக்கப்படுகிறது.

- பூஜ்ய கருதுகோள்: இரண்டு வெவ்வேறு முறைகளை அவற்றின் மேன்மையின் அடிப்படையில் ஒப்பிடும் போது, இரண்டு முறைகளும் சமமாக நல்லவை என்ற அனுமானம் பூஜ்ய கருதுகோள் என்று அழைக்கப்படுகிறது. இது புள்ளியியல் கருதுகோள் என்றும் அறியப்படுகிறது மற்றும் H0 என அடையாளப்படுத்தப்படுகிறது.
- மாற்று கருதுகோள்: இரண்டு வெவ்வேறு முறைகளை ஒப்பிடுகையில், அவற்றின் மேன்மையைப் பற்றி, ஒரு குறிப்பிட்ட முறையை மற்றதை ஒப்பிடும்போது நல்லது அல்லது கெட்டது என்று குறிப்பிடுவது மாற்று கருதுகோள் என்று அழைக்கப்படுகிறது. இது Ha என அடையாளப்படுத்தப்படுகிறது.
- விவரக்குறிப்பு: பொருளாதார அளவீட்டில், ஒரு நேரத்தில் ஒரு விவரக்குறிப்பின் செல்லுபடியை சரிபார்க்க விவரக்குறிப்பு சோதனைகள் கட்டமைக்கப்பட்டுள்ளன. இந்த சோதனைகள் தடைசெய்யப்பட்ட மாதிரியின் மதிப்பீடுகள் மட்டுமே தேவைப்படும் பொதுவான மாதிரியின் செல்லுபடியை (அல்லது செல்லாத தன்மையை) 'உறுதிப்படுத்தும்'.

## 11.8 சுய மதிப்பீட்டு கேள்விகள் மற்றும் பயிற்சிகள்

### குறுகிய பதில் கேள்விகள்

1. புள்ளியியல் கருதுகோளை வரையறுக்கவும்.
2. கருதுகோள் சோதனையின் படிக்களைக் கொடுங்கள்.
3. மாற்று கருதுகோள் என்றால் என்ன?
4. பூஜ்ய கருதுகோளை விரிவாகக் கூறுங்கள்.
5. கருதுகோள் சோதனையின் அனுமானங்களை விளக்கவும்.
6. கருதுகோள் சோதனையின் விவரக்குறிப்பு பற்றி விளக்கவும்.
7. கருதுகோள் சோதனையின் செயல்முறையை கொடுங்கள்.
8. பூஜ்ய மற்றும் கருதுகோளை வேறுபடுத்துங்கள்.
9. மருத்துவத் துறைக்கான கருதுகோள் சோதனையின் பயன்பாட்டைக் கொடுங்கள்.
10. வணிகத் துறையில் பயன்படுத்தப்படும் கருதுகோள் சோதனை பற்றி விளக்கவும்.

### நீண்ட பதில் கேள்விகள்

1. பொருத்தமான எடுத்துக்காட்டுகளுடன் கருதுகோள் சோதனை பற்றி சுருக்கமாக விளக்கவும்.
2. உதாரணங்களின் உதவியுடன் கருதுகோள் சோதனையின் அனுமானம் மற்றும் விவரக்குறிப்புகளை விவரிக்கவும்.
3. சுய-அறிவுறுத்தல் பாடங்கள் 319
4. கருதுகோள் மற்றும் கணிப்பு சோதனை பற்றி விரிவாக விளக்கவும்.
5. பல்வேறு வகையான படிக்களைக் கொடுக்கும் கருதுகோள் சோதனைக்கான செயல்முறையை பகுப்பாய்வு செய்யவும்.
6. பல்வேறு துறைகளில் கருதுகோள் சோதனையின் பயன்பாடுகள் பற்றி விரிவாக விவாதிக்கவும்.

குறிப்பு

Johnston, J. and John DiNARDO. 1997. *Econometric Methods*, Fourth Edition. New Delhi: Tata McGraw-Hill.

Koutsoyiannis, A. I 1977. *Theo,y of Econometrics*, Second Edition. London: The Macmillan Press Ltd.

Ozdemir, Durmu, 2016. *Applied Statistics for Economics and Business*, Second Edition. Izmir (Thrkey): Springer.

Maddala, G.S. 1992. *Introduction to Econometrics*, Second Edition. New York: Macmillan Publishing Cornpany.

Pindyck, R. S and D. L. Rubinfeld. 1998. *Econometric Models and Economic Forecasts*, Fourth Edition. New York: McGraw Hill.

Goldberger, A. S. 1998. *Introductory Econometrics*. Cambridge: Harvard University Press.

Levirie, David M., Timothy C. Krehbiei, Mark L Berenson and P. K. Viswanathan. 2009. *Business Statist.*, Fifth Edition. New Delhi: Pearson Education.

Webster, Allen L. 1998. *Applied Statistics for Business and Economics*, Third Edition. New Delhi: Tata McGraw-Hill.

பகுதி - IV  
பொருளாதார முறைகள் மற்றும்  
மென்பொருள் தொகுப்புகள்

குறிப்பு

அலகு 12  
மதிப்பீட்டு முறைகள்

கட்டமைப்பு

- 12.0 முன்னுரை
- 12.1 நோக்கங்கள்
- 12.2 மதிப்பீட்டு முறைகள்
- 12.3 ஒற்றை சமன்பாடு மற்றும் அமைப்புகள் மதிப்பீட்டு முறை
  - 12.3.1 மதிப்பீட்டு முறையின் ஒற்றை சமன்பாடு
  - 12.3.2 கணினி மதிப்பீட்டு முறை
- 12.4 எண்ணியல் சிக்கல்கள்
- 12.5 உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சரிபார்க்கும் கேள்விகளின் பதில்கள்
- 12.6 சுருக்கத் தொகுப்பு
- 12.7 முக்கிய வார்த்தைகள்
- 12.8 சுய மதிப்பீட்டு கேள்விகள் மற்றும் பயிற்சிகள்
- 12.9 மேலும் படிக்க

12.0 அறிமுகம்

நவீன பொருளாதார அளவீடுகளில் மதிப்பீடும் முறைகள், பொதுவான அனுபவச் சாத்தியக்கூறு மதிப்பீடு மற்றும் டிரிபிடிங் அளவுருக்களின் கீழ் மாற்று அசிம்ப்டோடிக் போன்ற பல்வேறு வளர்ந்து வரும் தலைப்புகளுக்கு விரிவான அறிமுகத்தை வழங்குகிறது. எனோமெட்ரிக் முறைகள், அவை புள்ளிவிவர மதிப்பீட்டு நுட்பங்கள் மற்றும் மதிப்பீட்டு முறைகள் பயன்படுத்தப்படும் பொருளாதார மாதிரிகள். பொருளாதார அல்லது நிதி மாறிகள் தொடர்பான மாதிரிகளை உருவாக்க, மதிப்பிட மற்றும் மதிப்பீடு செய்ய பொருளாதார அளவீட்டு பகுப்பாய்வு பயன்படுத்தப்படுகிறது.

ஒற்றைச் சமன்பாட்டைக் கொண்ட மாதிரிகளை மதிப்பிடுவதற்கு பல்வேறு முறைகள் பொருளாதார அளவீட்டில் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. மிகவும் பழமையான மற்றும் இன்னும் பொதுவாகப் பயன்படுத்தப்படுவது நேரியல் பின்னடைவுகளை மதிப்பிடுவதற்குப் பயன்படுத்தப்படும் சாதாரண குறைந்தபட்ச சதுர முறை ஆகும். நேரியல் அல்லாத மாதிரிகளை மதிப்பிடுவதற்கு பல்வேறு முறைகள் உள்ளன. நேரியல் அல்லாத மாதிரிகளின் ஒரு முக்கியமான வகுப்பானது, சார்பு மாறி தனித்தனியாக, துண்டிக்கப்பட்ட அல்லது தணிக்கை செய்யப்பட்ட உறவுகளை மதிப்பிட பயன்படுகிறது. லாஜிட், ப்ராபிட் மற்றும் டோபிட் மாதிரிகள் இதில் அடங்கும்.

## குறிப்பு

ஒற்றை சமன்பாடு முறைகள் நேரத் தொடர், குறுக்குவெட்டு அல்லது பேனல் தரவுகளுக்குப் பயன்படுத்தப்படலாம்.

கணினி முறைகள் மூன்று நிலைகள் குறைந்த சதுரம் (3SLS), மறுசெயல் மூன்று நிலைகள் குறைந்த சதுரம் (IT3SLS) மற்றும் முழு தகவல் அதிகப்பட்ச சாத்தியக்கூறு (FIML). இந்த முறைகள் கணினியில் உள்ள எண்டோஜனஸ் மாறிகள் பற்றிய தகவலைப் பயன்படுத்துகின்றன மற்றும் சமன்பாடுகள் முழுவதும் உள்ள பிழை கோவாரியன்ஸ் கணக்கில் எடுத்துக்கொள்கின்றன, எனவே விவரக்குறிப்பு பிழை இல்லாத நிலையில் அறிகுறியற்ற செயல்திறன் கொண்டது.

எண் பகுப்பாய்வு என்பது கணிதப் பகுப்பாய்வின் சிக்கல்களுக்கு (தனிப்பட்ட கணிதத்திலிருந்து வேறுபட்டது) எண்ணியல் தோராயத்தை (குறியீட்டு கையாளுதல்களுக்கு மாறாக) பயன்படுத்தும் வழிமுறைகளின் ஆய்வு ஆகும்.

இந்த யூனிட்டில், நீங்கள் மதிப்பீட்டு முறைகள், ஒற்றை சமன்பாடு மற்றும் அமைப்புகளின் மதிப்பீட்டு முறை மற்றும் எண் சிக்கல்கள் பற்றி படிப்பீர்கள்.

### 12.1 நோக்கங்கள்

இந்த அலகுக்குச் சென்ற பிறகு, உங்களால் முடியும்:

- பல்வேறு வகையான மதிப்பீட்டு முறைகள் பற்றி விளக்கவும்
- ஒற்றை சமன்பாடு மற்றும் அமைப்புகளின் மதிப்பீட்டு முறையைப் புரிந்து கொள்ளுங்கள்
- மதிப்பீட்டின் அடிப்படையில் எண் சிக்கல்களை பகுப்பாய்வு செய்யுங்கள்

### 12.2 மதிப்பீட்டு முறைகள்

#### அனுமானங்கள்

பொருளாதார மாதிரிகளை மதிப்பிடுவதற்கு எகனோமெட்ரிக் நுட்பங்கள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன, இது இறுதியில் பல்வேறு காரணிகள் ஆர்வத்தின் சில விளைவுகளை எவ்வாறு பாதிக்கிறது என்பதை விளக்குவதற்கு அல்லது எதிர்கால நிகழ்வுகளை முன்னறிவிப்பதற்கு உங்களை அனுமதிக்கிறது. ஆர்டினரி லீஸ்ட் ஸ்கொயர்ஸ் (OLS) நுட்பம் என்பது பின்னடைவு பகுப்பாய்வு மற்றும் பொருளாதார அளவீட்டு மாதிரிகளை மதிப்பிடுவதற்கு மிகவும் பிரபலமான முறையாகும், ஏனெனில் நிலையான சூழ்நிலைகளில் (மாதிரியானது புள்ளிவிவர அனுமானங்களின் வரிசையை திருப்திப்படுத்துகிறது) இது உகந்த (சாத்தியமான) முடிவுகளைத் தருகிறது.

OLS சிறந்த முடிவுகளை உருவாக்குகிறது என்பதற்கான ஆதாரம் காஸ்-மார்கோவ் தேற்றம் என்று அழைக்கப்படுகிறது, ஆனால் நிரூபணத்திற்கு பல அனுமானங்கள் தேவைப்படுகின்றன. கிளாசிக்கல் லீனியர் ரிக்ரஷன் மாடல் (CLRM) அனுமானங்கள் என அழைக்கப்படும் இந்த அனுமானங்கள் பின்வருமாறு:

- மாதிரி அளவுருக்கள் நேரியல், அதாவது பின்னடைவு குணகங்கள் அதிவேகங்களாக மதிப்பிடப்படும் செயல்பாட்டில் நுழைவதில்லை (மாறிகள் அடுக்குகளைக் கொண்டிருக்கலாம் என்றாலும்).



## குறிப்பு

- சுயாதீன மாறிகளுக்கான மதிப்புகள் மக்கள்தொகையின் சீரற்ற மாதிரியிலிருந்து பெறப்படுகின்றன, மேலும் அவை மாறுபாட்டைக் கொண்டிருக்கின்றன.
- விளக்க மாறிகள் சரியான இணைநிலையைக் கொண்டிருக்கவில்லை.
- பிழைச் சொல் பூஜ்ஜிய நிபந்தனை சராசரியைக் கொண்டுள்ளது, அதாவது சுயாதீன மாறியின் (s) எந்த குறிப்பிட்ட மதிப்பிலும் சராசரி பிழை பூஜ்ஜியமாகும்.
- மாடலில் பன்முகத்தன்மை இல்லை (சுயாதீன மாறியின் மதிப்பைப் பொருட்படுத்தாமல் பிழையின் மாறுபாடு ஒரே மாதிரியாக இருக்கும்).
- மாதிரிக்கு தன்னியக்க தொடர்பு இல்லை (பிழை சொல் காலப்போக்கில் முறையான உறவை வெளிப்படுத்தாது).

மதிப்பீட்டுக் கோட்பாடு என்பது புள்ளிவிவரங்களின் ஒரு பிரிவாகும், இது சீரற்ற கூறுகளைக் கொண்ட அளவிடப்பட்ட அனுபவ தரவுகளின் அடிப்படையில் அளவுருக்களின் மதிப்புகளை மதிப்பிடுவதைக் கையாள்கிறது. மதிப்பிடப்பட்ட அளவுருக்கள், அவற்றின் மதிப்பு அளவிடப்பட்ட தரவின் விநியோகத்தை பாதிக்கும் வகையில் அடிப்படையான இயற்பியல் அமைப்பை விவரிக்கிறது. ஒரு மதிப்பீட்டாளர் அளவீடுகளைப் பயன்படுத்தி அறியப்படாத அளவுருக்களை தோராயமாக மதிப்பிட முயற்சிக்கிறார். படிக்கவும் மதிப்பீட்டுக் கோட்பாட்டில், இரண்டு அணுகுமுறைகள் பொதுவாகக் கருதப்படுகின்றன.

- நிகழ்தகவு அணுகுமுறை (இந்தக் கட்டுரையில் விவரிக்கப்பட்டுள்ளது) அளவிடப்பட்ட தரவு, ஆர்வத்தின் அளவுருக்கள் சார்ந்து நிகழ்தகவு விநியோகத்துடன் சீரற்றதாக இருக்கும் என்று கருதுகிறது.
- செட்-உறுப்பினர் அணுகுமுறை அளவிடப்பட்ட தரவு திசையன் அளவுரு திசையன் சார்ந்த ஒரு தொகுப்பிற்கு சொந்தமானது என்று கருதுகிறது.

பொதுவாகப் பயன்படுத்தப்படும் மதிப்பீட்டாளர்கள் (மதிப்பீட்டு முறைகள்) மற்றும் அவற்றுடன் தொடர்புடைய தலைப்புகள்:

1. அதிகபட்ச சாத்தியக்கூறு மதிப்பிடுபவர்கள்
2. பேய்ஸ் மதிப்பீட்டாளர்கள்
3. கணத்தின் மதிப்பீட்டாளர்களின் முறை
4. கிராமர்-ராவ் பிணைக்கப்பட்டார்
5. குறைந்த சதுரங்கள்
6. குறைந்தபட்ச சராசரி சதுரப்பிழை (எம்எம்எஸ்இ), பேய்ஸ் லீஸ்ட் ஸ்கொயர்ட் எரர் (பிஎல்எஸ்இ) என்றும் அழைக்கப்படுகிறது.
7. அதிகபட்சம் ஒரு போஸ்டீரியோரி (MAP)

1. **அதிகபட்ச சாத்தியக்கூறு மதிப்பீட்டாளர்கள்:** புள்ளிவிவரங்களில், அதிகபட்ச சாத்தியக்கூறு மதிப்பீடு (MLE) என்பது ஒரு நிகழ்தகவு செயல்பாட்டை அதிகரிப்பதன் மூலம் நிகழ்தகவு விநியோகத்தின் அளவுருக்களை மதிப்பிடுவதற்கான ஒரு முறையாகும், எனவே அனுமானப்பட்ட புள்ளிவிவர மாதிரியின் கீழ் கவனிக்கப்பட்ட தரவு மிகவும் சாத்தியமானதாக இருக்கும். நிகழ்தகவு செயல்பாட்டை அதிகப்படுத்தும் அளவுரு இடத்தில் உள்ள புள்ளி அதிகபட்ச சாத்தியக்கூறு மதிப்பீடு எனப்படும். அதிகபட்ச சாத்தியக்கூறுகளின் தர்க்கம் உள்ளூணர்வு மற்றும் நெகிழ்வானது, மேலும் இந்த முறை புள்ளியியல் அனுமானத்தின் மேலாதிக்க வழிமுறையாக

## குறிப்பு

மாறியுள்ளது. நிகழ்தகவு செயல்பாடு வேறுபட்டதாக இருந்தால், அதிகபட்சத்தை தீர்மானிப்பதற்கான வழித்தோன்றல் சோதனையைப் பயன்படுத்தலாம். சில சந்தர்ப்பங்களில், நிகழ்தகவு செயல்பாட்டின் முதல்-வரிசை நிபந்தனைகள் வெளிப்படையாக தீர்க்கப்படும்; உதாரணமாக, சாதாரண குறைந்தபட்ச சதுர மதிப்பீட்டாளர் நேரியல் பின்னடைவு மாதிரியின் சாத்தியத்தை அதிகரிக்கிறது. இருப்பினும், பெரும்பாலான சூழ்நிலைகளில், அதிகபட்ச சாத்தியக்கூறு செயல்பாட்டைக் கண்டறிய எண்ணியல் முறைகள் அவசியமாக இருக்கும். பேய்சியன் அனுமானத்தின் பார்வையில் இருந்து, MLE என்பது, அளவுருக்களின் ஒரே மாதிரியான முன் விநியோகத்தை எடுத்துக் கொள்ளும் அதிகபட்ச பின்பக்க மதிப்பீட்டின் ஒரு சிறப்பு நிகழ்வாகும். அடிக்கடி அனுமானத்தில், MLE என்பது ஒரு தீவிர மதிப்பீட்டாளரின் ஒரு சிறப்பு நிகழ்வாகும், புறநிலை செயல்பாடு சாத்தியக்கூறு ஆகும்.

2. **பேய்ஸ் மதிப்பீட்டாளர்கள்:** மதிப்பீட்டுக் கோட்பாடு மற்றும் முடிவுக் கோட்பாட்டில், பேய்ஸ் மதிப்பீட்டாளர் அல்லது பேய்ஸ் நடவடிக்கை என்பது ஒரு மதிப்பீடு அல்லது முடிவு விதி ஆகும், இது இழப்பு செயல்பாட்டின் பின்புற எதிர்பார்க்கப்படும் மதிப்பைக் குறைக்கிறது (அதாவது, பின்புற எதிர்பார்க்கப்படும் இழப்பு). சமமாக, இது ஒரு பயன்பாட்டு செயல்பாட்டின் பின்புற எதிர்பார்ப்பை அதிகரிக்கிறது. பேய்சியன் புள்ளிவிபரங்களுக்குள் ஒரு மதிப்பீட்டை உருவாக்குவதற்கான ஒரு மாற்று வழி, அதிகபட்சம் ஒரு பிந்தைய மதிப்பீடு ஆகும்.
3. **கணத்தின் மதிப்பீட்டாளர்களின் முறை:** புள்ளிவிவரங்களில், கணங்களின் முறை என்பது மக்கள்தொகை அளவுருக்களை மதிப்பிடுவதற்கான ஒரு முறையாகும். ஆர்வத்தின் அளவுருக்களின் செயல்பாடுகளாக மக்கள்தொகை தருணங்களை (அதாவது, பரிசீலனையில் உள்ள சீரற்ற மாறியின் சக்திகளின் எதிர்பார்க்கப்படும் மதிப்புகள்) வெளிப்படுத்துவதன் மூலம் இது தொடங்குகிறது. அந்த வெளிப்பாடுகள் மாதிரி தருணங்களுக்கு சமமாக அமைக்கப்படும். அத்தகைய சமன்பாடுகளின் எண்ணிக்கை மதிப்பிடப்பட வேண்டிய அளவுருக்களின் எண்ணிக்கையைப் போலவே இருக்கும். அந்த சமன்பாடுகள் ஆர்வத்தின் அளவுருக்களுக்குத் தீர்க்கப்படுகின்றன. தீர்வுகள் அந்த அளவுருக்களின் மதிப்பீடுகள். கணங்களின் முறையானது 1887 ஆம் ஆண்டில் மத்திய வரம்பு தேற்றத்தின் ஆதாரத்தில் பாஃப்டுடி செபிஷேவ் என்பவரால் அறிமுகப்படுத்தப்பட்டது. மக்கள்தொகை தருணங்களுக்கு விநியோகத்தின் அனுபவ தருணங்களைப் பொருத்துவதற்கான யோசனை குறைந்தபட்சம் பியர்சனுக்கு முந்தையது.
4. **கிராமர்-ராவ் பிணைப்பு:** மதிப்பீட்டுக் கோட்பாடு மற்றும் புள்ளிவிபரங்களில், Cramér–Rao Bound (CRB) என்பது, ஒரு நிர்ணயிக்கும் (நிலையான, அறியப்படாத) அளவுருவின் பாரபட்சமற்ற மதிப்பீட்டாளர்களின் மாறுபாட்டின் மீது குறைந்த வரம்பை வெளிப்படுத்துகிறது. ஃபிஷர் தகவலின் தலைகீழ். ஹரால்ட் க்ராமர் மற்றும் சி ஆகியோரின் நினைவாக இந்த முடிவு பெயரிடப்பட்டது. ஆர். ராவ், ஆனால் சுயாதீனமாக மாரிஸ் ஃப்ரெசெட், ஜார்ஜஸ் டார்மோயிஸ் மற்றும் அலெக்சாண்டர் ஜட்கன் மற்றும் ஹரோல்ட் சில்வர்ஸ்டோன் ஆகியோரால் பெறப்பட்டது. இந்த குறைந்த வரம்பை

## குறிப்பு

அடையும் ஒரு பக்கச்சார்பற்ற மதிப்பீட்டாளர் (முழுமையான) திறமையானவர் என்று கூறப்படுகிறது. அத்தகைய தீர்வு அனைத்து பக்கச்சார்பற்ற முறைகளிலும் மிகக் குறைந்த சராசரி ஸ்கொயர் பிழையை அடைகிறது, எனவே இது குறைந்தபட்ச மாறுபாடு சார்பற்ற (MVU) மதிப்பீட்டாகும். இருப்பினும், சில சந்தர்ப்பங்களில், எல்லையை அடையும் எந்த ஒரு பக்கச்சார்பற்ற நுட்பமும் இல்லை. எந்தவொரு பக்கச்சார்பற்ற மதிப்பீட்டாளருக்கும், கண்டிப்பாக சிறிய மாறுபாட்டுடன் மற்றொன்று இருந்தால் அல்லது MVU மதிப்பீட்டாளர் இருந்தால் இது நிகழலாம், ஆனால் அதன் மாறுபாடு ஃபிஷர் தகவலின் நேர்மாறானதை விட கண்டிப்பாக அதிகமாக இருக்கும். கொடுக்கப்பட்ட சார்புகளின் சார்பு மதிப்பீட்டாளர்களின் மாறுபாட்டைக் கட்டுப்படுத்தவும் கிராமர்-ராவ் பிணைப்பு பயன்படுத்தப்படலாம். சில சமயங்களில், ஒரு சார்பு அணுகுமுறை ஒரு மாறுபாடு மற்றும் சராசரி ஸ்கொயர் பிழை இரண்டையும் விளைவிக்கலாம், அவை பாரபட்சமற்ற கிராமர்-ராவ் கீழ் எல்லைக்குக் கீழே இருக்கும்.

5. **குறைந்த சதுரங்கள்:** ஒவ்வொரு சமன்பாட்டின் முடிவுகளிலும் செய்யப்பட்ட எச்சங்களின் சதுரங்களின் கூட்டுத்தொகையைக் குறைப்பதன் மூலம் மிகைப்படுத்தப்பட்ட அமைப்புகளின் (தெரியாததை விட அதிக சமன்பாடுகள் உள்ள சமன்பாடுகளின் தொகுப்புகள்) தீர்வை தோராயமாக மதிப்பிடுவதற்கான பின்னடைவு பகுப்பாய்வில் குறைந்தபட்ச சதுரங்களின் முறை ஒரு நிலையான அணுகுமுறையாகும். மிக முக்கியமான பயன்பாடு தரவு பொருத்துதலில் உள்ளது. குறைந்த-சதுர அர்த்தத்தில் சிறந்த பொருத்தம், ஸ்கொயர் எச்சங்களின் கூட்டுத்தொகையைக் குறைக்கிறது (ஒரு எச்சம்: கவனிக்கப்பட்ட மதிப்புக்கும் பொருத்தப்பட்டதற்கும் இடையே உள்ள வேறுபாடு மாதிரியால் வழங்கப்பட்ட மதிப்பு). சுயாதீன மாறியில் ( $x$  மாறி) சிக்கல் கணிசமான நிச்சயமற்ற தன்மையைக் கொண்டிருக்கும்போது, எளிமையான பின்னடைவு மற்றும் குறைந்த-சதுர முறைகளில் சிக்கல்கள் இருக்கும்; இதுபோன்ற சந்தர்ப்பங்களில், குறைந்தபட்ச சதுரங்களுக்குப் பதிலாக, மாறிகளில் பிழைகள் மாதிரிகளைப் பொருத்துவதற்குத் தேவையான வழிமுறைகள் பரிசீலிக்கப்படலாம்.
6. **குறைந்தபட்ச சராசரி சதுரப் பிழை (MMSE):** மதிப்பீட்டாளர் புள்ளியியல் மற்றும் சமிக்ஞை செயலாக்கத்தில், குறைந்தபட்ச சராசரி சதுரப் பிழை (MMSE) மதிப்பீட்டாளர் என்பது சராசரி சதுரப் பிழையை (MSE) குறைக்கும் ஒரு மதிப்பீட்டு முறையாகும், இது ஒரு சார்பு மாறியின் பொருத்தப்பட்ட மதிப்புகளின் மதிப்பீட்டின் தரத்தின் பொதுவான அளவீடு ஆகும். பேய்சியன் அமைப்பில், MMSE என்ற சொல், இருபடி இழப்பு செயல்பாட்டின் மதிப்பீட்டைக் குறிக்கிறது. அத்தகைய சூழ்நிலையில், மதிப்பிடப்பட வேண்டிய அளவுருவின் பின்புற சராசரியால் MMSE மதிப்பீட்டாளர் வழங்கப்படுகிறது. பின்பக்க சராசரியைக் கணக்கிடுவதில் சிரமம் இருப்பதால், MMSE மதிப்பீட்டாளரின் வடிவம் பொதுவாக ஒரு குறிப்பிட்ட வகை செயல்பாடுகளுக்குள் இருக்கக் கட்டுப்படுத்தப்படுகிறது. லீனியர் MMSE மதிப்பீட்டாளர்கள் ஒரு பிரபலமான தேர்வாகும், ஏனெனில் அவை பயன்படுத்த எளிதானது, கணக்கிட எளிதானது மற்றும் மிகவும் பல்துறை. இது வீனர்-கோல்மோகோரோவ் ஃபில்டர் மற்றும் கல்மான்

## குறிப்பு

ஃபில்டர் போன்ற பல பிரபலமான மதிப்பீட்டாளர்களை உருவாக்கியுள்ளது.

7. **அதிகபட்சம் ஒரு போஸ்டிரியோரி (MAP):** பேய்சியன் புள்ளிவிவரங்களில், அதிகபட்ச ஒரு பின்புற நிகழ்தகவு (MAP) மதிப்பீடு என்பது அறியப்படாத அளவின் மதிப்பீடாகும், இது பின்புற விநியோக முறைக்கு சமம். அனுபவ தரவுகளின் அடிப்படையில் கவனிக்கப்படாத அளவின் புள்ளி மதிப்பீட்டைப் பெற MAP பயன்படுத்தப்படலாம். இது அதிகபட்ச சாத்தியக்கூறு (ML) மதிப்பீட்டின் முறையுடன் நெருங்கிய தொடர்புடையது, ஆனால் ஒரு ஆக்மென்ட் ஆப்டிமைசேஷன் நோக்கத்தைப் பயன்படுத்துகிறது, இது ஒரு முன் விநியோகத்தை உள்ளடக்கியது (இது தொடர்புடைய நிகழ்வின் முன் அறிவின் மூலம் கிடைக்கும் கூடுதல் தகவலைக் கணக்கிடுகிறது). எனவே MAP மதிப்பீட்டை அதிகபட்ச சாத்தியக்கூறு மதிப்பீட்டின் முறைப்படுத்தலாகக் காணலாம்.

### 12.3 ஒற்றை சமன்பாடு மற்றும் அமைப்புகள் மதிப்பீட்டு முறை

புள்ளியியல் ரீதியாக தரவுகளின் மீது அனுமானத்தை உருவாக்கும் முறை 'புள்ளியியல் அனுமானம்'. எனவே, கருதுகோளின் சோதனை மற்றும் அனுமானம் ஆகியவை சம்பந்தப்பட்ட மிக முக்கியமான காரணிகளாகும். மதிப்பீட்டின் கோட்பாடு என்பது புள்ளிவிவரங்களின் ஒரு பகுதியாகும், இது சத்தத்துடன் சிதைந்த அவதானிப்புகளிலிருந்து அளவுருக்களைப் பிரித்தெடுக்கிறது. மதிப்பீடு என்பது புள்ளிவிவரங்கள் மற்றும் சமிக்ஞை செயலாக்கத்தின் ஒரு பகுதியாகும், இது அளவிடப்பட்ட மற்றும் கவனிக்கப்பட்ட அனுபவ தரவு மூலம் அளவுருக்களின் மதிப்புகளை தீர்மானிக்கிறது. ஒரு செயல்பாடு அல்லது குறிப்பிட்ட மக்கள்தொகையின் உண்மையான மதிப்பை அளவிடுவதற்கும் கண்டறிவதற்காகவும் மதிப்பிடும் செயல்முறை மேற்கொள்ளப்படுகிறது. இலக்கு மக்கள் தொகை அல்லது செயல்பாட்டின் ஒருங்கிணைந்த பகுதியான மாதிரிகள் மீதான அவதானிப்புகளின் அடிப்படையில் இது செய்யப்படுகிறது. மதிப்பீட்டின் பணியைச் செய்ய பல புள்ளிவிவரங்கள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன.

#### 12.3.1 மதிப்பீட்டு முறையின் ஒற்றை சமன்பாடு

ஒற்றைச் சமன்பாட்டைக் கொண்ட மாதிரிகளை மதிப்பிடுவதற்கு பல்வேறு முறைகள் பொருளாதார அளவீட்டில் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. மிகவும் பழமையான மற்றும் இன்னும் பொதுவாகப் பயன்படுத்தப்படுவது நேரியல் பின்னடைவுகளை மதிப்பிடுவதற்குப் பயன்படுத்தப்படும் சாதாரண குறைந்தபட்ச சதுர முறை ஆகும். நேரியல் அல்லாத மாதிரிகளை மதிப்பிடுவதற்கு பல்வேறு முறைகள் உள்ளன. நேரியல் அல்லாத மாதிரிகளின் ஒரு முக்கியமான வகுப்பானது, சார்பு மாறி தனித்தனியாக, துண்டிக்கப்பட்ட அல்லது தணிக்கை செய்யப்பட்ட உறவுகளை மதிப்பிட பயன்படுகிறது. லாஜிட், ப்ராபிட் மற்றும் டோபிட் மாதிரிகள் இதில் அடங்கும். ஒற்றை சமன்பாடு முறைகள் நேரத் தொடர், குறுக்குவெட்டு அல்லது பேனல் தரவுகளுக்குப் பயன்படுத்தப்படலாம். ஒற்றைச் சமன்பாடு முறைகள் ஒன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட வெளிப்புற விளக்க மாறிகள் மூலம் வட்டியின் ஒரு

மாறி தீர்மானிக்கப்படும் மாதிரிகளை மதிப்பிடுவதற்கு பொருளாதார அளவீடுகளில் பயன்படுத்தப்படுகிறது.

### ஒற்றைச் சமன்பாட்டிற்கான பாரம்பரிய நேரத் தொடர் பகுப்பாய்வு

அரசியல் அறிவியலில் நேரத் தொடர் தரவுகளைப் பயன்படுத்தும் ஆராய்ச்சி, குறுக்குவெட்டுத் தரவை பகுப்பாய்வு செய்யப் பயன்படுத்தப்படும் அதே பின்னடைவு நுட்பங்களைப் பயன்படுத்துகிறது. இந்த பாரம்பரிய நேரத் தொடர் பகுப்பாய்வுகளில் பெரும்பாலானவை பின்வருவன போன்ற ஒற்றைச் சமன்பாடு மாதிரிகளைக் கருதுகின்றன:

$$Y_t = \beta_0 + \sum \beta_1 - k X_1 - k, t - i + \varepsilon_t$$

இங்கே  $Y_t$  நேரத்தில் சார்பு மாறி உள்ளது  $t$ ,  $X_{t-i}$  முதல்  $k$  சுதந்திரமான  $\sim N(0, \sigma^2)$ .

மாறிகள்  $x$ , மற்றும்  $\mu$  என்பது சீரற்ற பிழைச் சொல்  $\sim N(0, \sigma^2)$

( $t = 1, \dots, n$ ) பொருளாதார அளவியல் மாதிரியானது, ஒரு ஒற்றை சீரான சமன்பாட்டின் வடிவத்தில், பொருளாதார அளவீடுகளில் முதன்மையான கருவியாகும். அதன் விளக்கத்தின் பொருள்  $y$  உடன் ஒரு சார்பு மாறி  $Y$  ஐக் கொண்டுள்ளது  $Y$  அவதானிப்புகள், எங்கே  $t$  புள்ளியியல் கண்காணிப்பின் எண் ( $t = 1, \dots, n$ ) மற்றும்  $n$  மாதிரி அளவு. சார்பு மாறி என்பது பொருளாதாரம் மற்றும் ஒரு குறிப்பிட்ட பொருளாதார வகையைக் குறிக்கிறது.

$X_1$  என குறிக்கப்பட்ட விளக்க மாறிகள், ...,  $X_j$ , ...,  $X_k$ , அடிப்படையில், சார்பு மாறி  $Y$  இன் மாறுபாடுகளை ஏற்படுத்தும் காரணிகளைக் குறிக்கிறது. மேலும், ஒவ்வொரு சார்பு மாறிகளுக்கும் சில புள்ளியியல் அவதானிப்புகள் ஒதுக்கப்படுகின்றன:  $X_1, \dots, X_j, \dots, X_k$ , மாறியைக் குறிக்கும், ...மாறியைக் குறிக்கும், ... அத்துடன்  $x_{tk} X_j$  மாறிக்கு.

ஒற்றை சீரற்ற சமன்பாடு கொண்ட மாதிரியின் மிகவும் பொதுவான வடிவத்தை பின்வருமாறு எழுதலாம்:  $x_{tk}$  for the variable  $X_k$ .

$$y_t = f(x_{t1}, \dots, x_{tj}, \dots, x_{tk}, \eta_t),$$

மேலும் ஒரு மாறியுடன்  $t$ , சீரற்ற கூறு. இந்த சீரற்ற கூறு மாதிரிக்கு அதன் சீரற்ற தன்மையை அளிக்கிறது மற்றும் பின்வருவனவற்றின் முடிவுகளை வழங்குகிறது:

- பொருளாதார நிகழ்வுகள் மற்றும் செயல்முறைகளின் சீரற்ற தன்மை.
- குறைவான முக்கியத்துவம் வாய்ந்த மற்றும் புள்ளிவிவர ரீதியாக முக்கியமற்ற காரணிகளுக்கு இணங்குவதில் இருந்து நனவான மற்றும் நோக்கத்துடன் ராஜினாமா செய்தல்.
- பொருளாதார நிகழ்வுகள் மற்றும் செயல்முறைகளின் கண்காணிப்பு மற்றும் அளவீட்டின் போது தவறானது.
- சமன்பாட்டின் பகுப்பாய்வு வடிவத்தை தீர்மானிப்பதில் முழு துல்லியம் இல்லாதது.
- எண் கணக்கீடுகளின் போக்கில் ரவுண்ட்-அப்கள்.

### 12.3.2 கணினி மதிப்பீட்டு முறை

ஒரே நேரத்தில் சமன்பாடுகளை மதிப்பிடுவதற்கு இரண்டு அடிப்படை முறைகள் உள்ளன: குறைந்தபட்ச சதுரங்கள் மற்றும் அதிகபட்ச சாத்தியக்கூறுகள். இந்த வகைகளில் ஒவ்வொன்றிலும் இரண்டு அணுகுமுறைகள் உள்ளன: ஒற்றை சமன்பாடு முறைகள் மற்றும் கணினி மதிப்பீடு. டீ ஸ்டேஜ் லீஸ்ட் ஸ்கொயர் (2SLS), த்ரீ ஸ்டேஜ் லீஸ்ட் ஸ்கொயர் (3SLS)

### குறிப்பு

## குறிப்பு

மற்றும் இட்ரேடிவ் தரீ ஸ்டேஜ் லீஸ்ட் ஸ்கொயர் (IT3LS) ஆகியவை குறைந்த-சதுர முறையைப் பயன்படுத்துகின்றன; வரையறுக்கப்பட்ட-தகவல் அதிகபட்ச சாத்தியக்கூறு (LIML) மற்றும் முழு தகவல் அதிகபட்ச சாத்தியக்கூறு (FIML) ஆகியவை அதிகபட்ச சாத்தியக்கூறு முறையைப் பயன்படுத்துகின்றன. 2SLS மற்றும் LIML ஆகியவை ஒற்றைச் சமன்பாடு முறைகள் ஆகும், அதாவது ஒரு குறிப்பிட்ட சமன்பாட்டில் உள்ள அளவுருக்களை மதிப்பிடுவதில் மற்ற சமன்பாடுகளில் உள்ள கட்டுப்பாடுகளை அதிகமாகக் கண்டறிவது கணக்கில் எடுத்துக்கொள்ளப்படுவதில்லை. கணினி முறைகள் 3SLS, IT3SLS மற்றும் FIML ஆகும். இந்த முறைகள் கணினியில் உள்ள எண்டோஜெனஸ் மாறிகள் பற்றிய தகவலைப் பயன்படுத்துகின்றன மற்றும் சமன்பாடுகள் முழுவதும் உள்ள பிழை கோவாரியன்ஸ் கணக்கில் எடுத்துக்கொள்கின்றன, எனவே விவரக்குறிப்பு பிழை இல்லாத நிலையில் அறிகுறியற்ற செயல்திறன் கொண்டது.

- k -வகுப்பு மதிப்பீடு என்பது 2SLS, சாதாரண குறைந்த சதுரங்கள் (OLS), LIML மற்றும் குறைந்தபட்ச எதிர்பார்க்கப்பட்ட இழப்பு (MELO) முறைகளை சிறப்பு நிகழ்வுகளாக உள்ளடக்கிய மதிப்பீட்டு முறைகளின் வகுப்பாகும். k- மதிப்பு 1க்கும் குறைவான பரிந்துரைக்கப்படுகிறது ஆனால் தேவையில்லை.
- மெலோ ஒரு பேய்சியன் k - வகுப்பு மதிப்பீட்டாளர். இது OLS மற்றும் 2SLS மதிப்பீடுகளின் மேட்ரிக்ஸ் எடையுள்ள சராசரியாக வெளிப்படுத்தக்கூடிய மதிப்பீடுகளை அளிக்கிறது.
- தொடர்பற்றதாகத் தோன்றும் பின்னடைவுகள் (SUR) மற்றும் திரும்பத் திரும்பத் தோன்றும் வகையில் தொடர்பில்லாத பின்னடைவுகள் (ITSUR) முறைகள், அளவுரு மதிப்பீடுகளின் செயல்திறனை மேம்படுத்தும் முயற்சியில் சமன்பாடுகள் முழுவதும் உள்ள பிழைச் சொற்களுக்கு இடையே சமகாலத் தொடர்பு பற்றிய தகவலைப் பயன்படுத்துகின்றன.

### கருவி மாறிகள் மற்றும் k -வகுப்பு மதிப்பீட்டு முறைகள்

இன்ஸ்ட்ருமென்டல் மாறி முறைகள், எண்டோஜெனஸ் மாறி Y ஒரு பின்னடைவாகத் தோன்றும்போது அதற்குக் கணிக்கப்பட்ட மாறியை மாற்றுவதை உள்ளடக்குகிறது. கணிக்கப்பட்ட மாறிகள் கருவி மாறிகள் மற்றும் எண்டோஜெனஸ் மாறிகளின் நேரியல் செயல்பாடுகளாகும்.

2SLS முறை மாற்றீடுகள்க்கான Y, இது நிலையான மதிப்பீடுகளில் விளைகிறது. 2SLS இல், ப்ராஜெக்ட்டைப் பெற கருவி மாறிகள் பின்னடைவுகளாகப் பயன்படுத்தப்படுகின்றன

மதிப்பு, இது பின்னர் மாற்றப்படுகிறது Y. பொதுவாக, கணினியின் முன்னரே தீர்மானிக்கப்பட்ட மாறிகள் கருவிகளாகப் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. உங்கள் சமன்பாடுகளின் அமைப்பிலிருந்து முன்னரே தீர்மானிக்கப்பட்ட மாறிகளைத் தவிர வேறு மாறிகளை கருவிகளாகப் பயன்படுத்த முடியும்; இருப்பினும், மதிப்பீடு திறமையாக இருக்காது. நிலையான மதிப்பீடுகளுக்கு, கருவிகள் எஞ்சியவற்றுடன் தொடர்பற்றதாக இருக்க வேண்டும் மற்றும் எண்டோஜெனஸ் மாறியுடன் தொடர்புடையதாக இருக்க வேண்டும்.

k -வகுப்பு மதிப்பீட்டாளர்கள் கருவி மாறி மதிப்பீட்டாளர்கள் ஆகும், அங்கு முதல்-நிலை கணிக்கப்பட்ட மதிப்புகள் ஒரு சிறப்பு வடிவத்தை எடுக்கும்:

$$Y^* = (1 - k)Y + kY$$

ஒரு குறிப்பிட்ட மதிப்புக்கு  $k$ . நிகழ்தகவு வரம்பு  $k$  நிலையான அளவுரு மதிப்பீடுகளுக்கு 1க்கு சமமாக இருக்க வேண்டும்.

LIML முறையானது, ஒரு சமன்பாடு சரியாகக் கண்டறியப்படும்போது, 2SLS மதிப்பீடுகளுக்குச் சமமான சீரான மதிப்பீடுகளை விளைவிக்கிறது. LIML ஐ குறைந்தபட்ச மாறுபாடு விகித மதிப்பீட்டாளர்களாக அல்லது அதிகபட்ச சாத்தியக்கூறு மதிப்பீட்டாளர்களாகக் காணலாம். LIML விகிதத்தைக் குறைப்பதை உள்ளடக்கியது

$$\lambda = (rvar\_eq)/(rvar\_sys),$$

எங்கே  $rvar\_சம$  அந்த சமன்பாட்டில் தோன்றும் அனைத்து முன்னரே தீர்மானிக்கப்பட்ட மாறிகள் மீது எடையுள்ள எண்டோஜெனஸ் மாறிகளின் பின்னடைவுடன் தொடர்புடைய எஞ்சிய மாறுபாடு, மற்றும்  $rvar\_sys$  கணினியில் உள்ள அனைத்து முன்னரே தீர்மானிக்கப்பட்ட மாறிகள் மீது எடையுள்ள எண்டோஜெனஸ் மாறிகள் பின்னடைவுடன் தொடர்புடைய எஞ்சிய மாறுபாடு ஆகும்.  $k$  LIML இன் வகுப்பு விளக்கம் அது  $k = \lambda$ . OLS மற்றும் 2SLS போலல்லாமல், எங்கே  $k$  முறையே 0 மற்றும் 1 ஆகும்,  $k$  LIML முறையில் சீரற்றது.

MELO முறையானது குறைந்தபட்ச எதிர்பார்க்கப்படும் இழப்பு மதிப்பீட்டைக் கணக்கிடுகிறது. MELO முறையானது, 'நேரியல் கட்டமைப்பு மாதிரிகளின் கட்டமைப்பு குணகங்களுக்கான பொதுவான இருபடி இழப்பு செயல்பாடுகளின் பின்புற எதிர்பார்ப்பைக் குறைத்தல்' (நீதிபதி மற்றும் பலர்.1985, 635). மற்றவை அடிக்கடி பயன்படுத்தப்படுகின்றன  $k$  -வகுப்பு மதிப்பீட்டாளர்கள் பொதுவாக எதிர்கொள்ளும் சில சூழ்நிலைகளில் வரையறுக்கப்பட்ட தருணங்களைக் கொண்டிருக்க மாட்டார்கள், எனவே இருபடி மற்றும் பிற இழப்புச் செயல்பாடுகளுடன் ஒப்பிடும்போது எல்லையற்ற ஆபத்து இருக்கலாம். MELO மதிப்பீட்டாளர்களுக்கு வரையறுக்கப்பட்ட இரண்டாவது தருணங்கள் உள்ளன, அதனால் வரையறுக்கப்பட்ட ஆபத்து உள்ளது.

ஒப்பிடுவதற்கான ஒரு வழி  $k$  -வகுப்பு மதிப்பீட்டாளர்கள் எப்போது என்பதை கவனிக்க வேண்டும்  $k = 1$ , ரிக்ரஸுக்கும் எஞ்சியவற்றுக்கும் இடையே உள்ள தொடர்பு முற்றிலும் சரி செய்யப்பட்டது. மற்ற எல்லா நிகழ்வுகளிலும், இது ஓரளவு மட்டுமே சரி செய்யப்படுகிறது.

### SUR மற்றும் 3SLS மதிப்பீட்டு முறைகள்

சமன்பாடுகள் முழுவதும் பிழைகளின் சமகால தொடர்பு இருக்கும்போது SUR அளவுரு மதிப்பீடுகளின் செயல்திறனை மேம்படுத்தலாம். நடைமுறையில், சமகால தொடர்பு அணி OLS எச்சங்களைப் பயன்படுத்தி மதிப்பிடப்படுகிறது. இரண்டு சூழ்நிலைகளின் கீழ், SUR அளவுரு மதிப்பீடுகள் OLS ஆல் தயாரிக்கப்பட்டவை போலவே இருக்கும்: சமன்பாடுகள் முழுவதும் பிழைகளின் சமகால தொடர்பு இல்லாதபோது (சமகால தொடர்பு மேட்ரிக்ஸின் மதிப்பீடு மூலைவிட்டமானது); மற்றும் சமன்பாடுகள் முழுவதும் சுயாதீன மாறிகள் ஒரே மாதிரியாக இருக்கும்போது.

கோட்பாட்டளவில், உங்கள் சமன்பாடுகள் சரியாகக் குறிப்பிடப்பட்டிருந்தால், பெரிய மாதிரிகளில் SUR அளவுரு மதிப்பீடுகள் குறைந்தபட்சம் OLSஐப் போலவே திறமையாக இருக்கும். இருப்பினும், சிறிய மாதிரிகளில் கோவாரியன்ஸ் மேட்ரிக்ஸை மதிப்பிடுவது அவசியம் OLS எச்சங்கள் SUR மதிப்பீடுகளின் மாதிரி மாறுபாட்டை அதிகரிக்கிறது, மேலும் இந்த விளைவு SUR OLS ஐ விட குறைவான செயல்திறன் கொண்டதாக இருக்கும்.

### குறிப்பு

## குறிப்பு

மாதிரி அளவு சிறியதாகவும், முழுவதும் சமன்பாடு தொடர்புகள் சிறியதாகவும் இருந்தால், SUR ஐ விட OLS க்கு முன்னுரிமை அளிக்கப்பட வேண்டும். விவரக்குறிப்பு பிழையின் விளைவுகள் OLS ஐ விட SUR உடன் மிகவும் தீவிரமானவை.

3SLS முறையானது 2SLS மற்றும் SUR முறைகளின் யோசனைகளை ஒருங்கிணைக்கிறது. 2SLS போலவே, 3SLS முறையும் அதற்குப் பதிலாகப் பயன்படுத்துகிறது  $Y$  எண்டோஜனஸ் ரிக்ரஸர்களுக்கு, இது நிலையான மதிப்பீடுகளில் விளைகிறது. SUR போன்று, 3SLS முறையானது பெரிய மாதிரி செயல்திறனை மேம்படுத்த, குறுக்கு சமன்பாடு பிழை தொடர்புகளை கணக்கில் எடுத்துக்கொள்கிறது. 3SLS க்கு, 2SLS எச்சங்கள் குறுக்கு சமன்பாடு பிழை கோவாரியன்ஸ் மேட்ரிக்கை மதிப்பிடுவதற்குப் பயன்படுத்தப்படுகின்றன.

SUR மற்றும் 3SLS முறைகள் SUR அல்லது 3SLS எச்சங்களிலிருந்து குறுக்கு சமன்பாடு கோவாரியன்ஸ் மேட்ரிக்கின் மதிப்பீட்டை மறுகணிப்பதன் மூலம் மீண்டும் மீண்டும் செய்ய முடியும், பின்னர் இந்த புதுப்பிக்கப்பட்ட கோவாரியன்ஸ் மேட்ரிக்கில் மதிப்பீட்டின் அடிப்படையில் புதிய SUR அல்லது 3SLS மதிப்பீடுகளைக் கணக்கிடலாம். ஒருங்கிணைப்பு ITSUR அல்லது IT3SLS மதிப்பீடுகளை உருவாக்கும் வரை இந்த மறு செய்கையைத் தொடர்கிறது.

## FIML மதிப்பீட்டு முறை

FIML மதிப்பீட்டாளர் என்பது LIML மதிப்பீட்டாளர்  $r$  இன் அமைப்பு பொதுமைப்படுத்தல் ஆகும். FIML முறையானது சமன்பாடு அமைப்பின் குறைக்கப்பட்ட வடிவத்தின் எச்சங்களுடன் தொடர்புடைய கோவாரியன்ஸ் மேட்ரிக்கின் தீர்மானிப்பதைக் குறைப்பதை உள்ளடக்குகிறது. அதிகப்பட்ச சாத்தியக்கூறு நிலைப்பாட்டில் இருந்து, LIML முறையானது பிழைகள் பொதுவாக விநியோகிக்கப்படுகின்றன என்று கருதி, ஒரு குறிப்பிட்ட சமன்பாட்டின் மீதான கட்டுப்பாடுகளுக்கு உட்பட்டு சாத்தியக்கூறு செயல்பாட்டை அதிகப்படுத்துகிறது. எஃப்ஐஎம்எல் ஒத்ததாக இருக்கிறது, சமன்பாட்டில் உள்ளவை மட்டுமல்ல, மாதிரியில் உள்ள அனைத்து அளவுருக்கள் மீதான கட்டுப்பாடுகளுக்கு உட்பட்டு சாத்தியக்கூறு செயல்பாடு அதிகரிக்கப்படுகிறது. எஃப்ஐஎம்எல் முறையானது கருவி மாறி முறையாக செயல்படுத்தப்படுகிறது (ஹவுஸ்மேன் 1975).

## ஒரே நேரத்தில் சமன்பாடுகளுக்கான ஒரு முறையைத் தேர்ந்தெடுப்பது

ஒரு மதிப்பீட்டு முறையைத் தேர்ந்தெடுப்பதில் பல காரணிகள் கணக்கில் எடுத்துக்கொள்ளப்பட வேண்டும். விவரக்குறிப்பு பிழை இல்லாத நிலையில் கணினி முறைகள் அறிகுறியற்ற முறையில் மிகவும் திறமையானவை என்றாலும், ஒற்றை சமன்பாடு முறைகளை விட கணினி முறைகள் விவரக்குறிப்பு பிழைக்கு அதிக உணர்திறன் கொண்டவை.

நடைமுறையில், மாதிரிகள் ஒருபோதும் சரியாக குறிப்பிடப்படவில்லை. தவறான விவரக்குறிப்பு அமைப்பு முறைகளைத் தவிர்ப்பதற்கு உத்தரவாதம் அளிக்கும் அளவுக்கு தீவிரமானதா என்பது தீர்ப்பின் விஷயம்.

கருத்தில் கொள்ள வேண்டிய மற்றொரு காரணி மாதிரி அளவு. சிறிய மாதிரிகளுடன், 3SLS க்கு 2SLS முன்னுரிமை அளிக்கப்படலாம். பொதுவாக,  $k$ -கிளாஸ் மதிப்பீட்டாளர்களின் சிறிய மாதிரி பண்புகளைப் பற்றி அதிகம்



## குறிப்பு

கூறுவது கடினம், ஏனெனில் இது பயன்படுத்தப்படும் பின்னடைவைச் சார்ந்தது.

LIML மற்றும் FIML ஆகியவை இயல்பாக்குதல் விதிக்கு மாறாதவை ஆனால் 2SLS அல்லது 3SLS ஐ விட கணக்கீட்டு ரீதியாக அதிக விலை கொண்டவை.

சமன்பாடுகள் முழுவதும் பிழைகள் இடையே சமகால தொடர்புக்கான காரணம் ஒரு பொதுவான தவிர்க்கப்பட்ட மாறியாக இருந்தால், SUR ஐப் பயன்படுத்துவது அவசியமில்லை. SUR அளவுரு மதிப்பீடுகள் OLS ஐ விட விவரக்குறிப்பு பிழைக்கு அதிக உணர்திறன் கொண்டவை. இந்த சூழ்நிலைகளில் OLS சிறந்த அளவுரு மதிப்பீடுகளை உருவாக்கலாம். SUR மதிப்பீடுகளும் பிழை கோவாரியன்ஸ் மேட்ரிக்ஸின் மாதிரி மாறுபாட்டால் பாதிக்கப்படுகின்றன. சிறிய மாதிரிகளில் OLS ஐ விட SUR குறைவான செயல்திறன் கொண்டது என்று மான்டே கார்லோ ஆய்வுகளில் இருந்து சில சான்றுகள் உள்ளன.

## 12.4 எண்ணியல் சிக்கல்கள்

புள்ளிவிபரங்களில், சமன்பாடுகளை மதிப்பிடும் முறையானது, புள்ளியியல் மாதிரியின் அளவுருக்கள் எவ்வாறு மதிப்பிடப்பட வேண்டும் என்பதைக் குறிப்பிடுவதற்கான ஒரு வழியாகும். கணங்களின் முறை, குறைந்தபட்ச சதுரங்கள் மற்றும் அதிகபட்ச சாத்தியக்கூறுகள் மற்றும் எம்-மதிப்பீடுகள் போன்ற சில சமீபத்திய முறைகள் போன்ற பல பாரம்பரிய முறைகளின் பொதுமைப்படுத்தலாக இது கருதப்படலாம். முறையின் அடிப்படையானது மாதிரி தரவு மற்றும் அறியப்படாத மாதிரி அளவுருக்கள் ஆகிய இரண்டையும் உள்ளடக்கிய ஒரே நேரத்தில் சமன்பாடுகளின் தொகுப்பைக் கொண்டிருப்பது அல்லது கண்டறிவது ஆகும். மதிப்பீடுகளை அடிப்படையாகக் கொண்ட கவனிக்கப்பட்ட தரவுகளின் தொகுப்பின் அடிப்படையில். சமன்பாடுகளை மதிப்பிடுவதற்கான முக்கிய எடுத்துக்காட்டுகள் நிகழ்தகவு சமன்பாடுகள் ஆகும்.

ஒரு எண் தீர்வின் துல்லியத்தை மதிப்பிடுவதற்காக, பின்தங்கிய பிழை பகுப்பாய்வு வழிமுறையானது, அசல் சிக்கலுக்கு நெருக்கமான ஒரு சிக்கலின் சரியான தீர்வாக எண்ணியல் தீர்வைக் கருதுகிறது. இது பின்தங்கிய பகுப்பாய்வை நேரடி பிழை பகுப்பாய்விலிருந்து வேறுபடுத்துகிறது, இது எண் தீர்வுகளின் கணக்கீட்டில் உள்ள பிழைகளின் துல்லியத்தை மதிப்பிடுகிறது. நேரடி பிழை பகுப்பாய்வு முறைகளில், மதிப்பீடுகளின் வரம்புகளில் ஒரு பெரிய அதிகரிப்பு குறிப்பிடப்பட்டுள்ளது, இது பெரும்பாலான சந்தர்ப்பங்களில் எண் பிழைகளின் மதிப்புகளை அதிகமாக மீறுகிறது. மோனோகிராப்பில், ஸ்டெட்டர் வாதிட்டார், 'நேரடியான பிழை பகுப்பாய்வு என்பது, தனிப்படுத்தல் முறையின் எளிமையான பயன்பாடுகளைத் தவிர, ஒருபோதும் பொருந்தாது, மேலும் பொதுவாக நீங்கள் எண்ணியல் தீர்வுகளை கணக்கிடும் செயல்பாட்டில் பெறப்பட்ட தகவலை பெரிதும் நம்பியிருக்க வேண்டும்' என்று வாதிட்டார். 1950 ஆம் ஆண்டில் கவனிக்கப்பட்ட அனைத்து வேறுபாடு திட்டங்களும் ஒரு குறிப்பிட்ட அர்த்தத்தில் தவறானவை:  $h^2 \rightarrow 0$  கண்ணி பரிமாணத்தை வரம்பில்லாமல் அதிகரிக்க வேண்டும். உண்மையில், பல எண்ணியல் வழிமுறைகளுக்கு, எண் தீர்வின் பிழையின் எல்லை (கட்டமைக்கப்படலாம்) வேகமாக வளர்ந்து வருகிறது, இருப்பினும் பிழை மதிப்புகள் பெரும்பாலும் மிகச் சிறியதாக மாறிவிடும். பிழைகளின் கோட்பாட்டின் பின்தங்கிய பகுப்பாய்வு

## குறிப்பு

சிக்கல்களின் வளர்ச்சிக்கு இது அடிப்படையாக இருந்தது: செயல்பாட்டின் பிழையைப் பொறுத்தவரை, அதன் வாதங்களின் பிழைகளைத் தீர்மானிக்க வேண்டியது அவசியம். பல தீர்வுகளுடன் அறியப்படாத சார்பு சமன்பாடு கட்டமைக்கப்பட்டுள்ளது. சிக்கலுக்கு ஒரு தீர்வைத் தனிமைப்படுத்த, கூடுதல் நிபந்தனையை (அல்லது பல நிபந்தனைகள்) வைக்க வேண்டியது அவசியம். எனவே, பெறப்பட்ட எண் தீர்வின் துல்லியத்தை மதிப்பிடும் போது, இந்த தீர்வு அசல் சிக்கலை தோராயமாக மதிப்பிடும் ஒரு சிக்கலுக்கு சரியான தீர்வாக இருக்கும் என்று நம்பப்படுகிறது. நேரியல் இயற்கணிதம் சிக்கல்களின் எண் ரீதியான தீர்வுக்கான சிக்கல்களில் விலகின்சன் ஜே. வால் இத்தகைய முறை உருவாக்கப்பட்டது, மேலும் எண் பகுப்பாய்வின் பிற பகுதிகளுக்கும் விரிவுபடுத்தப்பட்டது. பயன்படுத்துகிறது நேரடி மற்றும் பின்தங்கிய பிழை பகுப்பாய்வு வோவோடின்  $VV$ , நேரியல் இயற்கணிதத்தின் மிக முக்கியமான முறைகளில் ரவுண்டிங் பிழைகளை மதிப்பிடும் முறைகளை திறம்பட கணக்கிட்டது மற்றும் முடிவுகளை கணிசமாக உருவாக்கியது. இடைநிலை கணக்கீடுகளின் முடிவுகளின் ரவுண்டிங் பிழைகளை ரேண்டம் உள்ளீட்டுத் தரவைச் சார்ந்த செயல்பாடுகளாகக் கருதினால், நேரடிச் சிக்கல்களுக்கு, ரவுண்டிங் பிழைகள் தனித்த, ஒரே சீராக விநியோகிக்கப்பட்ட சீரற்ற மாறிகளாக (இலக்கங்களின் எண்ணிக்கையின் அடிப்படையில்) செயல்படுகின்றன என்பது நிரூபிக்கப்பட்டது. எண்களின் பிரதிநிதித்துவம்). நேரியல் இயற்கணிதத்தின் பல சிக்கல்களைத் தீர்ப்பதில் உள்ளீட்டுத் தரவின் சிறிய இடையூறுகளின் தாக்கம் குறித்து ஆய்வுகள் நடத்தப்பட்டன, இதில் தவறாக முன்வைக்கப்பட்டவை உட்பட. பின்தங்கிய பிழை பகுப்பாய்வைப் பயன்படுத்தி, நேரியல் இயற்கணித சமன்பாடுகளின் அமைப்புகளின் (SLAE) தீர்வுகள் மற்றும் பல சிக்கல்களுக்கு மிகவும் துல்லியமான பிழை மதிப்பீடுகள் பெறப்பட்டன.

**ஆபரேட்டர் படிவத்தில் உள்ள சாதாரண வேறுபட்ட சமன்பாடுகள் (ODE) அமைப்புகளுக்கான உலகளாவிய பிழை மதிப்பீட்டு அல்காரிதம்**

ஆரம்ப தரவுகளுடன் சாதாரண வேறுபட்ட சமன்பாடுகளின் (ODE கள்) அமைப்பு தீர்க்கப்பட்டும்.

$$F(y) := \begin{pmatrix} -y(t_0) + y_0 \\ -y'(t) + f(t, y(t)) \end{pmatrix}, t_0 \leq t \leq T$$

12.3

இந்த அமைப்பு ஒரு நேரியல் அல்லாத ஆபரேட்டர் சமன்பாட்டின் வடிவத்தில் எழுதப்பட்டுள்ளது  $F(Y)=0$ , இதில் அனைத்து கூடுதல் நிபந்தனைகளும் சில செயல்பாட்டு இடைவெளிகளை வரைபடமாக்கும் ஆபரேட்டரில் சேர்க்கப்பட்டுள்ளன. தீர்வின் இருப்பு மற்றும் தனித்துவத்தை உறுதிப்படுத்த தேவைகள் விதிக்கப்படுகின்றன. நாங்கள் எண் முறையைப் பயன்படுத்துகிறோம் மற்றும் தோராயமான தீர்வைப் பெறுகிறோம், இது செயல்பாட்டு வாதத்தின் டொமைனின் வேறுபாடு கட்டத்தின் மீது சரியான தீர்வின் முன்கணிப்பை தோராயமாக மதிப்பிடுகிறது. ODE அமைப்பிற்காக கட்டப்பட்ட சீரான கட்டம் என கொடுக்கப்பட்டுள்ளது  $t_n = a + nh$ ;  $n = 0, \dots, N$  அதேசமயம்  $N$  நேர்மறை முழு எண். துல்லியமான மற்றும் தோராயமான தீர்வுகளை ஒப்பிட்டுப் பார்க்க, ஒருவர் அனைத்து தீர்வுகளையும் ஒரே செயல்பாட்டு இடத்தில் (தனிப்பட்ட அல்லது தொடர்ச்சியான) திட்டமிட வேண்டும்.

## குறிப்பு

**வரையறை 1.** ODE அமைப்பின் எண் தீர்வின் இடைக்கணிப்பின் உலகளாவிய பிழையானது அமைப்பின் சரியான தீர்வுக்கும் எண் தீர்வின் இடைக்கணிப்புக்கும் உள்ள வித்தியாசமாகும். சில சந்தர்ப்பங்களில், இந்த மதிப்புகளின் வேறுபாட்டின் விதிமுறையைக் குறிக்க உலகளாவிய பிழை என்ற சொல் பயன்படுத்தப்படுகிறது.

**வரையறை 2.** ஒரு குறைபாடு அல்லது எச்சம் என்பது ஒரு அளவு

$$\delta(t) := \frac{du}{dt}(t) - f(t, u) \quad 12.4.$$

உலகளாவிய பிழையின் வரம்பைக் கணக்கிடுவதற்கு ஒரு குறைபாட்டைப் பயன்படுத்துவதன் மூலம் எண் தீர்வுகளின் பிழைகளின் பின்தங்கிய பகுப்பாய்வு செய்யப்படலாம்.  $\|y(t) - u(t)\|$ ,  $-u(t)$ , என்கே  $y(t)$  ODE அமைப்பின் சரியான தீர்வு மற்றும்  $u(t)$  ஆல் கட்டப்பட்ட ஒரு இடைக்கணிப்பு ஆகும் எண் தீர்வு  $y_h$ . இதன் பொருள் என்பதால், குறைபாடு சமன்பாடு 12.3 என்ற வேறுபட்ட சமன்பாட்டை எண்ணியல் தீர்வு எந்த அளவிற்கு பூர்த்தி செய்யவில்லை என்பதை அளவிடும் அளவிற்கு சமம். ஒரு குறைபாடு (எஞ்சிய) கருத்து முடியும் அசல் சமன்பாடு 12.3 மற்றும் சரியான தீர்வு எண் தீர்வாக இருக்கும் சமன்பாட்டிற்கும் இடையே உள்ள வேறுபாட்டுடன் ஒப்பிடலாம். உலகளாவிய பிழை விதிமுறை

$\varepsilon = \|y_h - \Delta y\|$ . பொதுவான வழக்கில், போதுமான மென்மையான

ஆபரேட்டருக்கு  $F$ , பிழை  $\varepsilon = 0$  (hr), என்கே  $h$  கட்டம் படி,  $r$  எண் தீர்வின் துல்லிய வரிசையை வகைப்படுத்தும் நேர்மறை முழு எண்.

உலகளாவிய பிழையை மதிப்பிடுவதில், ஒத்திவைக்கப்பட்ட திருத்த அணுகுமுறை மிகவும் முக்கியத்துவம் வாய்ந்தது, இது மிகவும் துல்லியமான எண்ணியல் தீர்வைக் கணக்கிடுகிறது., முன்பு கண்டுபிடிக்கப்பட்ட எண் தீர்வுடன் திருத்தச் சொல்லைச் சேர்ப்பதன் மூலம் பெறப்பட்டது.

கணக்கீட்டிற்கு சில எண் முறைகளைப் பயன்படுத்த வேண்டும்  $\theta$ .  $\theta$  என, நீங்கள் பயன்படுத்தலாம் ஒரு எண் தீர்வு முறை  $y_h$  பெறப்பட்டது, இது செலவு சேமிப்புடன் செய்யப்படலாம். முறையின் மாறுபாடு  $\theta$ , மிகவும் திறமையான முறை வரிசை  $p > 1$  ஐயும் பயன்படுத்தலாம். எடுத்துக்காட்டாக, சிக்கலுக்கு ஆய்லர் முறையைத் தேர்ந்தெடுக்கலாம்.

$$\varphi(y_h)_i := \begin{cases} -y_{h,0} + \alpha, & i = 0, \\ -\frac{(y_{h,i} - y_{h,i-1})}{h} + f(t_{i-1}, y_{h,i-1}), & i = 1, \dots, N \end{cases}$$

12.5

ஒத்திவைக்கப்பட்ட திருத்தத்தைச் செயல்படுத்த, உள்ளிருக்கும் பிழை  $\lambda := \theta(\Delta y)$  பயன்படுத்தப்படுகிறது, இது வேறுபாடு சமன்பாட்டை தீர்க்கும் சிக்கலின் சரியான தீர்வு மூலம் தோராயத்தின் தரத்தை வகைப்படுத்துகிறது  $\theta(y)$  ஆய்லர் முறைக்கு,

$$\lambda_i = \begin{cases} 0, & i = 0 \\ -\frac{hy''(\tau_i)}{2}, & i = 1, \dots, N \end{cases}$$

இந்த சூத்திரத்தில்,  $\tau$  என்பது சில இடைநிலை புள்ளி  $i$  இடைவெளி. வெளிப்படையாக, உள்ளிருக்கும் பிழையின் அளவு  $\lambda$  என்றால் போதுமான அளவு துல்லியத்துடன் அறியப்படுகிறது, பின்னர் கட்டம் முனைகளில் சரியான தீர்வைக் கண்டுபிடிப்பது எளிது  $\Delta y$  சமன்பாட்டை தீர்ப்பதன் மூலம்  $\theta(\Delta y) = \lambda$  ஒத்திவைக்கப்பட்ட திருத்தம் முறையின் முக்கிய யோசனை, சில ஆபரேட்டரைப் பயன்படுத்தி உள்ளிருக்கும் பிழையின் மதிப்பீட்டைப்

## குறிப்பு

பெறுவதாகும், இது எண் தீர்வின் உள்ளிருக்கும் பிழையின் மதிப்பீட்டாகும்.  $y$ . நாங்கள் பயன்படுத்தியதால்  $\eta = \Delta y + O(h')$  ஆர்டரின் அளவை மதிப்பிடுவதற்கு  $hp$ , மதிப்பீடு திருப்திகரமாக இருக்கும் என்று தோன்றுகிறது  $\psi(\eta) = \lambda + O(h r+p)$  இன்னும் துல்லியமான தீர்வு சமன்பாடுகளின் அமைப்பின் தீர்வாகக் காணப்படுகிறது. அதை எதிர்பார்க்க முடியுமானால், ஒரு நிலையான முறை சமன்பாடுகளுக்கு

இது ஒரு நிலையான முறைக்காக எதிர்பார்க்கப்படுகிறது  $\eta = \Delta y + O(hp)$  இது உலகளாவிய பிழையின் மதிப்பீட்டை வழங்குகிறது  $\eta$  - துல்லியமானது  $O(h r+p)$  எனவே, ஒத்திவைக்கப்பட்ட திருத்தம் உலகளாவிய பிழை மதிப்பீட்டு சிக்கலை உள்ளிருக்கும் பிழை மதிப்பீட்டு சிக்கலாக குறைக்கிறது. ஆபரேட்டர்  $\mathcal{A}$  உறவை திருப்திப்படுத்த வேண்டும் என்று கருதலாம்  $\Phi(\Delta y) = \lambda + O(h r+p)$  இருப்பினும், இது போதாது, ஏனெனில்  $\Phi$  இது இந்த நிபந்தனையை துல்லியமாக பூர்த்தி செய்கிறது மற்றும் என்ன என்பதை ஒருவர் உறுதியாக கூற முடியாது  $\Phi(yh)$  ஒரு பொருத்தமான மதிப்பீடு, குறிப்பாக இருந்தால்  $yh$  சமன்பாட்டை தீர்க்கும் போது காணப்படுகிறது  $\psi(y)=0$ .

இரண்டாவது நிபந்தனையை வைக்க வேண்டியது அவசியம்  $\psi$  அதனால் பிழை  $O(h')$  கணக்கிடும் போது  $y$  மூலம் குறைக்கப்படுகிறது  $O(h^p)$  என்றால் இந்த நிலை பொதுவாக திருப்திகரமாக இருக்கும் என்று பல எண்ணியல் சோதனைகள் காட்டுகின்றன  $\Phi(\Delta z) = O(hp)$  ஒரு தன்னிச்சையான போதுமான மென்மையான செயல்பாட்டிற்கு  $z$ .

ஆய்லர் முறையின் உள்ளிருக்கும் பிழையின் மதிப்பிடப்பட்ட செயல்பாட்டின் உதாரணமாக நாங்கள் கருதுகிறோம்,

$$\psi(y_h)_i := \begin{cases} 0, & i = 0 \\ -\left(\frac{h}{2}\right) \cdot \left(\frac{f(t_i, y_{h,i}) - f(t_{i-1}, y_{h,i-1})}{h}\right), & i = 1, \dots, N. \end{cases}$$

For an arbitrary function  $z$

$$\psi(\Delta z)_n = -\left(\frac{h}{2}\right) \left(f_t(\tau'_n, z(\tau'_n)) + f_z(\tau'_n, z(\tau'_n))z'(\tau'_n)\right) O(h)$$

and with  $z = y$

$$\psi(\Delta y)_n = -\left(\frac{h}{2}\right) y''(\tau'_n) = \lambda_n + O(h^2).$$

இதன் விளைவாக, தாமதமான திருத்தம் மூன்று கூறுகளைக் கொண்டுள்ளது: ஒரு எண் தீர்வு  $y$ , ஒரு பயனுள்ள எண் முறை  $\Phi$ , மற்றும் மதிப்பிடப்பட்ட உள்ளிருக்கும் பிழை செயல்பாடு  $\Phi$  மேம்படுத்தப்பட்ட தீர்வு சமன்பாட்டின் அடிப்படையில் கணக்கிடப்படுகிறது  $\Phi(\eta) = \Phi(y)$  மற்றும் உறவை திருப்திப்படுத்துகிறது  $\Phi(y) = \lambda + O(h r+p)$ , ஒரு தன்னிச்சையாக அதை வழங்கியது செயல்பாடு

**குறைபாடு மாற்றத்தைப் பயன்படுத்தி தோராயமான தீர்வின் மதிப்பீட்டை உருவாக்குவதில் முறைப்படுத்துதல்**

ஆபரேட்டர் சமன்பாட்டை நாங்கள் வரையறுக்கிறோம்,

எங்கே  $Z$ ,  $U$  சில மெட்ரிக் இடைவெளிகள். பின்வரும் நிபந்தனைகள் பூர்த்தி செய்யப்பட்டால் சிக்கல்  $Az = u$ ,  $z \in Z$ ,  $u \in U$ , (12.6) சரியாக முன்வைக்கப்படுகிறது: சமன்பாடு 12.3 என்பது ஆபரேட்டர் சமன்பாடு ஆகும் 12.5 எந்த வலது பக்கத்திற்கும் தீர்க்கக்கூடியது  $u \in \mathcal{R}(A)$ , ஆபரேட்டர் சமன்பாட்டின் தீர்வு சமன்பாடு 12.6 இன் வலது பக்கத்தின் குழப்பத்தின் கீழ் நிலையானது, இது தலைகீழ் ஆபரேட்டரின் தொடர்ச்சியைக் குறிக்கிறது  $A^{-1}$  ;

## குறிப்பு

முழு இடத்திலும் வரையறுக்கப்பட்டுள்ளது  $u$ , ஆபரேட்டர் சமன்பாடு 12.6 இன் தீர்வு தனித்துவமானது. இந்த நிபந்தனைகளில் ஒன்றையாவது பூர்த்தி செய்யவில்லை என்றால், பிரச்சனை தவறாக முன்வைக்கப்படுகிறது.

மோசமான பிரச்சனைகளின் வர்க்கம் மிகவும் பரந்தது; பிழைகள், சில உகந்த கட்டுப்பாட்டு சிக்கல்கள் மற்றும் சில நேரியல் இயற்கணிதம் சிக்கல்கள் மற்றும் செயல்பாட்டைக் குறைப்பதன் மூலம் ஃபோரியர் தொடரின் குணகங்களின் சுருக்கம் ஆகியவை இதில் அடங்கும். நேரடி மற்றும் பின்தங்கிய பிழை பகுப்பாய்வு முறைகளைப் பயன்படுத்தும் அனுபவம், இந்த முறைகளும் தவறான சிக்கல்கள் என்று நம்புவதற்குக் காரணத்தை அளிக்கிறது; பின்தங்கிய பகுப்பாய்விற்கு, சிக்கலை ஒழுங்குபடுத்துவதைப் பயன்படுத்துவது நியாயமானது.

### எண்ணியல் சோதனைகளின் முடிவுகள்

அலைவு சமன்பாட்டிற்கு (முதல் வரிசையின் இரண்டு வேறுபட்ட சமன்பாடுகளின் அமைப்பின் வடிவத்தில் எழுதப்பட்டது) இடைவெளியில்  $[0, 10000]$ , எண்களின் மதிப்புகள் நான்காவது வரிசையின் ஒரு-படி ரன்ஜ்-குட்டா முறை மற்றும் iகாவது வரிசையின் பல-படி ஆடம்ஸ் முறையைப் பயன்படுத்தி தீர்வு கணக்கிடப்பட்டது, ஏனெனில் கணினிக்கான சரியான தீர்வு அறியப்படுகிறது மற்றும் சிக்கலான ஈடுசெய்யும் இலக்கை இலக்காகக் கொண்ட எண் முறைகளைப் பயன்படுத்த வேண்டிய அவசியமில்லை. தீர்வுகளின் பகுதிகள் (உதாரணமாக, ஒருமைப்பாடு அல்லது விறைப்பு), கணினிக்கு ஒரு பிழை மதிப்பீடு (உலகளாவிய பிழை) பெறப்பட்டது. ஒத்திவைக்கப்பட்ட வேறுபாடு திருத்தம் மற்றும் ரிச்சர்ட்சன் எக்ஸ்ட்ராபோலேஷன் மற்றும் தலைகீழ் பிழை பகுப்பாய்வு ஆகியவற்றைப் பயன்படுத்தினோம். தலைகீழ் பிழை பகுப்பாய்வு மூலம் கணக்கிடப்பட்ட மதிப்பீடுகள் இப்படி இருக்கும்:

தவறு (10) = 0.456148217 .10<sup>-6</sup>, தவறு (100) = 0.6465776799 .10<sup>-5</sup>,

தவறு (1000) = 0.78572562324.10<sup>-4</sup>, தவறு (10000) = 0.187345329827. 10<sup>-3</sup>

ODE அமைப்பைத் தீர்ப்போம்,

$$\begin{aligned} err(10) &= 0.456148217 \cdot 10^{-6}, & err(100) &= 0.6465776799 \cdot 10^{-5}, \\ err(1000) &= 0.78572562324 \cdot 10^{-4}, & err(10000) &= 0.187345329827 \cdot 10^{-3} \end{aligned}$$

Let us solve the ODE system,

$$\frac{dy_1(t)}{dt} = y_2(t), \quad \frac{dy_2(t)}{dt} = y_3(t), \quad \frac{dy_3(t)}{dt} = -y_2(t) - 0.5y_1^2(t) + 1$$

ஆரம்ப தரவுகளுடன்  $y_1(0) = 0$ ,  $y_2(0) = 0$ ,  $y_3(0) = 1$  iகாவது வரிசையின் ஒரு-படி ரன்ஜ்-குட்டா முறை மற்றும் iகாவது வரிசையின் பல-படி ஆடம்ஸ் முறையைப் பயன்படுத்துகிறது. தாமதமான வேறுபாடு திருத்தம் அல்லது ரிச்சர்ட்சன் எக்ஸ்ட்ராபோலேஷனைப் பயன்படுத்தி கணக்கிடப்பட்ட பிழை மதிப்பீடுகள் சமமாக இருக்கும்  $t = 1$

$$\begin{aligned} err_{y_1}(1) &= .617423026019743194 - .617423026020436306 \approx 10^{-16}, \\ err_{y_2}(1) &= .129539072722494274 - .129539072723032510 \approx 10^{-16}, \\ err_{y_3}(1) &= 1.34603247053568098 - 1.34603247053760988 \approx 10^{-12} \end{aligned}$$

தாமதமான வேறுபாடு திருத்தம் அல்லது ரிச்சர்ட்சன் எக்ஸ்ட்ராபோலேஷனைப் பயன்படுத்தி கணக்கிடப்பட்ட பிழை மதிப்பீடுகள் சமமாக இருக்கும்  $t = 7.5$

## குறிப்பு

$$err_{y1}(7.5) \approx 10^{-5}, err_{y1}(7.5) \approx 10^{-4}, err_{y1}(7.5) \approx 10^{-3}$$

பின்தங்கிய பிழை பகுப்பாய்வைப் பயன்படுத்தி கணக்கிடப்பட்ட பிழை மதிப்பீடுகள் சமமாக இருக்கும்  $t = 7.5$

$$err_{y1}(7.5) \approx 10^{-6}, err_{y1}(7.5) \approx 10^{-6}, err_{y1}(7.5) \approx 10^{-5}$$

### முடிவுரை

எண்ணியல் தீர்வுகளில் பிழைகளை மதிப்பிடும் அனுபவம், தலைகீழ் பிழை பகுப்பாய்வின் நன்மைகளில் ஒன்று, ஒரு சிறிய தலைகீழ் பிழையுடன் நன்கு வரையறுக்கப்பட்ட சிக்கலுக்குப் பயன்படுத்துவது ஒரு சிறிய நேரடி பிழைக்கு வழிவகுக்கிறது (ODE களுக்கான எண் தீர்வுகளுக்கான உலகளாவிய பிழை). சரியான தீர்வு (குறைந்தபட்சம் போதுமான சிறிய பிழைகளுக்கு) குறிப்பிட்ட வரையறுக்கப்பட்ட விட்டம் ஒன்றைக் கண்டறிந்து, தோராயமான தீர்விலிருந்து அதன் எல்லைக்கான தூரத்தை மதிப்பிடுவது, தலைகீழ் பிழை பகுப்பாய்வின் தவறான தன்மையின் செல்வாக்கைக் குறைக்க அனுமதிக்கிறது, இது தன்னை வெளிப்படுத்துகிறது. நிலைத்தன்மை இல்லாத நிலையில். எண் தீர்வுகளில் உள்ள பிழைகளின் பகுப்பாய்வை நாம் ஒரு என வகைப்படுத்தலாம் தவறாக முன்வைக்கப்பட்ட பிரச்சனை. தீர்க்கப்பட வேண்டிய சிக்கலின் ஆபரேட்டரின் முறைப்படுத்தல், அசல் அமைப்பை எளிய வடிவ அமைப்புகளுடன் மாற்றுவதைக் கொண்டுள்ளது, மேலும் துல்லியமான பிழை மதிப்பீடுகளைப் பெற உதவுகிறது.

## 12.5 உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சரிபார்க்கும் கேள்விகளின் பதில்கள்

1. ஆர்டினரி லீஸ்ட் ஸ்கொயர்ஸ் (OLS) நுட்பம் என்பது பின்னடைவு பகுப்பாய்வு மற்றும் பொருளாதார அளவீட்டு மாதிரிகளை மதிப்பிடுவதற்கு மிகவும் பிரபலமான முறையாகும், ஏனெனில் நிலையான சூழ்நிலைகளில் (மாதிரியானது புள்ளிவிவர அனுமானங்களின் வரிசையை திருப்திப்படுத்துகிறது) இது உகந்த (சாத்தியமான) முடிவுகளைத் தருகிறது.
2. மதிப்பீட்டுக் கோட்பாடு என்பது புள்ளிவிவரங்களின் ஒரு பிரிவாகும், இது சீரற்ற கூறுகளைக் கொண்ட அளவிடப்பட்ட அனுபவ தரவுகளின் அடிப்படையில் அளவுருக்களின் மதிப்புகளை மதிப்பிடுவதைக் கையாள்கிறது.
3. மதிப்பிடப்பட்ட அளவுருக்கள், அவற்றின் மதிப்பு அளவிடப்பட்ட தரவின் விநியோகத்தைப் பாதிக்கும் விதத்தில் ஒரு அடிப்படை இயற்பியல் அமைப்பை விவரிக்கிறது. ஒரு மதிப்பீட்டாளர் அளவீடுகளைப் பயன்படுத்தி அறியப்படாத அளவுருக்களை தோராயமாக மதிப்பிட முயற்சிக்கிறார்.
4. அதிகபட்ச சாத்தியக்கூறு மதிப்பீட்டாளர்கள்: புள்ளிவிவரங்களில், அதிகபட்ச சாத்தியக்கூறு மதிப்பீடு (MLE) என்பது ஒரு நிகழ்தகவு செயல்பாட்டை அதிகரிப்பதன் மூலம் நிகழ்தகவு விநியோகத்தின் அளவுருக்களை மதிப்பிடுவதற்கான ஒரு முறையாகும், எனவே அனுமானப்பட்ட புள்ளிவிவர மாதிரியின் கீழ் கவனிக்கப்பட்ட தரவு மிகவும் சாத்தியமானதாக இருக்கும்.



## குறிப்பு

5. பேய்ஸ் மதிப்பீட்டாளர்கள்: மதிப்பீட்டுக் கோட்பாடு மற்றும் முடிவுக் கோட்பாட்டில், பேய்ஸ் மதிப்பீட்டாளர் அல்லது பேய்ஸ் நடவடிக்கை என்பது ஒரு மதிப்பீட்டாளர் அல்லது முடிவெடுக்கும் விதியாகும், இது இழப்புச் செயல்பாட்டின் (அதாவது, பின்பகுதி எதிர்பார்க்கப்படும் இழப்பு) பின்னோக்கி எதிர்பார்க்கப்படும் மதிப்பைக் குறைக்கிறது.
6. அதிகபட்ச ஒரு பின்பகுதி (MAP): பேய்சியன் புள்ளிவிவரங்களில், அதிகபட்ச ஒரு பின்பகுதி நிகழ்தகவு (MAP) மதிப்பீடு என்பது அறியப்படாத அளவின் மதிப்பீடாகும், இது பின்புற விநியோக முறைக்கு சமம். அனுபவ தரவுகளின் அடிப்படையில் கவனிக்கப்படாத அளவின் புள்ளி மதிப்பீட்டைப் பெற MAP பயன்படுத்தப்படலாம்.
7. புள்ளியியல் ரீதியாக தரவுகளின் மீது அனுமானத்தை உருவாக்கும் முறை 'புள்ளியியல் அனுமானம்' என்று அழைக்கப்படுகிறது.
8. ஒற்றைச் சமன்பாடு முறைகள் ஒன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட வெளிப்புற விளக்க மாறிகள் மூலம் வட்டியின் ஒரு மாறி தீர்மானிக்கப்படும் மாதிரிகளை மதிப்பிடுவதற்கு பொருளாதார அளவீடுகளில் பயன்படுத்தப்படுகிறது.
9.  $k$ -வகுப்பு மதிப்பீடு என்பது 2SLS, சாதாரண குறைந்த சதுரங்கள் (OLS), LIML மற்றும் குறைந்தபட்ச எதிர்பார்க்கப்பட்ட இழப்பு (MELO) முறைகளை சிறப்பு நிகழ்வுகளாக உள்ளடக்கிய மதிப்பீட்டு முறைகளின் வகுப்பாகும்.  $k$ -1க்கும் குறைவான மதிப்பு பரிந்துரைக்கப்படுகிறது ஆனால் தேவையில்லை.
10. FIML மதிப்பீட்டாளர் என்பது LIML மதிப்பீட்டாளர் இன் அமைப்பு பொதுமைப்படுத்தல் ஆகும். FIML முறையானது சமன்பாடு அமைப்பின் குறைக்கப்பட்ட வடிவத்தின் எச்சங்களுடன் தொடர்புடைய கோவாரியன்ஸ் மேட்ரிக்ஸின் தீர்மானிப்பதைக் குறைப்பதை உள்ளடக்குகிறது.
11. புள்ளிவிவரங்களில், சமன்பாடுகளை மதிப்பிடும் முறையானது, புள்ளியியல் மாதிரியின் அளவுருக்கள் எவ்வாறு மதிப்பிடப்பட வேண்டும் என்பதைக் குறிப்பிடுவதற்கான ஒரு வழியாகும். கணங்களின் முறை, குறைந்தபட்ச சதுரங்கள் மற்றும் அதிகபட்ச சாத்தியக்கூறுகள் மற்றும் M-மதிப்பீடுகள் போன்ற சில சமீபத்திய முறைகள் போன்ற பல பாரம்பரிய முறைகளின் பொதுமைப்படுத்தலாக இது கருதப்படலாம்.

## 12.6 தொகுப்பு

- பொருளாதார மாதிரிகளை மதிப்பிடுவதற்கு எகனோமெட்ரிக் நுட்பங்கள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன, இது இறுதியில் பல்வேறு காரணிகள் ஆர்வத்தின் சில விளைவுகளை எவ்வாறு பாதிக்கிறது என்பதை விளக்குவதற்கு அல்லது எதிர்கால நிகழ்வுகளை முன்னறிவிப்பதற்கு உங்களை அனுமதிக்கிறது.
- OLS சிறந்த முடிவுகளை உருவாக்குகிறது என்பதற்கான ஆதாரம் காஸ்-மர்கோவ் தேற்றம் என்று அழைக்கப்படுகிறது, ஆனால் நிரூபணத்திற்கு பல அனுமானங்கள் தேவைப்படுகின்றன.
- புள்ளிவிவரங்களில், அதிகபட்ச சாத்தியக்கூறு மதிப்பீடு (MLE) என்பது ஒரு நிகழ்தகவு செயல்பாட்டை அதிகரிப்பதன் மூலம் நிகழ்தகவு விநியோகத்தின் அளவுருக்களை மதிப்பிடுவதற்கான ஒரு

## குறிப்பு

முறையாகும், எனவே அனுமானப்பட்ட புள்ளிவிவர மாதிரியின் கீழ் கவனிக்கப்பட்ட தரவு மிகவும் சாத்தியமானதாக இருக்கும்.

- மதிப்பீட்டுக் கோட்பாடு மற்றும் முடிவெடுக்கும் கோட்பாட்டில், ஒரு பேய்ஸ் மதிப்பீட்டாளர் அல்லது பேய்ஸ் நடவடிக்கை என்பது ஒரு மதிப்பீட்டாளர் அல்லது முடிவெடுக்கும் விதியாகும், இது இழப்புச் செயல்பாட்டின் (அதாவது, பின்பகுதி எதிர்பார்க்கப்படும் இழப்பு) பின்னோக்கி எதிர்பார்க்கப்படும் மதிப்பைக் குறைக்கிறது.
- புள்ளிவிவரங்களில், கணங்களின் முறை என்பது மக்கள்தொகை அளவுருக்களை மதிப்பிடுவதற்கான ஒரு முறையாகும். ஆர்வத்தின் அளவுருக்களின் செயல்பாடுகளாக மக்கள்தொகை தருணங்களை (அதாவது, பரிசீலனையில் உள்ள சீரற்ற மாறியின் சக்திகளின் எதிர்பார்க்கப்படும் மதிப்புகள்) வெளிப்படுத்துவதன் மூலம் இது தொடங்குகிறது.
- மதிப்பீட்டுக் கோட்பாடு மற்றும் புள்ளியியல் ஆகியவற்றில், கிராமர்-ராவ் பிணைப்பு (CRB) என்பது ஒரு நிர்ணயம் சார்ந்த (நிலையான, அறியப்படாத) அளவுருவின் பாரபட்சமற்ற மதிப்பீட்டாளர்களின் மாறுபாட்டின் குறைந்த வரம்பை வெளிப்படுத்துகிறது. ஃபிஷர் தகவல்.
- கொடுக்கப்பட்ட சார்புகளின் சார்பு மதிப்பீட்டாளர்களின் மாறுபாட்டைக் கட்டுப்படுத்தவும் கிராமர்-ராவ் பிணைப்பு பயன்படுத்தப்படலாம். சில சமயங்களில், ஒரு சார்பு அணுகுமுறை ஒரு மாறுபாடு மற்றும் சராசரி ஸ்கொயர் பிழை இரண்டையும் விளைவிக்கலாம், அவை பாரபட்சமற்ற கிராமர்-ராவ் கீழ் எல்லைக்குக் கீழே இருக்கும்.
- ஒவ்வொரு சமன்பாட்டின் முடிவுகளிலும் செய்யப்பட்ட எச்சங்களின் சதுரங்களின் கூட்டுத்தொகையைக் குறைப்பதன் மூலம் மிகைப்படுத்தப்பட்ட அமைப்புகளின் (தெரியாததை விட அதிக சமன்பாடுகள் உள்ள சமன்பாடுகளின் தொகுப்புகள்) தீர்வை தோராயமாக மதிப்பிடுவதற்கான பின்னடைவு பகுப்பாய்வில் குறைந்தபட்ச சதுரங்களின் முறை ஒரு நிலையான அணுகுமுறையாகும்..
- குறைந்த-சதுர அர்த்தத்தில் சிறந்த பொருத்தம், ஸ்கொயர் எச்சங்களின் கூட்டுத்தொகையைக் குறைக்கிறது (எஞ்சியிருப்பது: கவனிக்கப்பட்ட மதிப்புக்கும், மாதிரியால் வழங்கப்பட்ட பொருத்தப்பட்ட மதிப்புக்கும் இடையிலான வேறுபாடு).
- மதிப்பீட்டாளர் புள்ளியியல் மற்றும் சமிக்ஞை செயலாக்கத்தில், குறைந்தபட்ச சராசரி சதுரப் பிழை (MMSE) மதிப்பீட்டாளர் என்பது சராசரி சதுரப் பிழையை (MSE) குறைக்கும் ஒரு மதிப்பீட்டு முறையாகும், இது ஒரு சார்பு மாறியின் பொருத்தப்பட்ட மதிப்புகளின் மதிப்பீட்டின் தரத்தின் பொதுவான அளவீடு ஆகும்.
- பேய்சியன் அமைப்பில், MMSE என்ற சொல், இருபடி இழப்பு செயல்பாட்டின் மதிப்பீட்டைக் குறிக்கிறது.
- மதிப்பீட்டின் கோட்பாடு என்பது புள்ளிவிவரங்களின் ஒரு பகுதியாகும், இது சத்தத்துடன் சிதைந்த அவதானிப்புகளிலிருந்து அளவுருக்களைப் பிரித்தெடுக்கிறது. மதிப்பீடு என்பது புள்ளிவிவரங்கள் மற்றும் சமிக்ஞை செயலாக்கத்தின் ஒரு பகுதியாகும், இது அளவிடப்பட்ட மற்றும் கவனிக்கப்பட்ட அனுபவ தரவு மூலம் அளவுருக்களின் மதிப்புகளை தீர்மானிக்கிறது.



## குறிப்பு

- ஒற்றைச் சமன்பாட்டைக் கொண்ட மாதிரிகளை மதிப்பிடுவதற்குப் பல்வேறு முறைகள் பொருளியலில் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. மிகவும் பழமையான மற்றும் இன்னும் பொதுவாகப் பயன்படுத்தப்படுவது நேரியல் பின்னடைவுகளை மதிப்பிடுவதற்குப் பயன்படுத்தப்படும் சாதாரண குறைந்தபட்ச சதுர முறை ஆகும்.
- ஒற்றை சமன்பாடு முறைகள் நேரத் தொடர், குறுக்குவெட்டு அல்லது பேனல் தரவுகளுக்குப் பயன்படுத்தப்படலாம். ஒற்றைச் சமன்பாடு முறைகள் ஒன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட வெளிப்புற விளக்க மாறிகள் மூலம் வட்டியின் ஒரு மாறி தீர்மானிக்கப்படும் மாதிரிகளை மதிப்பிடுவதற்கு பொருளாதார அளவீடுகளில் பயன்படுத்தப்படுகிறது.
- அரசியல் அறிவியலில் நேரத் தொடர் தரவுகளைப் பயன்படுத்தும் ஆராய்ச்சி, குறுக்குவெட்டுத் தரவை பகுப்பாய்வு செய்யப் பயன்படுத்தப்படும் அதே பின்னடைவு நுட்பங்களைப் பயன்படுத்துகிறது.
- மெலோ ஒரு பேய்சியன்  $k$  - வகுப்பு மதிப்பீட்டாளர். இது OLS மற்றும் 2SLS மதிப்பீடுகளின் மேட்ரிக்ஸ் எடையுள்ள சராசரியாக வெளிப்படுத்தக்கூடிய மதிப்பீடுகளை அளிக்கிறது.
- தொடர்பற்றதாகத் தோன்றும் பின்னடைவுகள் (SUR) மற்றும் திரும்பத் திரும்பத் தோன்றும் வகையில் தொடர்பில்லாத பின்னடைவுகள் (ITSUR) முறைகள், அளவுரு மதிப்பீடுகளின் செயல்திறனை மேம்படுத்தும் முயற்சியில் சமன்பாடுகள் முழுவதும் உள்ள பிழைச் சொற்களுக்கு இடையே சமகாலத் தொடர்பு பற்றிய தகவலைப் பயன்படுத்துகின்றன.
- FIML மதிப்பீட்டாளர் என்பது LIML மதிப்பீட்டாளர் இன் அமைப்பு பொதுமைப்படுத்தல் ஆகும். FIML முறையானது சமன்பாடு அமைப்பின் குறைக்கப்பட்ட வடிவத்தின் எச்சங்களுடன் தொடர்புடைய கோவாரியன்ஸ் மேட்ரிக்ஸின் தீர்மானிப்பதைக் குறைப்பதை உள்ளடக்குகிறது.
- புள்ளிவிபரங்களில், சமன்பாடுகளை மதிப்பிடும் முறையானது, புள்ளியியல் மாதிரியின் அளவுருக்கள் எவ்வாறு மதிப்பிடப்பட வேண்டும் என்பதைக் குறிப்பிடுவதற்கான ஒரு வழியாகும். கணங்களின் முறை, குறைந்தபட்ச சதுரங்கள் மற்றும் அதிகபட்ச சாத்தியக்கூறுகள் மற்றும் M-மதிப்பீடுகள் போன்ற சில சமீபத்திய முறைகள் போன்ற பல பாரம்பரிய முறைகளின் பொதுமைப்படுத்தலாக இது கருதப்படலாம்.
- ஒரு எண் தீர்வின் துல்லியத்தை மதிப்பிடுவதற்காக, பின்தங்கிய பிழை பகுப்பாய்வு வழிமுறையானது, அசல் சிக்கலுக்கு நெருக்கமான ஒரு சிக்கலின் சரியான தீர்வாக எண்ணியல் தீர்வைக் கருதுகிறது.
- பின்தங்கிய பிழை பகுப்பாய்வைப் பயன்படுத்தி, நேரியல் இயற்கணித சமன்பாடுகளின் அமைப்புகளின் (SLAE) தீர்வுகள் மற்றும் பல சிக்கல்களுக்கு மிகவும் துல்லியமான பிழை மதிப்பீடுகள் பெறப்பட்டன.

## 12.7 முக்கிய வார்த்தைகள்

- மதிப்பீட்டுக் கோட்பாடு: மதிப்பீட்டுக் கோட்பாடு என்பது புள்ளிவிவரங்களின் ஒரு பிரிவாகும், இது சீரற்ற கூறுகளைக் கொண்ட

## குறிப்பு

அளவிடப்பட்ட அனுபவ தரவுகளின் அடிப்படையில் அளவுருக்களின் மதிப்புகளை மதிப்பிடுவதைக் கையாள்கிறது.

- பேய்ஸ் மதிப்பீட்டாளர்கள்: மதிப்பீட்டுக் கோட்பாடு மற்றும் முடிவெடுக்கும் கோட்பாட்டில், ஒரு பேய்ஸ் மதிப்பீட்டாளர் அல்லது பேய்ஸ் நடவடிக்கை என்பது ஒரு மதிப்பீட்டாளர் அல்லது முடிவெடுக்கும் விதியாகும், இது இழப்பு செயல்பாட்டின் பின்புற எதிர்பார்க்கப்படும் மதிப்பைக் குறைக்கிறது (அதாவது, பின்புற எதிர்பார்க்கப்படும் இழப்பு).
- க்ரேமர்-ராவ் பிணைக்கப்பட்டுள்ளது: மதிப்பீட்டுக் கோட்பாடு மற்றும் புள்ளிவிபரங்களில், கிராமர்-ராவ் பிணைப்பு (CRB) என்பது ஒரு நிர்ணயிக்கும் (நிலையான, அறியப்படாத) அளவுருவின் பாரபட்சமற்ற மதிப்பீட்டாளர்களின் மாறுபாட்டின் மீது குறைந்த வரம்பை வெளிப்படுத்துகிறது, அத்தகைய மதிப்பீட்டாளரின் மாறுபாடு குறைந்தபட்சம் அதிகமாக உள்ளது என்று கூறுகிறது. ஃபிஷர் தகவலின் தலைகீழ்.
- புள்ளியியல் அனுமானம்: புள்ளியியல் ரீதியாக தரவுகளின் மீது அனுமானத்தை உருவாக்கும் முறை 'புள்ளியியல் அனுமானம்' என்று அழைக்கப்படுகிறது.
- ஒற்றை சமன்பாடு முறை: ஒற்றைச் சமன்பாடு முறைகள் நேரத் தொடர், குறுக்குவெட்டு அல்லது பேனல் தரவுகளுக்குப் பயன்படுத்தப்படலாம். ஒற்றைச் சமன்பாடு முறைகள் ஒன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட வெளிப்புற விளக்க மாறிகள் மூலம் வட்டியின் ஒரு மாறி தீர்மானிக்கப்படும் மாதிரிகளை மதிப்பிடுவதற்கு பொருளாதார அளவீடுகளில் பயன்படுத்தப்படுகிறது.
- FIML மதிப்பீட்டாளர்: FIML மதிப்பீட்டாளர் என்பது LIML மதிப்பீட்டாளர் இன் அமைப்பு பொதுமைப்படுத்தல் ஆகும். FIML முறையானது சமன்பாடு அமைப்பின் குறைக்கப்பட்ட வடிவத்தின் எச்சங்களுடன் தொடர்புடைய கோவாரியன்ஸ் மேட்ரிக்ஸின் தீர்மானிப்பதைக் குறைப்பதை உள்ளடக்குகிறது.

## 12.8 சுய மதிப்பீட்டு கேள்விகள் மற்றும் பயிற்சிகள்

### குறுகிய பதில் கேள்விகள்

1. மதிப்பீட்டு முறை என்றால் என்ன?
2. மதிப்பீட்டு முறையின் பயன்பாடுகளைக் கொடுங்கள்.
3. மதிப்பீட்டுக் கோட்பாட்டைக் கூறுங்கள்.
4. பேய்ஸ் மதிப்பீட்டாளரைப் பற்றி விரிவாகக் கூறுங்கள்.
5. குறைந்தபட்ச சதுரத்தை வரையறுக்கவும்.
6. குறைந்தபட்ச சராசரி சதுரப் பிழை மூலம் நீங்கள் என்ன புரிந்துகொள்கிறீர்கள்?
7. மதிப்பீட்டு முறையின் ஒற்றைச் சமன்பாடு பற்றி விளக்கவும்.
8. கணினி மதிப்பீட்டு முறையை விரிவாகக் கூறுங்கள்.
9. SUR மற்றும் 3SLS மதிப்பீட்டு முறை என்றால் என்ன?
10. மதிப்பீட்டு சமன்பாட்டை விளக்குங்கள்.
11. உலகளாவிய மதிப்பீட்டுப் பிழையின் வரையறையைக் கொடுங்கள்.

## நீண்ட பதில் கேள்விகள்

1. பல்வேறு வகையான மதிப்பீட்டு முறைகளை பொருத்தமான எடுத்துக்காட்டுகளுடன் சுருக்கமாக விளக்கவும்.
2. மதிப்பீட்டு முறையின் ஒற்றைச் சமன்பாடு என்றால் என்ன? ஒரு சமன்பாட்டிற்கான நேரத் தொடர் பகுப்பாய்வு பற்றி சுருக்கமாக விளக்கவும்.
3. எடுத்துக்காட்டுகளின் உதவியுடன் கணினி மதிப்பீட்டு முறையை விவரிக்கவும்.
4. கணக்கீட்டு முறையின் அடிப்படையில் எண் சிக்கல்களை பகுப்பாய்வு செய்யுங்கள்.

## 12.9 மேலும் படிக்க

Johnston, J. and John DiNARDO. 1997. *Econometric Methods*, Fourth Edition. New Delhi: Tata McGraw-Hill.

Koutsoyiannis, A. I 1977. *Theory of Econometrics*, Second Edition. London: The Macmillan Press Ltd.

Ozdemir, Durmu, 2016. *Applied Statistics for Economics and Business*, Second Edition. Izmir (Turkey): Springer.

Maddala, G.S. 1992. *Introduction to Econometrics*, Second Edition. New York: Macmillan Publishing Company.

Pindyck, R. S and D. L. Rubinfeld. 1998. *Econometric Models and Economic Forecasts*, Fourth Edition. New York: McGraw Hill.

Goldberger, A. S. 1998. *Introductory Econometrics*. Cambridge: Harvard University Press.

Levirie, David M., Timothy C. Krehbiei, Mark L Berenson and P. K. Viswanathan. 2009. *Business Statist.*, Fifth Edition. New Delhi: Pearson Education.

Webster, Allen L. 1998. *Applied Statistics for Business and Economics*, Third Edition. New Delhi: Tata McGraw-Hill.

## அலகு 13

### சக்தி வாய்ந்த பொருளாதாரவியல் மாதிரிகள்

#### கட்டமைப்பு

- 13.0 முன்னுரை
- 13.1 நோக்கங்கள்
- 13.2 பொருளாதார நேரத் தொடரின் பகுப்பாய்வு
- 13.3 சீரற்ற செயல்முறைகள்
- 13.4 நிலையான சீரற்ற செயல்முறைகள்
- 13.5 நிலையற்ற சீரற்ற செயல்முறைகள்

பொருளாதார அளவை  
முறைகள்

குறிப்பு

Self-Instructional  
Material

## குறிப்பு

- 13.5.1 சறுக்கல் இல்லாமல் சீரற்ற நடை
- 13.5.2 சறுக்கலுடன் ரேண்டம் வாக்
- 13.6 யூனிட் ரூட் ஸ்காலஸ்டிக் செயல்முறை
- 13.7 அலகு ரூட் சோதனை
- 13.8 ஒருங்கிணைந்த ஸ்காலஸ்டிக் செயல்முறைகள்
- 13.9 போலியான பின்னடைவைப் புரிந்துகொள்வது
- 13.10 உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சரிபார்க்கும் கேள்விகளின் பதில்கள்
- 13.11 சுருக்கத் தொகுப்பு
- 13.12 முக்கிய வார்த்தைகள்
- 13.13 சுய மதிப்பீட்டு கேள்விகள் மற்றும் பயிற்சிகள்
- 13.14 மேலும் படிக்க

## 13.0 அறிமுகம்

பொருளாதார அளவீடு மாதிரிகள் என்பது பொருளாதார அளவீட்டில் பயன்படுத்தப்படும் புள்ளிவிவர மாதிரிகள். ஒரு குறிப்பிட்ட பொருளாதார நிகழ்வு தொடர்பான பல்வேறு பொருளாதார அளவுகளுக்கு இடையே உள்ளதாக நம்பப்படும் புள்ளியியல் உறவை ஒரு பொருளாதார அளவீட்டு மாதிரி குறிப்பிடுகிறது. நிச்சயமற்ற தன்மையை அனுமதிப்பதன் மூலம் ஒரு உறுதியான பொருளாதார மாதிரியிலிருந்து அல்லது சீரற்ற பொருளாதார மாதிரியிலிருந்து ஒரு பொருளாதார அளவீட்டு மாதிரியைப் பெறலாம். இருப்பினும், எந்தவொரு குறிப்பிட்ட பொருளாதாரக் கோட்பாட்டுடனும் பிணைக்கப்படாத பொருளாதார மாதிரிகளைப் பயன்படுத்துவதும் சாத்தியமாகும்.

சக்தி வாய்ந்த பொருளாதாரவியல் மாதிரிகள், அதில் உள்ள லேக் மற்றும் நேர உறுப்பு இரண்டையும் கொண்டுள்ளது. அடிப்படையில், அவை இரண்டு வகைகளாகும்: ஆட்டோ-ரிக்ரசிவ் (AR) மாதிரிகள் மற்றும் விநியோகிக்கப்பட்ட லேக் (DL) மாதிரிகள். ஆட்டோ-ரிக்ரசிவ் (AR) மாதிரிகள் சார்பு அல்லது எண்டோஜனஸ் மாறியின் பின்தங்கிய மதிப்புகளைக் கொண்டிருக்கும். அதன் விளக்க மாறிகளில் சார்பு மாறியின் ஒன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட பின்தங்கிய மதிப்புகளைக் கொண்டிருந்தால், அமோடெல் ஒரு தன்னியக்க மாதிரி என்று அழைக்கப்படுகிறது.

விநியோகிக்கப்பட்ட லேக் (DL) மாதிரிகள் விளக்க மாறிகளின் பின்தங்கிய மதிப்புகளைக் கொண்டிருக்கும். பின்னடைவின் நீளம் வரையறுக்கப்பட்டால், அது 'ஃபினிட் டிஸ்ட்ரிபியூட்டட் லேக் மாடல்கள்' எனப்படும். பின்னடைவின் நீளம் நமக்குத் தெரியாவிட்டால் அல்லது அது எல்லையற்றதாக இருந்தால், அது 'இன்ஃபினைட் டிஸ்ட்ரிபியூட்டட் லேக் மாடல்கள்' எனப்படும்.

டைனமிக் ஸ்டோகாஸ்டிக் ஜெனரல் ஈக்விலிப்ரியம் மாடலிங் (DSGE, அல்லது DGE, அல்லது சில சமயங்களில் STGE என சுருக்கமாக) என்பது ஒரு பெரிய பொருளாதார முறையாகும், இது பெரும்பாலும் பணவியல் மற்றும் நிதி அதிகாரிகளால் கொள்கை பகுப்பாய்விற்குப் பயன்படுத்தப்படுகிறது, வரலாற்று நேர-தொடர் தரவு மற்றும் எதிர்கால முன்கணிப்பு நோக்கங்களை விளக்குகிறது. பொருளாதார வளர்ச்சி மற்றும் வணிகச் சுழற்சிகள், அத்துடன் கொள்கை விளைவுகள் மற்றும் சந்தை அதிர்ச்சிகள் போன்ற பொருளாதார

நிகழ்வுகளை முன்வைக்க DSGE பொருளாதாரவியல் மாதிரியானது பொதுவான சமநிலைக் கோட்பாடு மற்றும் நுண்பொருளாதாரக் கொள்கைகளைப் பயன்படுத்துகிறது.

இந்த யூனிட்டில், டைனமிக் பொருளாதார அளவீடு மாதிரிகள், இயல்பு மற்றும் பொருளாதார நேரத் தொடரின் பூர்வாங்க பகுப்பாய்வு, ஒருங்கிணைப்பு, நிலையான சோதனைகள், யூனிட் ரூட் சோதனை, நிலையற்றது மற்றும் போலியான பின்னடைவு பிரச்சனை பற்றி படிப்பீர்கள்.

### 13.1 நோக்கங்கள்

இந்த அலகுக்குச் சென்ற பிறகு, உங்களால் முடியும்:

- டைனமிக் எகனோமெட்ரிக் மாதிரிகளை விளக்குக
- பொருளாதார நேரத் தொடரின் இயல்பு மற்றும் ஆரம்ப பகுப்பாய்வை வரையறுக்கவும்
- ஒருங்கிணைப்பு பற்றி விரிவாக
- நிலையான சோதனைகளை பகுப்பாய்வு செய்யுங்கள்
- யூனிட் ரூட் சோதனையைப் புரிந்து கொள்ளுங்கள்
- நிலையற்றதை விளக்கவும்
- போலியான பின்னடைவின் சிக்கலைப் புரிந்து கொள்ளுங்கள்

### 13.2 பொருளாதார நேரத் தொடரின் பகுப்பாய்வு

நேரத் தொடர் தரவு சமமான இடைவெளி நேர இடைவெளியில் மாறிகளின் தரவு மதிப்புகள் என வரையறுக்கப்படுகிறது. அந்த நேரத்தில் எடுக்கப்பட்ட தரவு அவதானிப்புகள் தன்னியக்க தொடர்பு, குறிப்பிட்ட போக்குகள் அல்லது பருவகால மாறுபாடுகள் போன்ற உள் அமைப்பைக் கொண்டிருப்பதை பகுப்பாய்வு கணக்கில் எடுத்துக்கொள்கிறது.

நேரத் தொடர் பகுப்பாய்வின் முக்கிய நோக்கம், கவனிக்கப்பட்ட தரவுகளால் குறிப்பிடப்படும் அடிப்படை நிகழ்வு மற்றும் கட்டமைப்பைப் பற்றிய புரிதலை உருவாக்குவதாகும். மேலும், முன்னறிவிப்பு, கண்காணிப்பு மற்றும் பின்னூட்டம் மற்றும் முன்னோக்கிக் கட்டுப்பாடு ஆகியவற்றிற்கு வழிவகுக்கும் மாதிரியைப் பொருத்துவது யோசனையாகும்.

நேரத் தொடர் பகுப்பாய்வானது கீழே குறிப்பிடப்பட்டுள்ள கருத்துகளைக் கொண்டுள்ளது மேலும் அவை ஒவ்வொன்றும் எங்களின் பகுப்பாய்விற்குப் பொருந்தக்கூடிய இடங்களில் எடுத்துக்காட்டுகளுடன் விவாதிக்கப்படும்.

- சீரற்ற செயல்முறைகள்
- நிலைத்தன்மை செயல்முறைகள்
- நிலையற்ற செயல்முறைகள்
- நிலைத்தன்மையின் சோதனை
- ஒருங்கிணைந்த மாறிகள்
- அலகு ரூட் சோதனைகள்
- போலியான பின்னடைவு

## குறிப்பு

### 13.3 ஸ்டோகாஸ்டிக் செயல்முறைகள்

சீரற்ற அல்லது சீரற்ற செயல்முறை என்பது சீரற்ற மாறிகளின் தொகுப்பாகும், அவை சரியான நேரத்தில் வரிசைப்படுத்தப்படுகின்றன. விடுங்கள்  $Y$  ஒரு சீரற்ற மாறி இருக்கும், அது தொடர்ச்சியாக இருந்தால், அதைக் குறிக்கும்  $Y(t)$ , ஆனால் அது தனித்தனியாக இருந்தால், அதைக் குறிக்கும்  $Y_t$ . தொடர்ச்சியான ஒரு உதாரணம் எலக்ட்ரோ கார்டியோகிராம் ஆகும், மேலும் சில தனித்துவமான மதிப்புகள் GDP மற்றும் PDI ஆகும். பெரும்பாலான பொருளாதார தரவுகள் குறிப்பிட்ட நேரத்தில் சேகரிக்கப்படுகின்றன, எனவே குறியீடு பயன்படுத்தப்படும்  $Y_t$ . என்றால்  $Y$  மொத்த உள்நாட்டு உற்பத்தியைக் குறிக்கிறது, மேலும் 88 காலாண்டுகளுக்கான தரவுகளைக் கொண்டுள்ளது  $Y_1, Y_2, Y_3, \dots, Y_{86}, Y_{87}, Y_{88}$ , சப்ஸ்கிரிப்ட் 1 என்பது முதல் கவனிப்பைக் குறிக்கிறது (அதாவது, 1991 இன் முதல் காலாண்டிற்கான GDPயை எடுத்துக் கொள்ளுங்கள்) மற்றும் சப்ஸ்கிரிப்ட் 88 கடைசி கண்காணிப்பைக் குறிக்கிறது (அதாவது, 2019 இன் நான்காவது காலாண்டிற்கான GDP). இந்த  $Y_t$  ஒவ்வொன்றும் ஒரு சீரற்ற மாறி என்பதை புரிந்து கொள்ள அனுமதிக்கவும்.

GDP என்பது ஒரு சீரற்ற மாறி மற்றும் இதைப் புரிந்து கொள்ள 1991-இ காலாண்டிற்கான GDP \$2872.8 பில்லியனாக இருக்கும். கோட்பாட்டின் படி, 1991 ஆம் ஆண்டின் முதல் காலாண்டிற்கான மொத்த உள்நாட்டு உற்பத்தி மதிப்பு, நாட்டில் நிலவும் பொருளாதார மற்றும் அரசியல் சூழலைப் பொறுத்து, ஏதேனும் சீரற்ற எண்ணாக இருந்திருக்கலாம். 2872.8 என்ற எண்ணிக்கையானது அத்தகைய அனைத்து சாத்தியக்கூறுகளின் ஒரு குறிப்பிட்ட உணர்தல் ஆகும். எனவே, GDP என்பது ஒரு சீரற்ற செயல்முறை மற்றும் கொடுக்கப்பட்ட நேரத்திற்கு கவனிக்கப்பட்ட உண்மையான மதிப்புகள் அந்த மாதிரியின் துல்லியமான உணர்தல் ஆகும்.

மக்கள்தொகையைப் பற்றிய அனுமானங்களை வரைவதில் மாதிரித் தரவின் பங்கைப் போலவே, நேரத் தொடரில் பொருளாதார வல்லுநர்கள் அடிப்படையான சீரற்ற செயல்முறையைப் பற்றிய அனுமானங்களை வரைய உணர்தலைப் பயன்படுத்துகின்றனர்.

### 13.4 நிலையான ஸ்டோகாஸ்டிக் செயல்முறைகள்

நேரத் தொடர் பகுப்பாய்வாளர்களால் மிக விரிவாக ஆய்வு செய்யப்பட்ட சீரற்ற செயல்முறை நிலையான சீரற்ற செயல்முறை ஆகும். பொதுவாக, ஒரு சீரற்ற செயல்முறை நிலையானதாகக் கருதப்படுகிறது, அதன் சராசரி மற்றும் மாறுபாடு காலப்போக்கில் நிலையானதாக இருக்கும் மற்றும் இரண்டு காலகட்டங்களுக்கு இடையே உள்ள கோவேரியனின் மதிப்பு இரண்டு காலகட்டங்களுக்கு இடையே உள்ள தூரம் அல்லது இடைவெளி அல்லது பின்னடைவை மட்டுமே சார்ந்துள்ளது மற்றும் உண்மையான நேரத்தில் அல்ல. கோவாரியன்ஸ் கணக்கிடப்படுகிறது.

நேரத் தொடர் மொழியில், அத்தகைய சீரற்ற செயல்முறை பலவீனமாக நிலையானது அல்லது இரண்டாம்-வரிசை நிலையானது என வரையறுக்கப்படுகிறது.

இரண்டாம் வரிசை நிலையானது என்பதை விளக்க, விடுங்கள்  $Y_t$  கீழே குறிப்பிடப்பட்டுள்ள பண்புகளுடன் சீரற்ற நேரத் தொடராக இருங்கள்:

## குறிப்பு

Mean:  $E(Y_t) = \mu$  (13.1) Variance:  $\text{var}(Y_t) = E(Y_t - \mu)^2 = \sigma^2$  (13.2) Covariance:  $\gamma_k = E[(Y_t - \mu)(Y_{t+k} - \mu)]$  (13.3)

இங்கே  $\gamma_k$ , பின்னடைவில் ஆட்டோ கோவாரியன்ஸ்  $k$ , என்பது மதிப்புகளுக்கு இடையே உள்ள இணைவு  $Y_t$  மற்றும்  $Y_{t+k}$ , அதாவது இரண்டுக்கும் இடையில்  $Y$  மதிப்புகள்  $k$  கால இடைவெளியில்.

என்றால்  $k = 0$ , நாங்கள் பெறுகிறோம்  $\gamma$ , இன் மாறுபாடு என அறியப்படுகிறது  $Y$  ( $= \sigma^2$ );

என்றால்  $k = 1$ ,  $\gamma_1$  இரண்டு அருகில் உள்ள மதிப்புகளுக்கு இடையே உள்ள இணைவு  $Y$ . தோற்றத்தை மாற்றுவதாகக் கருதுங்கள்  $Y$  இருந்து  $Y_t$  செய்ய  $Y_t + m$  (GDP உதாரணத்திற்கு, இருந்து

1991 முதல் காலாண்டு முதல் 2019 முதல் காலாண்டு வரை). இப்போது, என்றால்  $Y_t$  நிலையானதாக இருக்க வேண்டும், சராசரி, மாறுபாடு, மற்றும் தன்னியக்க கோவாரியன்ஸ்  $Y_t + m$  க்கு ஒத்ததாக இருக்க வேண்டும்  $Y$ .

நேரத் தொடர் அவதானிப்புகள் நிலையானதா என்பதைத் தெளிவாகப் புரிந்து கொள்ள, சராசரி, மாறுபாடு மற்றும் தன்னியக்க இணைவு (வெவ்வேறு பின்னடைவுகளில்) நேரம் மாறாமல் இருக்கும்.

மேலே குறிப்பிட்டுள்ளபடி நேரத் தொடர் நிலையானதாக இல்லாவிட்டால், அது நிலையான நேரத் தொடர் எனப்படும். குறிப்பிடுவதற்கு, நிலையற்ற நேரத் தொடரில் நேரம் மாறுபடும் சராசரி அல்லது மாறுபாடு அல்லது இரண்டும் இருக்கும். நேரத் தொடர் நிலையானதாக இருக்க வேண்டும், ஏனெனில் ஒரு நேரத் தொடர் நிலையானதாக இருந்தால், குறிப்பிட்ட காலத்திற்கு மட்டுமே நடத்தையை ஆய்வு செய்ய முடியும். நேரத் தொடர் தரவுகளின் ஒவ்வொரு தொகுப்பும், குறிப்பிட்ட காலக்கெடுவுக்கானதாக இருக்கும், எனவே, பொதுமைப்படுத்த முடியாது. இத்தகைய மாதிரிகள் முன்னறிவிப்பு மற்றும் கணிப்புக்கு சிறிதளவு அல்லது பயனில்லை.

பூஜ்ஜிய சராசரி, நிலையான மாறுபாடு  $\sigma^2$  இருந்தால், சீரற்ற செயல்முறை முற்றிலும் சீரற்றதாக இருக்கும், மற்றும் தொடர் தொடர்பில்லாதது (தன்னிச்சையான தொடர்பு இல்லை). பிழை சொல்  $u_t$  என குறிக்கப்படும் ஒரு வெள்ளை இரைச்சல் செயல்முறையாக கருதப்படுகிறது  $u_t \sim \text{IIDN}(0, \sigma^2)$ ; அது,  $u$  சுதந்திரமாக உள்ளது.

மற்றும் பூஜ்ஜிய சராசரி மற்றும் நிலையான மாறுபாட்டுடன் ஒரு சாதாரண விநியோகமாக ஒரே மாதிரியாக விநியோகிக்கப்படுகிறது.

### 13.5 நிலையற்ற நிலையான செயல்முறைகள்

ஆராய்ச்சி ஆர்வம் எப்போதும் நிலையான நேரத் தொடரில் இருக்கும், இருப்பினும், ஆராய்ச்சியாளர்கள் நிலையற்ற நேரத் தொடரை எதிர்கொள்கின்றனர், மேலும் சிறந்த உதாரணம் ரேண்டம் வாக் மாடல் (RWM). பங்கு விலைகள் அல்லது மாற்று விகிதங்கள் போன்ற சொத்து விலைகள் ஒரு சீரற்ற நடையைப் பின்பற்றுகின்றன, அதாவது அவை நிலையானவை அல்ல. இரண்டு வகையான சீரற்ற நடைகள் உள்ளன: (1) சறுக்கல் இல்லாமல் சீரற்ற நடை (அதாவது, நிலையான அல்லது இடைமறிப்பு சொல் இல்லை) மற்றும் (2) சறுக்கலுடன் சீரற்ற நடை (அதாவது, இடைமறிப்பு உள்ளது).

## குறிப்பு

### 13.5.1 சறுக்கல் இல்லாமல் சீரற்ற நடை

என்று வைத்துக்கொள்வோம்  $u$  சராசரி 0 மற்றும் மாறுபாடு  $\sigma^2$  கொண்ட வெள்ளை இரைச்சல் பிழை சொல். பின்னர் நேரத் தொடர்  $Y_t$  ஒரு சீரற்ற நடை என்று கூறப்படுகிறது:

$$Y_t = Y_{t-1} + u_t$$

ரேண்டம் வாக் மாதிரியில், சமன்பாடு 13.4 இல் மேலே உள்ளபடி, மதிப்பு  $Y$  நேரத்தில்

$t$  நேரத்தில் அதன் மதிப்புக்கு சமம்  $(t - 1)$  மற்றும் ஒரு சீரற்ற அதிர்ச்சி; எனவே, AR என கருதப்படுகிறது (1) முன்பு குறிப்பிட்ட மாதிரி. (சமன்பாடு 13.4) ஒரு பின்னடைவாகக் கருதுங்கள்  $Y$  நேரத்தில்  $t$  அதன் மதிப்பு ஒரு காலகட்டத்தால் பின்தங்கியது. எடுத்துக்காட்டாக, திறமையான மூலதனச் சந்தை கருதுகோளைப் பிரச்சாரம் செய்யும் பொருளாதார வல்லுநர்கள், பங்கு விலைகள் அடிப்படையில் சீரற்றவை என்றும், எனவே சந்தை லாபத்தை ஊகிக்க முடியாது என்றும் நம்புகின்றனர்.

Now, from Equation 13.4:

$$Y_1 = Y_0 + u_1$$

$$Y_2 = Y_1 + u_2 = Y_0 + u_1 + u_2$$

$$Y_3 = Y_2 + u_3 = Y_0 + u_1 + u_2 + u_3$$

In general, if the process started at some time 0 with a value of  $Y_0$ , we have:

$$Y_t = Y_0 + \sum u_t \quad (13.5)$$

Therefore,

$$E(Y_t) = E(Y_0 + \sum u_t) = \sum Y_0 \quad (13.6)$$

And

$$\text{var}(Y_t) = t\sigma^2$$

மேலே உள்ள சமன்பாடுகள் இதன் சராசரி என்பதை விளக்குகின்றன  $Y$  அதன் ஆரம்ப மதிப்புக்கு சமமாக உள்ளது, இது நிலையானது, ஆனால்  $t$  அதிகரிக்கிறது, அதன் மாறுபாடு காலவரையின்றி அதிகரிக்கிறது, இதனால் நிலையான நிலையை மீறுகிறது. சறுக்கல் இல்லாத RWM என்பது ஒரு நிலையான சீரற்ற செயல்முறையாகும்.

RWM இன் ஒரு அற்புதமான அம்சம் சீரற்ற அதிர்ச்சிகளின் உறுதியானது (அதாவது, சீரற்ற பிழைகள்), இதில் சமன்பாடு 13.6 விளக்குகிறது  $Y_t$  ஆரம்ப  $Y_0$  இன் கூட்டுத்தொகை ஆகும் மேலும் சீரற்ற அதிர்ச்சிகளின் கூட்டுத்தொகை. இதன் விளைவாக, ஒரு குறிப்பிட்ட அதிர்ச்சியின் விளைவு நிலைத்திருக்கும். உதாரணமாக,  $u_2 = 2$  என்றால்  $u_2 = 0$  ஐ விட, பின்னர் அனைத்தும்  $Y_2$  இலிருந்து  $Y_t$  5 முன்னோக்கி 2 அலகுகள் அதிகமாக இருக்கும் மற்றும் இந்த அதிர்ச்சியின் விளைவு ஒருபோதும் அழியாது.

எனவே, சீரற்ற நடைக்கு எல்லையற்ற நினைவாற்றல் இருக்கும் என்று கூறப்படுகிறது. எனினும், போது  $Y_t$  நிலையானது அல்ல என்பது முதல் வேறுபாடு  $Y_t$  நிலையானது.



### 13.5.2 சறுக்கலுடன் ரேண்டம் வாக்

சமன்பாட்டை மாற்றுதல் 13.4,

Now, from Equation 13.4:

$$Y_1 = Y_0 + u_1$$

$$Y_2 = Y_1 + u_2 = Y_0 + u_1 + u_2$$

$$Y_3 = Y_2 + u_3 = Y_0 + u_1 + u_2 + u_3$$

In general, if the process started at some time 0 with a value of  $Y_0$ , we have:

$$Y_t = Y_0 + \sum u_t \quad (13.5)$$

Therefore,

$$E(Y_t) = E(Y_0 + \sum u_t) = \sum Y_0 \quad (13.6)$$

And

$$\text{var}(Y_t) = t\sigma^2$$

அங்கு  $\delta$  சறுக்கல் அளவு என அழைக்கப்படுகிறது.

முந்திய சமன்பாட்டை இவ்வாறு எழுதுவதால் சறுக்கல் என்ற பெயர் வந்தது:

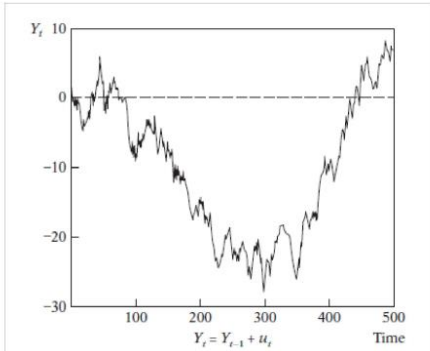
$$Y_t = \delta + Y_{t-1} + u$$

என்று காட்டுகிறது  $Y_t$   $\delta$  நேர்மறை அல்லது எதிர்மறை என்பதைப் பொறுத்து மேல்நோக்கி அல்லது கீழ்நோக்கி நகர்கிறது.

சறுக்கல் இல்லாமல் RWM க்கு விவாதிக்கப்பட்ட செயல்முறையைப் பின்பற்றி, சறுக்கல் மாதிரியுடன் RWM க்கு:

$$E(Y_t) = Y_0 + t \cdot \delta \quad \text{var}(Y_t) = t\sigma^2$$

சறுக்கலுடன் RWM இல் சராசரி மற்றும் மாறுபாடு காலப்போக்கில் அதிகரிக்கிறது, எனவே, நிலையான அனுமானத்தை மீறுகிறது. சுருக்கமாக, RWM, சறுக்கல் அல்லது இல்லாமல், ஒரு நிலையற்ற சீரற்ற செயல்முறை ஆகும். யூனிட் ரூட் செயல்முறை என இலக்கியம் விளக்குவதற்கு RWM ஒரு சறுக்கலுடன் மற்றும் இல்லாமல் சீரற்ற நடைப் பயணத்தைப் பார்க்க, கீழே உள்ள இரண்டு வரைபடங்களைப் பார்க்கவும்:



### 13.6 அலகு ரூட் ஸ்காலஸ்டிக் செயல்முறை

ஒரு யூனிட் ரூட் (ஒரு யூனிட் ரூட் செயல்முறை அல்லது வேறுபாடு நிலையான செயல்முறை என்றும் அழைக்கப்படுகிறது) ஒரு நேரத் தொடரில் ஒரு சீரற்ற போக்கு, சில நேரங்களில் 'சறுக்கல்களுடன் சீரற்ற நடை' என்று அழைக்கப்படுகிறது. நேரத் தொடரில் ஒரு யூனிட் ரூட் இருந்தால், அது

குறிப்பு

## குறிப்பு

கணிக்க முடியாத முறையான வடிவத்தைக் காட்டுகிறது. சாத்தியமான அலகு ரூட்.

இது யூனிட் ரூட் என்று அழைக்கப்படுவதற்குக் காரணம், செயல்முறைக்குப் பின்னால் உள்ள கணிதம்தான். ஒரு அடிப்படை மட்டத்தில், ஒரு செயல்முறையை மோனோமியல்களின் தொடராக எழுதலாம் (ஒற்றை வார்த்தையுடன் கூடிய வெளிப்பாடுகள்). ஒவ்வொரு மோனோமியலும் ஒரு மூலத்திற்கு ஒத்திருக்கிறது. இந்த வேர்களில் ஒன்று 1 க்கு சமமாக இருந்தால், அது ஒரு யூனிட் ரூட் ஆகும்.

யூனிட் ரூட் சோதனைகள் ஒரு நேரத் தொடரில் நிலையான சோதனைகள். நேரத்தின் மாற்றம் விநியோகத்தின் வடிவத்தில் மாற்றத்தை ஏற்படுத்தாவிட்டால், நேரத் தொடர் நிலையானதாக இருக்கும்; அலகு வேர்கள் நிலையற்றதற்கு ஒரு காரணமாகும்.

இந்த சோதனைகள் குறைந்த புள்ளிவிவர சக்தி கொண்டதாக அறியப்படுகிறது. பல சோதனைகள் உள்ளன, ஒரு பகுதியாக, எதுவும் அதிக சக்தி கொண்டதாக இல்லை. சோதனைகளில் பின்வருவன அடங்கும்:

- டிக்கி ஃபுல்லர் டெஸ்ட் (சில நேரங்களில் டிக்கி பந்துலா சோதனை என்று அழைக்கப்படுகிறது), இது நேரியல் பின்னடைவை அடிப்படையாகக் கொண்டது. தொடர் தொடர்பு ஒரு சிக்கலாக இருக்கலாம், இதில் ஆக்மென்ட்ட் டிக்கி-ஃபுல்லர் (ADF) சோதனையைப் பயன்படுத்தலாம். ADF பெரிய, மிகவும் சிக்கலான மாதிரிகளைக் கையாளுகிறது. இது மிகவும் உயர் வகை I பிழை விகிதத்தின் எதிர்மறையான பக்கத்தைக் கொண்டுள்ளது.
- எலியட்-ரோதன்பெர்க்-ஸ்டாக் டெஸ்ட், இதில் இரண்டு துணை வகைகள் உள்ளன:
  - i. P-சோதனை பிழை காலத்தின் தொடர் தொடர்பை கணக்கில் எடுத்துக்கொள்கிறது.
  - ii. DF-GLS சோதனையானது டிரெண்டட் தரவுகளுக்கு இடைமறிப்பு இல்லாமல் பயன்படுத்தப்படலாம்.
- ஷ்மிட்-பிலிப்ஸ் சோதனையானது பூஜ்ய மற்றும் மாற்று கருதுகோள்களில் தீர்மானிக்கும் மாறிகளின் குணகங்களை உள்ளடக்கியது. அதன் இரண்டு துணை வகைகள்:
  - i. ரோ-சோதனை
  - ii. டவு-சோதனை
- பிலிப்ஸ்-பெரோன் (PP) சோதனையானது டிக்கி புல்லர் சோதனையின் மாற்றமாகும், மேலும் பிழைகளில் உள்ள தன்னியக்க தொடர்பு மற்றும் பன்முகத்தன்மையை சரிசெய்கிறது.
- ஜிவோட்-ஆண்ட்ரூஸ் சோதனையானது இடைமறிப்பு அல்லது நேரியல் போக்கில் தெரியாத புள்ளியில் ஒரு இடைவெளியை அனுமதிக்கிறது.

நிகழ்தகவு கோட்பாடு மற்றும் புள்ளிவிவரங்களில், ஒரு யூனிட் ரூட் என்பது சில சீரற்ற செயல்முறைகளின் (சீரற்ற நடைகள் போன்றவை) ஒரு அம்சமாகும், இது நேரத் தொடர் மாதிரிகளை உள்ளடக்கிய புள்ளிவிவர அனுமானத்தில் சிக்கல்களை ஏற்படுத்தும். 1 என்பது செயல்முறையின் சிறப்பியல்பு சமன்பாட்டின் ஒரு மூலமாக இருந்தால், ஒரு நேரியல் சீரற்ற செயல்முறைக்கு ஒரு அலகு ரூட் இருக்கும். அத்தகைய செயல்முறை நிலையானது அல்ல, ஆனால் எப்போதும் ஒரு போக்கு இல்லை.

## குறிப்பு

சிறப்பியல்பு சமன்பாட்டின் மற்ற வேர்கள் அலகு வட்டத்திற்குள் இருந்தால், அதாவது, ஒரு மாடுலஸ் (முழுமையான மதிப்பு) ஒன்றை விட குறைவாக இருந்தால், செயல்முறையின் முதல் வேறுபாடு நிலையானதாக இருக்கும்; இல்லையெனில், செயல்முறை பல வேறுபட்டதாக இருக்க வேண்டும். நிலையானதாக மாறும் நேரங்கள். இருந்தால்  $d$  அலகு வேர்கள், செயல்முறை வேறுபடுத்தப்பட வேண்டும்  $d$  அதை நிலையானதாக மாற்றுவதற்கு முறை. இந்த குணாதிசயத்தின் காரணமாக, அலகு ரூட் செயல்முறைகள் வேறுபாடு நிலையானது என்றும் அழைக்கப்படுகின்றன.

RWM ஐ எழுதுவோம்  $Y_t = Y_{t-1} + u_t$  as:

$$Y_t = \rho Y_{t-1} + u_{t-1} \leq \rho \leq 1$$

இந்த மாதிரியானது மார்கோவ் முதல்-வரிசை தன்னியக்க மறுபரிசீலனை மாதிரியை ஒத்திருக்கிறது.  $\rho = 1$  என்றால், (சமன்பாடு 13.9) RWM ஆக (சறுக்கல் இல்லாமல்) மாறும்.  $\rho = 1$  என்றால், யூனிட் ரூட் சிக்கல் எனப்படும் ஒரு சிக்கல் உள்ளது, அதாவது நிலையாமை நிலை; இங்கே மாறுபாடு  $Y_t$  நிலையானது அல்ல.  $\rho = 1$  என்பதன் காரணமாக யூனிட் ரூட் என்ற பெயர் ஏற்பட்டது. நடைமுறையில், ஒரு நேரத் தொடரில் ஒரு யூனிட் ரூட் உள்ளதா என்பதைக் கண்டறிவது மிகவும் முக்கியமானது. யூனிட் ரூட்டின் பல சோதனைகள், அதாவது நிலைத்தன்மையின் பல சோதனைகள் கீழே உள்ளன.

### 13.7 யூனிட் ரூட் சோதனை

பல வருடங்களில் முக்கியத்துவம் பெற்ற நிலைத்தன்மையின் (அல்லது நிலையற்ற) சோதனையானது யூனிட் ரூட் சோதனை ஆகும். தொடக்கப் புள்ளியானது மேலே விவாதிக்கப்பட்டபடி அலகு ரூட் (ஸ்டோகாஸ்டிக்) செயல்முறை ஆகும்.

$$Y_t = \rho Y_{t-1} + u_{t-1} \leq \rho \leq 1$$

மேலே உள்ள சமன்பாட்டில்,  $\rho = 1$  என்றால், அதாவது, அலகு மூலத்தின் விஷயத்தில், சறுக்கல் இல்லாத ஒரு சீரற்ற நடை மாதிரி, இது ஒரு நிலையற்ற சீரற்ற செயல்முறை என்று நமக்குத் தெரியும். எனவே, ஒருவர் வெறுமனே பின்வாங்கலாம்  $Y_t$  அதன் (ஒரு காலம்) பின்தங்கிய மதிப்பில்  $Y_{t-1}$  மதிப்பிடப்பட்ட  $\rho$  புள்ளியியல் ரீதியாக 1க்கு சமமாக உள்ளதா என்பதைக் கண்டறியவும். அது இருந்தால், பின்னர்  $Y_t$  நிலையானது அல்ல. நிலைத்தன்மையின் அலகு ரூட் சோதனையின் பின்னணியில் உள்ள பொதுவான கருத்து இதுவாகும்.

கோட்பாட்டு காரணங்களுக்காக, கையாளுதல் (சமன்பாடு 13.9) பின்வருமாறு:

$$\begin{aligned} Y_t - Y_{t-1} &= \rho Y_{t-1} - Y_{t-1} + u_t \\ &= (\rho - 1) Y_{t-1} + u_t \end{aligned}$$

Which can be alternatively written as:

$$\Delta Y_t = \delta Y_{t-1} + u_t$$

$\delta = (\rho - 1)$  மற்றும்  $\Delta$ , வழக்கம் போல், முதல்-வேறுபாடு ஆபரேட்டர் ஆகும். எனவே, நடைமுறையில், மதிப்பிடுவதற்குப் பதிலாக (சமன்பாடு 13.9), மதிப்பிடவும் (சமன்பாடு 13.10) மற்றும்  $\delta = 0$  என்று (பூஜ்ய) கருதுகோளைச் சோதிக்கவும்.

## குறிப்பு

$\delta = 0$  எனில்,  $\rho = 1$ , அதாவது, ஒரு யூனிட் ரூட்டில் சிக்கல் உள்ளது, மேலும் தேர்வில் உள்ள நேரத் தொடர் நிலையானது அல்ல.

சமன்பாடு 13.10 ஐ மதிப்பிடும் போது,  $\delta = 0$  எனில், (சமன்பாடு 13.10) ஆனது:

$$\Delta Y_t = (Y_t - Y_{t-1}) = u_t$$

இருந்து  $u_t$  ஒரு வெள்ளை இரைச்சல் பிழை சொல், இது நிலையானது, அதாவது சீரற்ற நடை நேரத் தொடரின் முதல் வேறுபாடுகள் நிலையானவை. சமன்பாடு 13.10ஐ மதிப்பிடுவதற்கு, இன் முதல் வேறுபாடுகளை எடுத்துக் கொள்ளுங்கள்  $Y_t$  மற்றும் அவற்றை பின்வாங்கவும்  $Y_{t-1}$  மற்றும் மதிப்பிடப்பட்ட சாய்வு குணகம் ( $= \delta$ )  $= 0$  அல்லது இல்லை என்பதைக் கவனிக்கவும். பூஜ்யம் என்றால் தெளிவாகச் சொல்லலாம்  $Y_t$  நிலையானது அல்ல. ஆனால் அது எதிர்மறையாக இருந்தால்,  $Y_t$  நிலையானது.

மதிப்பிடப்பட்டதா என்பதைக் கண்டறிய ஒருவர் எந்தச் சோதனையை நடத்த வேண்டும் என்பதைப் பார்ப்போம் குணகம்  $Y_{t-1}$  இல் (சமன்பாடு 13.11) பூஜ்ஜியமா இல்லையா. துரதிர்ஷ்டவசமாக, நாம் பயன்படுத்த முடியாது  $t$  - பூஜ்ய கருதுகோள்  $\delta = 0$  (அதாவது,  $\rho = 1$ ) போன்ற சோதனை.  $t$  மதிப்பிடப்பட்ட குணகத்தின் மதிப்பு  $Y_{t-1}$  பெரிய மாதிரிகளில் கூட  $t$  விநியோகத்தைப் பின்பற்றுவதில்லை, ஏனெனில் அறிகுறியற்ற இயல்பான விநியோகம் இல்லை.

தீர்வை வழங்க, டிக்கி மற்றும் புல்லர் பூஜ்ய கருதுகோளின் கீழ்  $\delta = 0$ , குணகத்தின் மதிப்பிடப்பட்ட  $t$  மதிப்பைக் காட்டியுள்ளனர்.  $Y_{t-1}$  இல் (சமன்பாடு 13.11)  $\tau$  (Lவு) புள்ளிவிவரத்தைப் பின்பற்றுகிறது.

இந்த ஆசிரியர்கள் மான்டே கார்லோ உருவகப்படுத்துதல்களின் அடிப்படையில்  $t$  புள்ளிவிவரத்தின் முக்கியமான மதிப்புகளைக் கணக்கிட்டுள்ளனர்.

அட்டவணைகள் இப்போது பல பொருளாதார தொகுப்புகளில் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. மாநாட்டின் படி,  $t$  புள்ளிவிவரம் அல்லது சோதனையானது டிக்கி-புல்லர் (DF) சோதனை என்று அழைக்கப்படுகிறது, அதன் கண்டுபிடிப்பாளர்களின் பெயரில்.

இருப்பினும்,  $\delta = 0$  என்ற கருதுகோள் நிராகரிக்கப்பட்டால் (அதாவது, நேரத் தொடர் நிலையானது), (மாணவர்களின்)  $t$  சோதனையைப் பயன்படுத்தலாம் என்பதை மறந்துவிடக் கூடாது. DF சோதனையை செயல்படுத்துவதற்கான உண்மையான செயல்முறை பல முடிவுகளை உள்ளடக்கியது. யூனிட் ரூட் செயல்முறையின் தன்மையைப் பற்றி விவாதித்ததில், ஒரு சீரற்ற நடைச் செயல்முறை மேலுமேனோ சறுக்கல், அல்லது இட்மேஹவ் டிரிஃப்ட், அல்லது அது தீர்மானிக்கும் மற்றும் சீரற்ற போக்குகளைக் கொண்டிருக்கலாம்.

பல்வேறு சாத்தியக்கூறுகளுக்கு இடமளிக்க, DF சோதனையானது மூன்று வெவ்வேறு பூஜ்ய கருதுகோள்களைப் பயன்படுத்தி மதிப்பிடப்படுகிறது.

$$Y_t \text{ is a random walk: } \Delta Y_t = \delta Y_{t-1} + u_t \quad (13.12)$$

$$Y_t \text{ is a random walk with drift: } \Delta Y_t = \beta_1 + \delta Y_{t-1} + u_t \quad (13.13)$$

$$Y_t \text{ is a random walk with drift}$$

$$\text{Around a stochastic trend: } \Delta Y_t = \beta_1 + \beta_{2t} + \delta Y_{t-1} + u_t \quad (13.14)$$

இங்கே  $t$  என்பது நேரம் அல்லது போக்கு மாறி. ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பத்திலும், பூஜ்ய கருதுகோள்:  $\delta = 0$ ; அதாவது, ஒரு அலகு ரூட் உள்ளது மற்றும் நேரத் தொடர் நிலையானது அல்ல. மாற்று கருதுகோள்

## குறிப்பு

என்னவென்றால்,  $\delta$  பூஜ்ஜியத்தை விட குறைவாக உள்ளது; அதாவது நேரத் தொடர் நிலையானது.

பூஜ்ஜிய கருதுகோளை நிராகரிப்பது என்று அர்த்தம்  $Y_t$  சமன்பாடு 13.12 இல் பூஜ்ஜிய சராசரியுடன் நிலையான நேரத் தொடராகும்  $Y_t$  பூஜ்ஜியமற்ற சராசரி  $[= \beta_1 / (1 - \rho)]$  உடன் நிலையானது சமன்பாடு 13.13 மற்றும் அது  $Y_t$  சமன்பாடு 13.14 இல் நிர்ணயிக்கப்பட்ட போக்கைச் சுற்றி நிலையானது.

சுய-அறிவுறுத்தல் பாடங்கள் 349

DF சோதனையின் முந்தைய மூன்று விவரக்குறிப்புகள் ஒவ்வொன்றிற்கும்  $\delta = 0$  என்ற கருதுகோளைச் சோதிக்க டவு சோதனையின் முக்கியமான மதிப்புகள் வேறுபட்டவை என்பதைக் கவனத்தில் கொள்ள வேண்டியது அவசியம்.

மேலும், விவரக்குறிப்பு (சமன்பாடு 13.14) சரியாக இருந்தால், ஆனால் நாங்கள் மதிப்பிட்டால் (சமன்பாடு 13.13), நாங்கள் விவரக்குறிப்பு பிழையைச் செய்வோம்.

உண்மையான மதிப்பீட்டு செயல்முறை பின்வருமாறு:

OLS மூலம் மதிப்பீடு (சமன்பாடு 13.12), அல்லது (சமன்பாடு 13.13), அல்லது (சமன்பாடு 13.14); மதிப்பிடப்பட்ட குணகத்தை வகுக்கவும்  $Y_{t-1}$  ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பத்திலும் அதன் நிலையான பிழை மற்றும் கணக்கீடு ( $\tau$ ) டவு புள்ளிவிவரம்; மற்றும் எந்த புள்ளியியல் தொகுப்பின் DF அட்டவணைகளையும் பார்க்கவும். டவு கணக்கிடப்பட்ட முழுமையான மதிப்பு DF அல்லது மேக்கின்னன் முக்கியமான டவு மதிப்புகளை மீறினால்,  $\delta = 0$  என்ற கருதுகோளை நிராகரிக்கிறோம், இது நேரத் தொடர் நிலையானது என்பதை நிரூபிக்கிறது. மறுபுறம், கணக்கிடப்பட்டால்  $|\tau|$  முக்கியமான டவு மதிப்பை மீறிவில்லை, இது நேரத் தொடர் நிலையானது அல்ல என்பதை நிரூபிக்கிறது மற்றும் பூஜ்ஜிய கருதுகோள் நிராகரிக்கப்படாது.

### 13.8 ஒருங்கிணைந்த கல்வியியல் செயல்முறைகள்

RWM என்பது ஒருங்கிணைந்த செயல்முறைகள் எனப்படும் பொதுவான ஸ்டோகாஸ்டிக் மாதிரியின் ஒரு குறிப்பிட்ட வழக்கு. முன்பு குறிப்பிட்டபடி, சறுக்கல் இல்லாத RWM நிலையானது அல்ல. இருப்பினும், அதே முதல் வேறுபாடு நிலையானது. எனவே, சறுக்கல் இல்லாத RWM ஆனது ஆர்டர் 1 இன் ஒருங்கிணைந்ததாக அழைக்கப்படுகிறது, இது குறிப்பிடப்படுகிறது I (1) அதேபோல, ஒரு நேரத் தொடரை இரண்டு முறை வேறுபடுத்தி (முதல் வேறுபாடுகளின் முதல் வேறுபாட்டை எடுத்து) அதை நிலையாக மாற்ற வேண்டும் என்றால், அத்தகைய நேரத் தொடரானது  $d$  வரிசையின் ஒருங்கிணைந்ததாக அழைக்கப்படுகிறது. பரந்த அளவில், நிலையானது அல்லாத நேரத் தொடர் வேறுபடும் போது  $\pi$  நேரங்களை நிலையானதாக மாற்ற, அத்தகைய நேரத் தொடர் அவதானிப்புகள் வரிசை  $d$  இன் ஒருங்கிணைக்கப்பட்டதாகக் கூறப்படுகிறது. ஒரு நேரத் தொடர்  $Y_t$  ஒருங்கிணைக்கப்பட்ட வரிசை  $d$  எனக் குறிக்கப்படுகிறது  $Y_t \sim I(d)$

ஏதேனும் நேரத் தொடர் இருந்தால்  $Y_t$  ஆரம்பத்தில் இருந்தே நிலையானது, எந்த வேறுபாடும் தேவையில்லை, இது பூஜ்ஜிய வரிசையில் ஒருங்கிணைக்கப்பட்டதாகக் கூறப்படுகிறது.  $Y_1 \sim I(0)$  எனவே, 'நிலையான நேரத் தொடரை' 'வரிசை பூஜ்ஜியத்தின் ஒருங்கிணைந்த நேரத் தொடர்' என்றும் குறிப்பிடலாம். பொருளாதார நேரத் தொடரில் பெரும்பாலானவை பொதுவாக ஒருங்கிணைப்பு ஆகும் I (1), அதாவது, அத்தகைய நேரத்

## குறிப்பு

தொடர்கள் அவற்றின் முதல் வேறுபாடுகளை எடுத்த பின்னரே நிலையானதாக இருக்கும்.

**ஒருங்கிணைந்த தொடரின் அம்சங்கள்**

ஒருங்கிணைந்த நேரத் தொடரின் பின்வரும் பண்புகளைக் குறிப்பிடலாம்.

அனுமானிக்கவும்  $Y_t$ ,  $Y_t$ , மற்றும்  $Z_t$  மூன்று முறை தொடராக இருக்கும்:

3. If  $X_t \sim I(d_1)$  and  $Y_t \sim I(d_2)$ , then  $Z_t = (a X_t + b Y_t) \sim I(d_2)$ , where  $d_1 < d_2$ .

4. If  $X_t \sim I(d)$  and  $Y_t \sim I(d)$ , then  $Z_t = (a X_t + b Y_t) \sim I(d^*)$ ;  $d^*$  is generally equal to  $d$ .

Assume  $X_t$ ,  $Y_t$ , and  $Z_t$  be three time series:

1. If  $X_t \sim I(0)$  and  $Y_t \sim I(1)$ , then  $Z_t = (X_t + Y_t) \sim I(1)$

This states that the sum of stationary and non-stationary time series is also non-stationary.

2. If  $X_t \sim I(d)$ , then  $Z_t = (a + b X_t) \sim I(d)$ , where  $a$  and  $b$  are constants.

This states that the linear combination of an  $I(d)$  series is also  $I(d)$ . Thus, if  $X_t \sim I(0)$ , then  $Z_t = (a + b X_t) \sim I(0)$ .

### 13.9 போலியான பின்னடைவைப் புரிந்துகொள்வது

நிலைத்தன்மையின் முக்கியத்துவத்தைப் புரிந்து கொள்ள, பின்வரும் இரண்டு RWMகளைக் கவனியுங்கள்.

$$Y_t = Y_{t-1} + u_t$$

$$X_t = X_{t-1} + v_t$$

500 அவதானிப்புகள் என்று வைத்துக்கொள்வோம்  $u$  இருந்து  $u \sim N(0, 1)$  மற்றும் 500 அவதானிப்புகள்

இன்  $v$  இருந்து  $v \sim N(0, 1)$  இரண்டின் ஆரம்ப மதிப்புகளை வைத்து உருவாக்கப்படுகின்றன  $Y$  மற்றும்  $X$  என பூஜியம் மேலும், என்று வைத்துக்கொள்வோம்  $u_t$  மற்றும்  $v_t$  தொடர் மற்றும் ஒன்றுக்கொன்று தொடர்பில்லாதவை. இந்த இரண்டு நேரத் தொடர்களும் நிலையானவை அல்ல என்பதை புரிந்து கொள்ளுங்கள்; அதாவது அவை  $I(1)$  அல்லது நிகழ்ச்சி சீரற்ற போக்குகள். செயல்முறைகள்,  $R^2$  பின்னடைவில் இருந்து  $Y$  அன்று  $X$  மதிப்பு = 0 இருக்க வேண்டும்; அதாவது, இரண்டு மாறிகளுக்கு இடையே எந்த தொடர்பும் இல்லை. இருப்பினும், கீழே உள்ள பின்னடைவு முடிவுகளைப் பாருங்கள்:

அட்டவணை 13.1 பின்னடைவு முடிவுகள்

Variable	Coefficient	Std. error	t statistic
C	-13.2556	0.6203	-21.36856
X	0.3376	0.0443	7.61223
$R^2 = 0.1044$		$\sigma = 0.0121$	

குணகம் என்பதைக் கவனியுங்கள்  $X$  மிகவும் புள்ளியியல் முக்கியத்துவம் வாய்ந்தது, மற்றும்  $R^2$  மதிப்பு குறைவாக உள்ளது, இது புள்ளியியல் ரீதியாக குறிப்பிடத்தக்கது மற்றும் = 0 அல்ல. இடையே குறிப்பிடத்தக்க புள்ளியியல் தொடர்பு இருப்பதாக இந்த முடிவுகள் முடிவு செய்கின்றன  $Y$  மற்றும்  $X$ , அதேசமயம் கோட்பாட்டளவில் ஏதேனும் இருக்க வேண்டும். இந்த வகையான பின்னடைவு முடிவுகள் போலியான நிகழ்வு

## குறிப்பு

அல்லது முட்டாள்தனமான பின்னடைவு என அறியப்படுகின்றன, முதலில் யூல் கண்டுபிடித்தது. மாதிரி அளவு போதுமான அளவு பெரியதாக இருந்தாலும், நிலையற்ற நேரத் தொடரில் முட்டாள்தனமான அல்லது போலியான தொடர்பு தொடரலாம் என்று யூல் காட்டினார். மிகக் குறைந்த டர்பின்-வாட்சன்  $d$  மதிப்பால் பரிந்துரைக்கப்பட்டபடி மேலே உள்ள பின்னடைவு சரியாக இல்லை. DW சோதனை வலுவான முதல்-வரிசை தன்னியக்கத் தொடர்பை பரிந்துரைக்கிறது. ஒரு நல்ல விதியாக இருந்தால்  $R^2 > d$  மதிப்பிடப்பட்ட பின்னடைவு போலியானது மற்றும் பெறப்பட்ட முடிவுகள் அர்த்தமற்றவை என்று சந்தேகிக்கவும்.

### நிலைத்தன்மையின் சோதனை

பலநேர தொடர் நுட்பங்களில் பொதுவான அனுமானம் தரவு நிலையானது. ஒரு நிலையான செயல்முறையானது சராசரி, மாறுபாடு மற்றும் தன்னியக்க தொடர்பு அமைப்பு காலப்போக்கில் மாறாத பண்புகளைக் கொண்டுள்ளது. நிலையான தன்மையை துல்லியமான கணித அடிப்படையில் வரையறுக்கலாம், ஆனால் எங்கள் நோக்கத்திற்காக நாம் ஒரு தட்டையான தோற்றம் கொண்ட தொடர், போக்கு இல்லாமல், காலப்போக்கில் நிலையான மாறுபாடு, காலப்போக்கில் ஒரு நிலையான தன்னியக்க அமைப்பு மற்றும் காலமுறை ஏற்ற இறக்கங்கள் (பருவநிலை) ஆகியவற்றைக் குறிக்கிறோம். நடைமுறை நோக்கங்களுக்காக, நிலையான தன்மையை பொதுவாக ஒரு ரன் வரிசை சதித்திட்டத்தில் இருந்து தீர்மானிக்க முடியும்.

### நிலைத்தன்மையை அடைவதற்கான மாற்றங்கள்

நேரத் தொடர் நிலையானதாக இல்லாவிட்டால், பின்வரும் நுட்பங்களில் ஒன்றைக் கொண்டு நாம் அடிக்கடி அதை நிலையானதாக மாற்றலாம்:

- நாம் தரவுகளை வேறுபடுத்தலாம். அதாவது தொடர் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது  $Z$ , நாங்கள் புதிய தொடரை உருவாக்குகிறோம்  $Y_i = Z_i - Z_{i-1}$  வேறுபட்ட தரவு அசல் தரவை விட ஒரு குறைவான புள்ளியைக் கொண்டிருக்கும். நீங்கள் தரவை ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட முறை வித்தியாசப்படுத்த முடியும் என்றாலும், பொதுவாக ஒரு வேறுபாடு போதுமானது.
- தரவு ஒரு போக்கைக் கொண்டிருந்தால், சில வகையான வளைவை நாம் தரவுகளுடன் பொருத்தலாம், பின்னர் அந்த பொருத்தத்திலிருந்து மீதமுள்ளவற்றை மாதிரியாக்கலாம். பொருத்தத்தின் நோக்கம் நீண்ட கால போக்கை அகற்றுவது, நேர்கோடு போன்ற எளிமையான பொருத்தம் பொதுவாகப் பயன்படுத்தப்படுகிறது.
- நிலையான மாறுபாட்டிற்கு, தொடரின் மடக்கை அல்லது வர்க்க மூலத்தை எடுத்துக்கொள்வது மாறுபாட்டை உறுதிப்படுத்தலாம். எதிர்மறை தரவுகளுக்கு, மாற்றத்தைப் பயன்படுத்துவதற்கு முன், எல்லா தரவையும் நேர்மறையாக மாற்ற, பொருத்தமான மாறிலியைச் சேர்க்கலாம். இந்த மாறிலியானது, எதிர்காலப் புள்ளிகளுக்கான கணிக்கப்பட்ட (அதாவது பொருத்தப்பட்ட) மதிப்புகள் மற்றும் முன்னறிவிப்புகளைப் பெற மாதிரியிலிருந்து கழிக்கப்படலாம்.

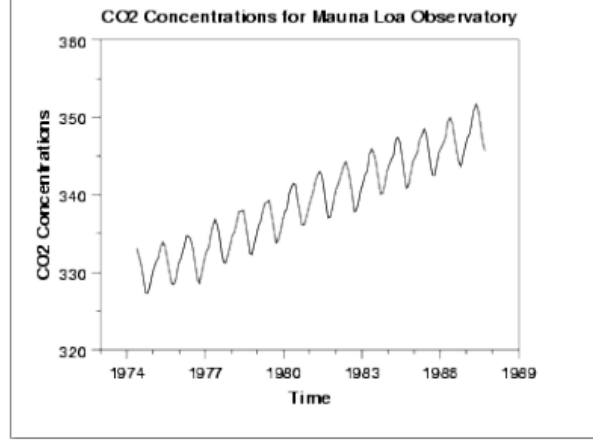
மேலே உள்ள நுட்பங்கள் நிலையான இருப்பிடம் மற்றும் அளவோடு தொடர்களை உருவாக்குவதை நோக்கமாகக் கொண்டுள்ளன. பருவநிலையும் நிலையான தன்மையை மீறுகிறது என்றாலும், இது பொதுவாக நேரத் தொடர் மாதிரியில் வெளிப்படையாக இணைக்கப்படுகிறது.

## குறிப்பு

**எடுத்துக்காட்டு 13.1** பின்வரும் அடுக்குகள் மாதாந்திர CO<sub>2</sub> இன் தரவுத் தொகுப்பிலிருந்து வந்தவை செறிவுகள்.

**தீர்வு:** வரிசை சதித்திட்டத்தை இயக்கவும்

தரவின் ஆரம்ப ரன் வரிசை சதி அதிகரித்து வரும் போக்கைக் குறிக்கிறது. இந்த சதித்திட்டத்தின் காட்சி ஆய்வு, இந்த மேல்நோக்கிய போக்கை அகற்ற ஒரு எளிய நேரியல் பொருத்தம் போதுமானதாக இருக்க வேண்டும் என்பதைக் குறிக்கிறது.



இரண்டு நடைமுறை சவால்கள் உள்ளன:

- (1) கொடுக்கப்பட்ட நேரத் தொடர் நிலையானதா இல்லையா என்பதைக் கண்டறிய
- (2) நேரத் தொடர் நிலையானதாக இல்லாவிட்டால், அதை நிலையானதாக மாற்ற வழி இருக்கிறதா?

நேரத் தொடர் நிலையானதா இல்லையா என்பதைக் கண்டறிய இலக்கியத்தில் முக்கியமாக விவாதிக்கப்படும் இரண்டு சோதனைகள்:

- (1) வரைகலை பகுப்பாய்வு
- (2) தன்னியக்க தொடர்பு செயல்பாடு கோரோலோகிராம் சோதனை

### 1. வரைகலை பகுப்பாய்வு

பொருளாதார அளவியல் பகுப்பாய்வின் அடிப்படை விதியாக, முறையான சோதனைகளைத் தொடரும் முன், படிப்பின் கீழ் உள்ள நேரத் தொடரைத் திட்டமிடுவது எப்போதும் அறிவுறுத்தப்படுகிறது. சதி நேரத் தொடரின் எதிர்பார்க்கப்படும் தன்மை பற்றிய ஆரம்பக் குறிப்பை அளிக்கிறது.

### 2. தன்னியக்க தொடர்பு செயல்பாடு (ACF) மற்றும் தொடர்பு வரைபடம்

நிலைத்தன்மையின் மிகவும் முறையான மற்றும் எளிமையான சோதனையானது ஆட்டோகோரிலேஷன் செயல்பாட்டை (ACF) அடிப்படையாகக் கொண்டது.

பின்னடைவு  $k$  இல் ACF,  $\rho_k$  ஆல் குறிக்கப்படுகிறது, இது பின்வருமாறு வரையறுக்கப்படுகிறது:



## குறிப்பு

The ACF at lag  $k$ , denoted by  $\rho_k$ , is defined as:

$$\rho_k = \gamma_k / \gamma_0 = \text{covariance at lag } k / \text{variance}$$

Where covariance at lag  $k$  and variance are:

$$\text{Variance: } \text{var}(Y_t) = E(Y_t - \mu)^2 = \sigma^2$$

$$\text{Covariance: } \gamma_k = E[(Y_t - \mu)(Y_{t+k} - \mu)]$$

Note that if  $k = 0$ ,  $\rho_0 = 1$ .

கோவேரியன்ஸ் மற்றும் மாறுபாடு இரண்டும் ஒரே அளவீட்டு அலகுகளில் அளவிடப்படுகிறது;  $\rho_k$  என்பது ஒரு யூனிட் குறைவான அல்லது தூய்மையான எண். அதன் மதிப்பு -1 மற்றும் +1 இடையே உள்ளது, எந்த தொடர்பு குணகமும் செய்கிறது. நாம் எதிராக  $\rho_k$  சதி செய்தால்  $k$ , நாம் பெறும் வரைபடம் மக்கள்தொகை தொடர்பு வரைபடம் என அழைக்கப்படுகிறது.

$N$  யதார்த்தம் ஒரு சீரற்ற செயல்முறையின் உணர்தல் (அதாவது மாதிரி) மட்டுமே உள்ளது, இது மாதிரி தன்னியக்க செயல்பாடு (SAFC),  $\rho^*$  ஆகியவற்றைக் கணக்கிட உதவுகிறது.  $k$ . இதைக் கணக்கிட, முதலில் மாதிரி கோவாரியன்ஸ் லேக்கில் கணக்கிடவும்  $k$ ,  $\gamma^* k$ , மற்றும் மாதிரி மாறுபாடு,  $\gamma^* 0$ , அவை பின்வருமாறு வரையறுக்கப்படுகின்றன:

$$\gamma^* k = \sum (Y_t - \bar{Y})(Y_{t+k} - \bar{Y}) / n$$

$$\gamma^* 0 = \sum (Y_t - \bar{Y})^2 / n$$

500 பிழைச் சொற்களின் மாதிரி உருவாக்கப்பட்டு, அவற்றின் இணை வரைபடம் கீழே இரண்டு புள்ளிவிவரங்களில் வழங்கப்படுகிறது என்று வைத்துக்கொள்வோம்.

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	1.000	-0.022	-0.022	0.2335	0.629
2	0.019	-0.019	-0.020	0.4247	0.809
3	-0.009	-0.009	-0.010	0.4640	0.927
4	-0.031	-0.031	-0.031	0.9372	0.919
5	-0.070	-0.072	-0.072	3.4186	0.636
6	-0.008	-0.013	-0.013	3.4493	0.751
7	0.048	0.045	0.045	4.6411	0.704
8	-0.069	-0.070	-0.070	7.0385	0.532
9	0.022	0.017	0.017	7.2956	0.606
10	-0.004	-0.011	-0.011	7.3059	0.696
11	0.024	0.025	0.025	7.6102	0.748
12	0.024	0.027	0.027	7.8993	0.793
13	0.026	0.021	0.021	8.2502	0.827
14	-0.047	-0.046	-0.046	9.3726	0.806
15	-0.037	-0.030	-0.030	10.074	0.815
16	-0.026	-0.031	-0.031	10.429	0.843
17	-0.029	-0.024	-0.024	10.865	0.863
18	-0.043	-0.050	-0.050	11.807	0.857
19	0.038	0.028	0.028	12.575	0.860
20	0.099	0.093	0.093	17.739	0.605
21	0.001	0.007	0.007	17.739	0.665
22	0.065	0.060	0.060	19.923	0.588
23	0.053	0.055	0.055	21.404	0.556
24	-0.017	-0.004	-0.004	21.553	0.606
25	-0.024	-0.005	-0.005	21.850	0.644
26	-0.008	-0.008	-0.008	21.885	0.695
27	-0.036	-0.027	-0.027	22.587	0.707
28	0.053	0.072	0.072	24.068	0.678

## குறிப்பு

AC = தன்னியக்க தொடர்பு, PAC = பகுதி தன்னியக்க தொடர்பு Q-Stat = Q புள்ளியியல், Prob = நிகழ்தகவு.

AC என்று பெயரிடப்பட்ட நெடுவரிசையைக் கவனிக்கவும், இது மாதிரி தன்னியக்க செயல்பாடு மற்றும் இடதுபுறத்தில் உள்ள முதல் வரைபடத்தில், தன்னியக்க தொடர்பு என்று லேபிளிடப்பட்டுள்ளது. இந்த வரைபடத்தில் உள்ள திடமான செங்குத்து கோடு பூஜ்ஜிய அச்சைக் குறிக்கிறது. கோட்டிற்கு மேலே உள்ள அவதானிப்புகள் நேர்மறை மதிப்புகள் மற்றும் கோட்டிற்கு கீழே உள்ளவை எதிர்மறை மதிப்புகள். இந்த வரைபடத்தில் இருந்து தெளிவாகத் தெரிகிறது, முற்றிலும் வெள்ளை இரைச்சல் செயல்முறைக்கு பல்வேறு பின்னடைவுகளில் உள்ள தன்னியக்க தொடர்புகள் பூஜ்ஜியத்தைச் சுற்றி வருகின்றன. இது ஒரு நிலையான நேரத் தொடரின் இணை வரைபடத்தின் படம். எனவே, உண்மையான (பொருளாதார) நேரத் தொடரின் இணை வரைபடம் வெள்ளை இரைச்சல் நேரத் தொடரின் இணை வரைபடத்தை ஒத்திருந்தால், நேரத் தொடர் நிலையானது என்று நாம் கூறலாம்.

பின்னடைவின் நீளத்தைத் தேர்ந்தெடுப்பதற்கு, பகுப்பாய்விற்குப் பயன்படுத்தப்படும் நேரத் தொடரின் நீளத்தின் மூன்றில் ஒரு பங்கு முதல் கால் பகுதி வரை ACF ஐக் கணக்கிடுவது கட்டைவிரல் விதி.

மேலும், நிலையான அல்லாத நேரத் தொடரின் பின்னடைவால் ஏற்படும் போலியான பின்னடைவு சிக்கலைத் தவிர்ப்பதற்காக? எனவே, நிலையான அல்லாத நேரத் தொடரை அவற்றை நிலையானதாக மாற்றுவது முக்கியம். செயல்முறை அடங்கும்:

**வேறுபாடு நிலையான செயல்முறை (DSP):** நேரத் தொடரில் ஒரு யூனிட் ரூட் இருந்தால், அத்தகைய நேரத் தொடரின் முதல் வேறுபாடு நிலையானதாக இருக்கும். எனவே, நேரத் தொடரின் முதல் வேறுபாடுகளை எடுப்பதே இங்கு தீர்வு.

**போக்கு நிலையான செயல்முறை (TSP):** ட்ரெண்ட் ஸ்டேஷனரி ப்ராசஸ் என்பது டிரெண்ட் லைனைச் சுற்றி நேரத் தொடர் நிலையானதாக இருக்கும் ஒரு செயல்முறையாகும். அத்தகைய நேரத் தொடரை நிலையானதாக ஆக்குவதற்கு, அதை சரியான நேரத்தில் திரும்பப் பெறுவது மற்றும் பின்னடைவில் இருந்து எச்சங்கள் நிலையானதாக இருக்கும்.

நேரத் தொடர் TSP மற்றும் டிஎஸ்பியாகக் கருதப்பட்டால், அது அண்டர்-வேறுபாடு எனப்படும். மறுபுறம், நேரத் தொடர் TSPயாக இருந்தாலும் TSPயாகக் கருதப்பட்டால் அது மிகை-வேறுபாடு என குறிப்பிடப்படுகிறது.

### 13.10 உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சரிபார்க்கும் கேள்விகளின் பதில்கள்

1. நேரத் தொடர் தரவு சமமான இடைவெளி நேர இடைவெளியில் மாறிகளின் தரவு மதிப்புகள் என வரையறுக்கப்படுகிறது. அந்த நேரத்தில் எடுக்கப்பட்ட தரவு அவதானிப்புகள் தன்னியக்க தொடர்பு, குறிப்பிட்ட போக்குகள் அல்லது பருவகால மாறுபாடுகள் போன்ற உள் அமைப்பைக் கொண்டிருப்பதை பகுப்பாய்வு கணக்கில் எடுத்துக்கொள்கிறது.
2. சீரற்ற அல்லது சீரற்ற செயல்முறை என்பது சீரற்ற மாறிகளின் தொகுப்பாகும், அவை சரியான நேரத்தில் வரிசைப்படுத்தப்படுகின்றன. விடுங்கள்  $Y$  ஒரு சீரற்ற மாறி

## குறிப்பு

- இருக்கும், அது தொடர்ச்சியாக இருந்தால், அதைக் குறிக்கும்  $Y(t)$ , ஆனால் அது தனித்தனியாக இருந்தால், அதைக் குறிக்கும்  $Y_t$ .
3. பொதுவாக, ஒரு சீரற்ற செயல்முறை நிலையானதாகக் கருதப்படுகிறது, அதன் சராசரி மற்றும் மாறுபாடு காலப்போக்கில் நிலையானதாக இருக்கும் மற்றும் இரண்டு காலகட்டங்களுக்கு இடையே உள்ள கோவேரியனின் மதிப்பு இரண்டு காலகட்டங்களுக்கு இடையே உள்ள தூரம் அல்லது இடைவெளி அல்லது பின்னடைவை மட்டுமே சார்ந்துள்ளது மற்றும் உண்மையான நேரத்தில் அல்ல. கோவாரியன்ஸ் கணக்கிடப்படுகிறது.
  4. ஆராய்ச்சி ஆர்வம் எப்போதும் நிலையான நேரத் தொடரில் இருக்கும், இருப்பினும், ஆராய்ச்சியாளர்கள் நிலையற்ற நேரத் தொடரை எதிர்கொள்கின்றனர், மேலும் சிறந்த உதாரணம் ரேண்டம் வாக் மாடல் (RWM). பங்கு விலைகள் அல்லது மாற்று விகிதங்கள் போன்ற சொத்து விலைகள் ஒரு சீரற்ற நடையைப் பின்பற்றுகின்றன, அதாவது அவை நிலையானவை அல்ல.
  5. ஒரு யூனிட் ரூட் (ஒரு யூனிட் ரூட் செயல்முறை அல்லது வேறுபாடு நிலையான செயல்முறை என்றும் அழைக்கப்படுகிறது) ஒரு நேரத் தொடரில் ஒரு சீரற்ற போக்கு, சில நேரங்களில் 'ரேண்டம் வாக் வித் டிரிஃப்ட்' என்று அழைக்கப்படுகிறது. நேரத் தொடரில் ஒரு யூனிட் ரூட் இருந்தால், அது கணிக்க முடியாத முறையான வடிவத்தைக் காட்டுகிறது. சாத்தியமற்ற அலகு ரூட்.
  6. பல வருடங்களில் முக்கியத்துவம் பெற்ற நிலைத்தன்மையின் (அல்லது நிலையற்ற) சோதனையானது யூனிட் ரூட் சோதனை ஆகும். தொடக்கப் புள்ளியானது யூனிட் ரூட் (ஸ்டோகாஸ்டிக்) செயல்முறை ஆகும்,  $Y_t = \rho Y_{t-1} + u_{t-1} \leq \rho \leq 1$  இங்கே  $u_t$  வெள்ளை இரைச்சல் பிழை சொல்.
  7. ஒரு நிலையற்ற நேரத் தொடர் வேறுபடும் போது  $d$  நேரங்களை நிலையானதாக மாற்ற, அத்தகைய நேரத் தொடர் அவதானிப்புகள் வரிசை  $d$  இன் ஒருங்கிணைக்கப்பட்டதாகக் கூறப்படுகிறது. ஒரு நேரத் தொடர்  $Y$  ஒருங்கிணைக்கப்பட்ட வரிசை  $d$  எனக் குறிக்கப்படுகிறது  $Y_t \sim I(d)$ .

### 13.11 தொகுப்பு

- நேரத் தொடர் தரவு சமமான இடைவெளி நேர இடைவெளியில் மாறிகளின் தரவு மதிப்புகள் என வரையறுக்கப்படுகிறது. அந்த நேரத்தில் எடுக்கப்பட்ட தரவு அவதானிப்புகள் தன்னியக்க தொடர்பு, குறிப்பிட்ட போக்குகள் அல்லது பருவகால மாறுபாடுகள் போன்ற உள் அமைப்பைக் கொண்டிருப்பதை பகுப்பாய்வு கணக்கில் எடுத்துக்கொள்கிறது.
- நேரத் தொடர் பகுப்பாய்வின் முக்கிய நோக்கம், கவனிக்கப்பட்ட தரவுகளால் குறிப்பிடப்படும் அடிப்படை நிகழ்வு மற்றும் கட்டமைப்பைப் பற்றிய புரிதலை உருவாக்குவதாகும். மேலும், முன்னறிவிப்பு, கண்காணிப்பு மற்றும் பின்னூட்டம் மற்றும் முன்னோக்கிக் கட்டுப்பாடு ஆகியவற்றிற்கு வழிவகுக்கும் மாதிரியைப் பொருத்துவது யோசனையாகும்.

## குறிப்பு

- சீரற்ற அல்லது சீரற்ற செயல்முறை என்பது சீரற்ற மாறிகளின் தொகுப்பாகும், அவை சரியான நேரத்தில் வரிசைப்படுத்தப்படுகின்றன. விடுங்கள்  $Y$  ஒரு சீரற்ற மாறி இருக்கும், அது தொடர்ச்சியாக இருந்தால், அதைக் குறிக்கும்  $Y(t)$ , ஆனால் அது தனித்தனியாக இருந்தால், அதைக் குறிக்கும்  $Y_t$ .
- GDP என்பது ஒரு சீரற்ற மாறி மற்றும் இதைப் புரிந்து கொள்ள 1991-இ காலாண்டிற்கான GDP \$2872.8 பில்லியனாக இருக்கும். கோட்பாட்டின் படி, 1991 ஆம் ஆண்டின் முதல் காலாண்டிற்கான மொத்த உள்நாட்டு உற்பத்தியின் மதிப்பு, நாட்டில் நிலவும் பொருளாதார மற்றும் அரசியல் சூழலைப் பொறுத்து, சீரற்ற எண்ணாக இருந்திருக்கலாம்.
- பொதுவாக, ஒரு சீரற்ற செயல்முறை நிலையானதாகக் கருதப்படுகிறது, அதன் சராசரி மற்றும் மாறுபாடு காலப்போக்கில் நிலையானதாக இருக்கும் மற்றும் இரண்டு காலகட்டங்களுக்கு இடையே உள்ள கோவேரியனின் மதிப்பு இரண்டு காலகட்டங்களுக்கு இடையே உள்ள தூரம் அல்லது இடைவெளி அல்லது பின்னடைவை மட்டுமே சார்ந்துள்ளது மற்றும் உண்மையான நேரத்தில் அல்ல. கோவாரியன்ஸ் கணக்கிடப்படுகிறது.
- மேலே குறிப்பிட்டுள்ளபடி நேரத் தொடர் நிலையானதாக இல்லாவிட்டால், அது நிலையான நேரத் தொடர் எனப்படும். குறிப்பிடுவதற்கு, நிலையற்ற நேரத் தொடரில் நேரம் மாறுபடும் சராசரி அல்லது மாறுபாடு அல்லது இரண்டும் இருக்கும்.
- பூஜ்ஜிய சராசரி, நிலையான மாறுபாடு  $\sigma^2$  இருந்தால், சீரற்ற செயல்முறை முற்றிலும் சீரற்றதாக இருக்கும், மற்றும் தொடர் தொடர்பில்லாதது (தன்னிச்சையான தொடர்பு இல்லை).
- ஆராய்ச்சி ஆர்வம் எப்போதும் நிலையான நேரத் தொடரில் இருக்கும், இருப்பினும், ஆராய்ச்சியாளர்கள் நிலையற்ற நேரத் தொடரை எதிர்கொள்கின்றனர், மேலும் சிறந்த உதாரணம் ரேண்டம் வாக் மாடல் (RWM).
- ஒரு யூனிட் ரூட் (ஒரு யூனிட் ரூட் செயல்முறை அல்லது வேறுபாடு நிலையான செயல்முறை என்றும் அழைக்கப்படுகிறது) ஒரு நேரத் தொடரில் ஒரு சீரற்ற போக்கு, சில நேரங்களில் 'ரேண்டம் வாக் வித் டிரிஃப்ட்' என்று அழைக்கப்படுகிறது. நேரத் தொடரில் ஒரு யூனிட் ரூட் இருந்தால், அது கணிக்க முடியாத முறையான வடிவத்தைக் காட்டுகிறது. சாத்தியமற்ற அலகு ரூட்.
- யூனிட் ரூட் சோதனைகள் ஒரு நேரத் தொடரில் நிலையான சோதனைகள். நேரத்தின் மாற்றம் விநியோகத்தின் வடிவத்தில் மாற்றத்தை ஏற்படுத்தாவிட்டால், நேரத் தொடர் நிலையானதாக இருக்கும்; அலகு வேர்கள் நிலையற்றதற்கு ஒரு காரணமாகும்.
- நிகழ்தகவு கோட்பாடு மற்றும் புள்ளிவிவரங்களில், ஒரு யூனிட் ரூட் என்பது சில சீரற்ற செயல்முறைகளின் (சீரற்ற நடைகள் போன்றவை) ஒரு அம்சமாகும், இது நேரத் தொடர் மாதிரிகளை உள்ளடக்கிய புள்ளிவிவர அனுமானத்தில் சிக்கல்களை ஏற்படுத்தும்.
- 1 என்பது செயல்முறையின் சிறப்பியல்பு சமன்பாட்டின் ஒரு மூலமாக இருந்தால், ஒரு நேரியல் சீரற்ற செயல்முறைக்கு ஒரு அலகு ரூட் இருக்கும். அத்தகைய செயல்முறை நிலையானது அல்ல, ஆனால் எப்போதும் ஒரு போக்கு இல்லை.
- பரந்த அளவில், நிலையானது அல்லாத நேரத் தொடர் வேறுபடும் போது  $d$  நேரங்களை நிலையானதாக மாற்ற, அத்தகைய நேர தொடர் அவதானிப்புகள் ஒழுங்கின் ஒருங்கிணைக்கப்பட்டதாக

கூறப்படுகிறது  $d$ . ஒரு நேரத் தொடர்  $Y_t$  ஒருங்கிணைக்கப்பட்ட வரிசை  $d$  எனக் குறிக்கப்படுகிறது  $Y_t \sim I(d)$ .

- பல நேரத் தொடர் நுட்பங்களில் பொதுவான அனுமானம் தரவு நிலையானது. சராசரி, மாறுபாடு மற்றும் தன்னியக்க அமைப்பு ஆகியவை காலப்போக்கில் மாறாத பண்புகளை நிலையியல் செயல்முறை கொண்டுள்ளது.

### 13.12 முக்கிய வார்த்தைகள்

- நேரத் தொடர் தரவு: இது சம இடைவெளி நேர இடைவெளியில் மாறிகளின் தரவு மதிப்புகளாக வரையறுக்கப்படுகிறது.
- நேரத் தொடர் பகுப்பாய்வு: அந்த நேரத்தில் எடுக்கப்பட்ட தரவு அவதானிப்புகள் தன்னியக்க தொடர்பு, குறிப்பிட்ட போக்குகள் அல்லது பருவகால மாறுபாடுகள் போன்ற உள் அமைப்பைக் கொண்டிருப்பதை பகுப்பாய்வு கணக்கில் எடுத்துக்கொள்கிறது.
- சீரற்ற செயல்முறைகள்: ஒரு சீரற்ற அல்லது சீரற்ற செயல்முறை என்பது சீரற்ற மாறிகளின் தொகுப்பாகும், அவை சரியான நேரத்தில் வரிசைப்படுத்தப்படுகின்றன. விடுங்கள்  $Y$  ஒரு சீரற்ற மாறி இருக்கும், அது தொடர்ச்சியாக இருந்தால், அதைக் குறிக்கும்  $Y(t)$ , ஆனால் அது தனித்தனியாக இருந்தால், அதைக் குறிக்கும்  $Y_t$ .
- சீரான நிலையான செயல்முறை: பொதுவாக, ஒரு சீரற்ற செயல்முறை நிலையானதாகக் கருதப்படுகிறது, அதன் சராசரி மற்றும் மாறுபாடு காலப்போக்கில் நிலையானதாக இருக்கும் மற்றும் இரண்டு காலகட்டங்களுக்கு இடையே உள்ள கோவேரியனின் மதிப்பு இரண்டு காலகட்டங்களுக்கு இடையே உள்ள தூரம் அல்லது இடைவெளி அல்லது பின்னடைவை மட்டுமே சார்ந்துள்ளது மற்றும் உண்மையான நேரத்தில் அல்ல. கோவாரியன்ஸ் கணக்கிடப்படுகிறது.
- யூனிட் ரூட் ஸ்காலஸ்டிக் செயல்முறை: ஒரு யூனிட் ரூட் (ஒரு யூனிட் ரூட் செயல்முறை அல்லது வேறுபாடு நிலையான செயல்முறை என்றும் அழைக்கப்படுகிறது) ஒரு நேரத் தொடரில் ஒரு சீரற்ற போக்கு, சில நேரங்களில் 'ரேண்டம் வாக் வித் டிரிஃப்ட்' என்று அழைக்கப்படுகிறது.
- அலகு ரூட் சோதனை: பல ஆண்டுகளாக முக்கியத்துவம் பெற்ற நிலைத்தன்மையின் சான்று (அல்லது நிலையற்ற தன்மை) அலகு ரூட் சோதனை ஆகும்.
- ஒருங்கிணைந்த கல்வி செயல்முறைகள்: ஒரு நிலையற்ற நேரத் தொடர் வேறுபடும் போது  $\pi$  நேரங்களை நிலையானதாக மாற்ற, அத்தகைய நேரத் தொடர் அவதானிப்புகள் வரிசை  $d$  இன் ஒருங்கிணைக்கப்பட்டதாகக் கூறப்படுகிறது. ஒரு நேரத் தொடர்  $Y_t$  ஒருங்கிணைக்கப்பட்ட வரிசை  $d$  என குறிக்கப்படுகிறது  $Y \sim I(d)$
- நிலைத்தன்மையின் சோதனை: ஒரு நிலையான செயல்முறையானது சராசரி, மாறுபாடு மற்றும் தன்னியக்க தொடர்பு அமைப்பு காலப்போக்கில் மாறாத பண்புகளைக் கொண்டுள்ளது.

## குறிப்பு

### 13.13 சுய மதிப்பீட்டு கேள்விகள் மற்றும் பயிற்சிகள்

#### குறுகிய பதில் கேள்விகள்

1. பொருளாதார நேரத் தொடரின் பகுப்பாய்வு என்ன?
2. சீரற்ற செயல்முறையை விளக்குங்கள்.
3. நிலையான சீரற்ற செயல்முறைகளை வரையறுக்கவும்.
4. நிலையற்ற சீரற்ற செயல்முறைகளை விளக்கவும்.
5. யூனிட் ரூட் ஸ்காலஸ்டிக் செயல்முறையைக் கூறவும்.
6. யூனிட் ரூட் சோதனை மூலம் நீங்கள் என்ன புரிந்துகொள்கிறீர்கள்?
7. ஒருங்கிணைந்த கல்வி செயல்முறைகளை விளக்குங்கள்.

#### நீண்ட பதில் கேள்விகள்

1. பொருளாதார நேரத் தொடரின் பகுப்பாய்வு பற்றி சுருக்கமாக விவாதிக்கவும்.
2. எடுத்துக்காட்டுகளின் உதவியுடன் சீரற்ற செயல்முறையை விளக்குங்கள்.
3. நிலையான சீரற்ற செயல்முறைகள் மற்றும் நிலையற்ற சீரற்ற செயல்முறைகளை வேறுபடுத்துங்கள்.
4. நிலையற்ற சீரற்ற செயல்முறைகளில் இரண்டு வகையான சீரற்ற நடைகளை விவரிக்கவும்.
5. யூனிட் ரூட் ஸ்காலஸ்டிக் செயல்முறையை விளக்குங்கள். யூனிட் ரூட் சோதனையின் முக்கியத்துவத்தை எழுதுங்கள்.
6. ஒருங்கிணைந்த கல்வி செயல்முறைகளை பகுப்பாய்வு செய்யுங்கள். பொருத்தமான உதாரணங்களைக் கொடுங்கள்.
7. நிலைத்தன்மையின் சோதனை என்றால் என்ன? நிலைத்தன்மையை அடைவதற்கான மாற்றங்களை விளக்குங்கள்.

### 13.14 மேலும் படிக்க

Johnston, J. and John DiNARDO. 1997. *Econometric Methods*, Fourth Edition. New Delhi: Tata McGraw-Hill.

Koutsoyiannis, A. I 1977. *Theory of Econometrics*, Second Edition. London: The Macmillan Press Ltd.

Ozdemir, Durmu, 2016. *Applied Statistics for Economics and Business*, Second Edition. Izmir (Thrkey): Springer.

Maddala, G.S. 1992. *Introduction to Econometrics*, Second Edition. New York: Macmillan Publishing Company.

Pindyck, R. S and D. L. Rubinfeld. 1998. *Econometric Models and Economic Forecasts*, Fourth Edition. New York: McGraw Hill.

Goldberger, A. S. 1998. *Introductory Econometrics*. Cambridge: Harvard University Press.

Levirie, David M., Timothy C. Krehbiei, Mark L Berenson and P. K. Viswanathan. 2009. *Business Statist.*, Fifth Edition. New Delhi: Pearson Education.

Webster, Allen L. 1998. *Applied Statistics for Business and Economics*, Third Edition. New Delhi: Tata McGraw-Hill.

## அலகு 14 பொருளாதார அளவீடு

### மென்பொருள் தொகுப்பு: STATA

#### கட்டமைப்பு

- 14.0 முன்னுரை
- 14.1 நோக்கங்கள்
- 14.2 STATA அறிமுகம்
- 14.3 நிலை தரவுக் கோப்பைத் திறக்கிறது
- 14.4 மூலத் தரவை STATA இல் படித்தல்
- 14.5 STATA இல் புதிய மாறிகளை உருவாக்குதல்
- 14.5.1 இரண்டு துணை மாதிரிகளில் உள்ள பொருள் ஒன்றா என்பதைச் சோதித்தல்
- 14.5.2 ஒரு எளிய OLS பின்னடைவை இயக்குதல்
- 14.5.3 பகுப்பாய்வைத் தெளிவுபடுத்துதல் மற்றும் மூடுதல்
- 14.6 உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சரிபார்க்கும் கேள்விகளின் பதில்கள்
- 14.7 சுருக்கத் தொகுப்பு
- 14.8 முக்கிய வார்த்தைகள்
- 14.9 சுய மதிப்பீட்டு கேள்விகள் மற்றும் பயிற்சிகள்
- 14.10 மேலும் படிக்க

#### 14.0 அறிமுகம்

புள்ளிவிவர மென்பொருள் STATA பயன்படுத்த எளிதானது. கணக்கீடு மற்றும் தொடரியல் ஆகிய இரண்டிற்கும் பொதுவான பொருளாதாரவியல் முறைகளுக்கு இது மிகவும் உகந்ததாக உள்ளது. இது ஒரு பெரிய பயனர் தளத்தைக் கொண்டுள்ளது, இது செயலில் உள்ளது மற்றும் ஒரு சமூகமாக ஒருவருக்கொருவர் பெரும் ஆதரவைக் கொண்டுள்ளது.

STATA இன் நிரல் ஐகானை இருமுறை கிளிக் செய்வதன் மூலம் STATA ஐ தொடங்க பயன்படுத்தப்படும் போது, STATA இன் இடைமுகம் திறக்கும். இந்த இடைமுகத்தில் உள்ள திரையின் மேற்புறத்தில், பல்வேறு கட்டளைகளை செயல்படுத்தும் பல்வேறு டாப்-டவுன் மெனுக்கள் மற்றும் ஷார்ட்-கட் பொத்தான்கள் உள்ளன, அதாவது, தரவை உலாவுதல்/திருத்துதல், கோப்பைச் சேமிப்பது மற்றும் புள்ளிவிவர பகுப்பாய்வு செய்வது. இந்த மெனுக்களில், பல்வேறு STATA கட்டளைகளைப் பயன்படுத்துவதற்கான வழிகாட்டுதலைப் பெறுவதற்கும், உள்ளமைக்கப்பட்ட குறிப்பு கையேட்டில் இருந்து தகவல்களை அணுகுவதற்கும் உதவி மெனுவைப் பயன்படுத்தலாம். உதவி மெனு பயனர்களுக்கு புதுப்பிப்புகளைப் பார்க்க உதவுகிறது, மேலும் STATA இன் அதிகாரப்பூர்வ வலைத்தளத்தை நேரடியாக இணைக்கவும். STATA இன் கிடைக்கக்கூடிய GUI திரையில் பெரும்பாலானவை பலகைகள்/பேனல்கள்/பணிப் பகுதி என்றும் அழைக்கப்படும் நான்கு சாளரங்களுக்கிடையில் பிரிக்கப்பட்டுள்ளன.

#### குறிப்பு

## குறிப்பு

இரண்டு வெவ்வேறு அணுகுமுறைகளில் ஒன்றைப் பயன்படுத்தி STATA ஐக் கற்றுக்கொள்வதும் பயன்படுத்துவதும் செய்யலாம். அவை இரண்டையும் பார்ப்போம். ஒரு அணுகுமுறை, அதை ஒரு ஊடாடும் கருவியாகப் பார்த்து, அதைப் பயன்படுத்துவதாகும். இதைச் செய்ய, STATA ஐத் தொடங்கவும், அதில் தரவை ஏற்றவும் மற்றும் கட்டளைகளைக் கிளிக் செய்யவும் அல்லது தட்டச்சு செய்யவும். தரவு ஆய்வுக்கு இது ஒரு சிறந்த வழியை வழங்குகிறது, மேலும் அவை எவ்வாறு செயல்படுத்தப்படுகின்றன என்பதைச் சரிபார்க்க பல்வேறு கட்டளைகளைப் பயன்படுத்துகின்றன. தொடரியல் அவுட், மற்றும் நிரல் வேலை எப்படி பார்க்க. STATAவில் விஷயங்களைக் கற்றுக்கொள்வதற்கு இது ஒரு சிறந்த வழியாகும், ஏனெனில் இது உடனடி முடிவுகளைக் காண்பிக்கும், இது உங்களுக்குத் தேவையானதா என்பதை நீங்கள் சரிபார்க்கலாம் மற்றும் வெவ்வேறு முடிவுகளுக்கு வழிவகுத்தால் உங்கள் கட்டளைகளை மாற்றலாம். நீங்கள் மென்பொருளுடன் என்ன செய்ய விரும்புகிறீர்களோ, அதற்கான உடனடி உதவியை மென்பொருளிலிருந்து அணுகலாம். இருப்பினும், ஊடாடும் வேலையை எளிதில் அல்லது நம்பகத்தன்மையுடன் மீண்டும் உருவாக்கவோ அல்லது மாற்றியமைக்கவோ முடியாது என்பதை நினைவில் கொள்ள வேண்டும். செயல்படுத்தப்பட்ட கட்டளையை செயல்திறக்க STATA எந்த கட்டளையையும் வழங்காததால் தவறுகளை சரிசெய்ய முடியாது.

STATA உடன் கற்றல் மற்றும் வேலை செய்வதற்கான இரண்டாவது அணுகுமுறை, அதை ஒரு நிரலாக்க மொழியாகக் கருதுவதாகும். இந்த அணுகுமுறை எடுக்கப்பட்டால், ஒரு முழுமையான நிரல் எழுதப்பட்டு, do files எனப்படும், பின்னர் அவை இயக்கப்படும். do கோப்பு STATA கட்டளை வரியில் ஒவ்வொன்றாக உள்ளிடப்படும் கட்டளைகளை உள்ளடக்கியது, மேலும் நிரலில் இவை நிரந்தர கோப்பில் எழுதப்பட்டிருப்பதால், கட்டளைகளில் உள்ள சிக்கல்களைப் பிடிக்கவும், அவற்றைச் சரிசெய்து கோப்பை இயக்கவும் முடியும். மீண்டும். அவை நிரல் வடிவத்தில் இருப்பதால், முடிவு எவ்வாறு வந்தது என்பதற்கான தடத்தை அவை கொண்டிருக்கின்றன. அவை ஒரு குறிப்பிட்ட முடிவைப் பெறுவதற்குப் பின்பற்றப்பட்ட பாதையின் பதிவு. ஏதேனும் முடிவுகள், தற்போதைய முடிவுகள் அல்லது அவற்றை வெளியிட விரும்புவோருக்கு, அந்தத் திட்டங்களுக்கு நிரல் வழியில் செல்வது சரியான தேர்வாகும்.

இந்த யூனிட்டில், நீங்கள் பொருளாதார அளவீடு மென்பொருள் தொகுப்பைப் பற்றி படிப்பீர்கள்: STATA.

### 14.1 நோக்கங்கள்

இந்த அலகுக்குச் சென்ற பிறகு, உங்களால் முடியும்:

- பொருளாதார அளவீடு மென்பொருள் தொகுப்பு: STATA என்றால் என்ன என்பதை வரையறுக்கவும்
- STATA இடைமுகத்தின் பணிப் பகுதியை விளக்குக
- பல்வேறு பணிகளைச் செய்வதற்கு STATA கட்டளைகளை பகுப்பாய்வு செய்யவும்
- 

### 14.2 ஸ்டேட்டா அறிமுகம்

SPSS, E Views, R, JAMOVİ மற்றும் STATA போன்ற பல்வேறு புள்ளிவிவர மென்பொருள் தொகுப்புகளைப் பயன்படுத்தி சிக்கலான மற்றும் அற்பமான பொருளாதாரவியல் பகுப்பாய்வு இப்போது எளிதாக மேற்கொள்ளப்படுகிறது.



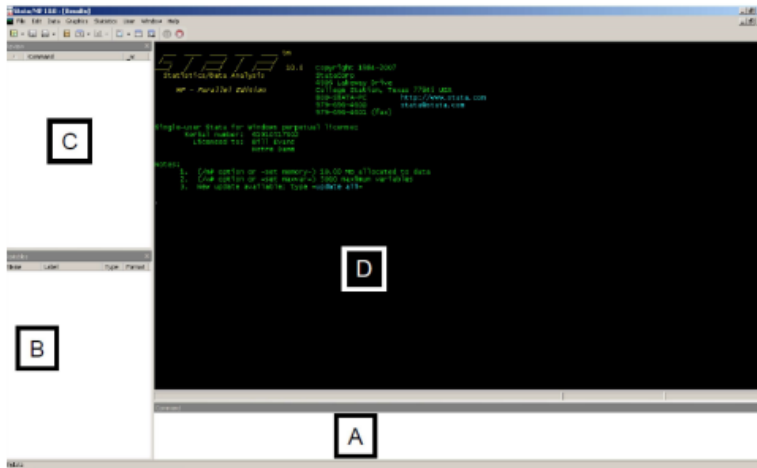
## குறிப்பு

பொதுவாக, பயன்படுத்த எளிதான தொகுப்புகள் குறைந்தபட்ச அம்சங்கள் மற்றும் பகுப்பாய்வுக் கருவிகளுடன் வருகின்றன. பல்வேறு தொகுப்புகள் கையாளுவதற்கு சிக்கலானவை மற்றும் குறியீட்டு அறிவும் தேவை. அத்தகைய ஒரு புள்ளிவிவர பகுப்பாய்வு மென்பொருள் STATA ஆகும், இது பரந்த விரிவான அம்சங்களைக் கொண்டுள்ளது மற்றும் செயல்பட மிகவும் எளிதானது. STATA உடன், பெரும்பாலான பகுப்பாய்வை அதன் எளிய டிராப் டவுன் மெனுக்களைப் பயன்படுத்தி மேற்கொள்ளலாம் மற்றும் அது வழங்கும் முடிவைப் படித்து அதன் விளக்கம் மிகவும் எளிதானது.

STATA என்பது ஒரு சக்திவாய்ந்த புள்ளிவிவர மென்பொருளாகும், இது தரவு காட்சிப்படுத்தலுக்கான எளிய வரைபடங்கள், வரைபடங்கள் மற்றும் விளக்கப்படங்களை பகுப்பாய்வு செய்ய, நிர்வகிக்க மற்றும் உருவாக்க பயனர்களுக்கு உதவுகிறது. இது முக்கியமாக பொருளாதாரம், உயிரி மருத்துவம் மற்றும் அரசியல் அறிவியல் ஆகிய துறைகளில் உள்ள ஆராய்ச்சியாளர்களால் தரவு வடிவங்களை ஆராயவும், அதையே அனுமானத்திற்காகவும் பயன்படுத்தப்படுகிறது. பகுப்பாய்வு இது ஒரு கட்டளை வரி மற்றும் வரைகலை பயனர் இடைமுகம் இரண்டையும் கொண்டுள்ளது, இது மென்பொருளை மிகவும் உள்ளுணர்வு மற்றும் பயன்படுத்த எளிதானது.

தொடங்குவதற்கு, நீங்கள் STATA ஐ திறந்து மென்பொருளை உள்ளிடும்போது, படம் 14.1 இல் காட்டப்பட்டுள்ளதைப் போன்று திரை தோன்றும். திரை 4 பேனல்கள் அல்லது பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்பட்டிருப்பதைக் கவனிக்கவும்.

பகுதி A கட்டளை வரி என்று அழைக்கப்படுகிறது. தரவை பகுப்பாய்வு செய்ய அல்லது கட்டளையை வழங்குவதற்கு தேவைப்படும் அறிக்கைகளை ஒருவர் தட்டச்சு செய்யும் பகுதி இதுவாகும். தரவு தொகுப்பு STATA இல் ஏற்றப்படும் போது பகுதி B மாறி பட்டியலைக் காட்டுகிறது; கட்டளை வரியில் குறிப்பிடப்பட்டுள்ள பணியை செய்ய தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட அனைத்து மாறிகளும் பெட்டியில் பட்டியலிடப்படும். பகுதி C மறுஆய்வு பெட்டி என அழைக்கப்படுகிறது, மேலும் இது குறிப்பிட்ட STATA அமர்வின் போது பயன்படுத்தப்படும் அனைத்து கட்டளைகளின் வரலாற்றையும் கொண்டுள்ளது. பகுதி D என்பது உருவாக்கப்பட்ட முடிவுகள் தெரிவிக்கப்படும் இடமாகும்.



கட்டளை வரி என்பது திரையில் தேவையான அனைத்து கட்டளைகளையும் தட்டச்சு செய்ய கிடைக்கும் பட்டியாகும். மற்ற பெட்டிகளின் உள்ளடக்கங்கள் கட்டளைப் பட்டியின் தகவலைப் பொறுத்தது.

## குறிப்பு

STATAis செயல்படுத்தப்படும் போது, கட்டளை வரியில் உள்ள கர்சர் சிமிட்ட ஆரம்பிக்கும், இது கணினி உள்ளீட்டை ஏற்க தயாராக உள்ளது என்பதைக் குறிக்கிறது. கட்டளையை இயக்க, அதை தட்டச்சு செய்து Enter விசையை அழுத்தவும்.

இந்த யூனிட்டில், COURIER FONT இல் குறிப்பிடப்பட்டுள்ள எதுவும் கட்டளை வரியைப் பயன்படுத்தி இயக்கக்கூடிய கட்டளையாகும். புள்ளிவிவரங்களை உருவாக்க இரண்டு வெவ்வேறு வழிகளை STATA வழங்குகிறது. ஒரு வழி, இயங்கக்கூடிய அறிக்கைகளை எழுதுவது, கட்டளை வரியில் வரிக்கு வரி, மற்றும் குறியீடுகளை இயக்குதல். மாற்றாக, இயங்கக்கூடிய அறிக்கைகளின் குழுவைக் கொண்ட ஒரு முழு நிரலையும் நீங்கள் எழுதுகிறீர்கள், மேலும் கட்டளை வரியிலிருந்து இதை முழுவதுமாகச் சமர்ப்பிக்கவும்.

தொடரியல் மற்றும் கட்டளைகளைப் பயன்படுத்துவதற்கான உதவியைப் பெற கட்டளைப் பட்டியைப் பயன்படுத்தலாம். தரவுத் தொகுப்புகளின் உள்ளடக்கங்களை எவ்வாறு விவரிப்பது என்பது பற்றிய தகவல் பயனருக்குத் தேவை என்று வைத்துக்கொள்வோம். கட்டளை வரியில், தட்டச்சு செய்யவும்:

help describes

இப்போது, Enter விசையை அழுத்தவும், 'விவரிக்க' கட்டளைக்கான தொடரியல் உடன் ஒரு பாப்-அப் பெட்டி தோன்றும். செயல்படுத்தப்பட்ட கட்டளை இப்போது C மதிப்பாய்வு பெட்டியில் உள்ளது, எனவே எந்த நேரத்திலும் ஏற்கனவே செயல்படுத்தப்பட்ட கட்டளையை மீண்டும் பயன்படுத்த முடியும் என்பதை கவனத்தில் கொள்ள வேண்டும். இதைச் செய்ய, மவுஸைப் பயன்படுத்தி, கட்டளையின் மீது ஒரு முறை கிளிக் செய்யவும், கட்டளை வரியில் அறிக்கை மீண்டும் தோன்றும்.

ஒரு குறிப்பிட்ட இயந்திரம் எவ்வாறு அமைக்கப்படுகிறது என்பதைப் பொறுத்து அனைத்து வெளிப்புற கோப்புகளும் இயல்புநிலை துணை அடைவில் (கோப்புறை) சேமிக்கப்படும் என்று STATA கருதுகிறது. STATA வேலைக்கான துணை அடைவை பயனர் உருவாக்கலாம் மற்றும் STATA ஐப் பயன்படுத்தி, இயல்புநிலை கோப்புறையை மாற்றலாம். அதை எப்படி செய்வது என்பதற்கான உதாரணம் இங்கே. STATA தொடர்பான அனைத்து வேலைகளையும் சேமிப்பதற்காக d:\bill\econ30331 என்ற கோப்புறை உருவாக்கப்பட்டது என்று வைத்துக்கொள்வோம். கட்டளை பட்டியில் வகை: cd d:\bill\econ30331

மற்றும் என்டர் விசையை அழுத்தவும். இப்போது, STATA இந்தக் கோப்புறையில் எல்லா தரவுத் தொகுப்புகளையும் தேடும், மேலும் இந்த கோப்புறையில் எல்லா முடிவுகளையும் சேமிக்கும். ஊடாடும் வகையில் பணிபுரியும் போது, பயனர் கட்டளைச் செயல்பாடு மற்றும் வேலை செய்யும் STATA அமர்வின் முடிவுகளின் 'பதிவை' சேமிக்க வேண்டும், அவை முடிவுகள் பிரிவில் (படம் 14.1 இல் உள்ள பகுதி D).

பதிவை உருவாக்க, கட்டளையை தட்டச்சு செய்யவும்:

log using stata\_log\_1.log, replace

ஐப் பயன்படுத்தி உள்நுழைக மற்றும் என்டர் விசையை அழுத்தவும். பதிவு 'stata\_log\_1.log' கோப்பில் எழுதப்படும் மற்றும் மாற்று விருப்பம் அந்த பெயரில் தற்போதைய கோப்பை மேலெழுதுமாறு நிரலுக்குச் சொல்கிறது. இறுதியில் வகை:

log close

மற்றும் பதிவு கோப்பை மூட Enter விசையை அழுத்தவும். STATA கட்டளைகள், தரவுத் தொகுப்பு பெயர்கள் மற்றும் மாறி பெயர்கள் ஆகியவை கேஸ் சென்சிட்டிவ் என்பதை நினைவில் கொள்ளவும்.

## குறிப்பு

### 14.3 ஸ்டேட்டா ஸ்டேட்டா கோப்பைத் திறக்கிறது

தரவுத் தொகுப்பானது பகுப்பாய்விற்குப் பயன்படுத்தப்படும் வெவ்வேறு அலகுகளை விவரிக்கும் மாறிகளின் தொகுப்பைக் கொண்டுள்ளது. தரவுத் தொகுப்பு நெடுவரிசைகள் மற்றும் வரிசைகளின் மேட்ரிக்ஸாக உள்ளது என்று வைத்துக்கொள்வோம். வரிசைகள் தனித்தனி அவதானிப்புகள் (தனிப்பட்ட, நிறுவனங்கள், நகரங்கள், காலங்கள்) ஒவ்வொரு நெடுவரிசையும் வெவ்வேறு மாறிகளாகும், இது ஆய்வுக்கு பயன்படுத்தப்பட்ட மாதிரியில் உள்ள அவதானிப்புகளின் குறிப்பிட்ட பண்புகளை விவரிக்கிறது. பல பகுப்பாய்வுகளுக்கு, STATA தரவுக் கோப்பிற்கான அணுகல் உள்ளது, அது ஏற்கனவே STATA வடிவத்தில் உள்ளது மற்றும் நிரலால் பயன்படுத்தத் தயாராக உள்ளது. STATA தரவுக் கோப்புகள். dta நீட்டிப்பைக் கொண்டுள்ளன மற்றும் அவற்றை STATA இல் ஏற்றுவது எளிமையானது மற்றும் நேரடியானது.

STATA என்பது மிக வேகமாக செயல்படும் நிரலாகும், இது விரைவான செயலாக்கத்திற்காக அனைத்து தரவையும் RAM இல் படிக்க வேண்டும். எனவே, நிரலின் மீதான கட்டுப்பாடு பொதுவாக உள்ளது கிடைக்கக்கூடிய ரேம். கிடைக்கக்கூடிய ரேம் போதுமானதாக இல்லாவிட்டால், தரவுத் தொகுப்பை ஏற்றுவதற்கு நிரல் அனுமதிக்காது. ரேம் ஒதுக்கீடு பயன்படுத்தப்படும் இயந்திரத்தைப் பொறுத்தது. இருப்பினும், STATA அமர்வின் போது ஒருவர் எந்த நேரத்திலும் STATA க்கு அதிக RAM ஐ ஒதுக்கலாம். பெரும்பாலான வகுப்பு பணிகளுக்கு, 2 மெகா ரேம் போதுமானதாக இருக்க வேண்டும்.

கட்டளை பட்டியில் தட்டச்சு செய்வதன் மூலம் RAM ஐ அமைக்கவும்:

```
set memory 2m
```

மற்றும் என்டர் விசையை அழுத்தவும்.

cps80.dta என கிடைக்கும் தரவுத் தொகுப்பை எடுத்துக் கொள்ளுங்கள் (எந்த தரவுக் கோப்பையும் தேர்வு செய்யலாம் மற்றும் அதற்கு விருப்பமானதாகக் கூட பெயரிடலாம்).

STATA இல் தரவை ஏற்ற, தட்டச்சு செய்க:

```
use cps80
```

மற்றும் Enter விசையை அழுத்தவும். குறிப்பிட்ட தரவுத் தொகுப்புடன் தொடர்புடைய தரவு மாறிகள் இப்போது STATA இல் பயன்படுத்தக் கிடைக்கின்றன.

நினைவகத்தில் உள்ள தரவுத்தொகுப்பைக் கொண்டு புதிய மாறிகளை உருவாக்கலாம், ஒருவர் குறிப்பிட்ட அவதானிப்புகளை நீக்கலாம் மற்றும் புள்ளிவிவரங்களையும் உருவாக்கலாம். புதிய மாறிகளை உருவாக்கிய பிறகு, கட்டளையைப் பயன்படுத்தி திருத்தப்பட்ட தரவைச் சேமிக்கவும்:

```
save cps80_update
```

அல்லது கட்டளையைப் பயன்படுத்தி பழைய பெயரை மாற்றவும்:

```
save cps80, replace
```

பயன்பாட்டில் இல்லாத தரவு தொகுப்பின் நினைவகத்தை அழிக்க, தட்டச்சு செய்க: clear

## குறிப்பு

### 14.4 மூலத் தரவைப் ஸ்டேட்டாவில் படித்தல்

பெரும்பாலான அனுபவப் பணிகளுக்கு, STATA தரவுக் கோப்பில் தரவைப் படிக்கவும். இது பல்வேறு வெவ்வேறு படிகள் மூலம் நிறைவேற்றப்படலாம். EXCEL போன்ற ஒரு ஸ்ப்ரெட் ஷீட்டிலிருந்து தரவை STATA தரவுத் தொகுப்பிற்குக் கொண்டு செல்வதே எளிமையான முறை. கீழே உள்ள படம் 14.2, EXCEL தரவுத் தொகுப்பிலிருந்து cps80.xls முதல் 32 வரிகளைக் காட்டுகிறது. தரவுக் கோப்பு 7 நெடுவரிசைகள் மற்றும் 19,906 வரிசைகளைக் கொண்ட ஒரு அணி. ஒவ்வொரு வரிசையும் மற்றொரு கவனிப்புக்கான (தனிநபர்) தரவைச் சித்தரிக்கிறது மற்றும் நெடுவரிசைக் கண்காணிப்பு ஒரு புதிய மாறியாகும். இந்த தரவுக் கோப்பில் 21-64 வயதுடைய ஆண்கள், எந்தக் கணக்கெடுப்பின் போதும் முழு நேரமும் (வாரத்திற்கு > 30 மணிநேரம்) பணிபுரிந்தவர்கள் என வைத்துக்கொள்வோம். வரிசையில் உள்ள மாறிகள்: வயது, இனம், ஆண்டுகள்\_கல்வி, யூனியன்\_நிலை, smsa\_ அளவு, மண்டலம் மற்றும் வாராந்திர\_ஈர்ன். கீழே உள்ள படம் 14.3 இல் உள்ள விரிவான விளக்கத்தைக் கவனிக்கவும் மற்றும் படம் 14.3 இல் உள்ள மாறி வரையறைகள் மூலம் புரிந்து கொள்ளவும். வடகிழக்கில் உள்ள மிகப்பெரிய 19 நிலையான பெருநகரப் புள்ளியியல் பகுதிகளில் ஒன்றிலிருந்து ஒரு யூனியனில் 12 வருடக் கல்வியுடன் 55 வயது வெள்ளையர் ஒருவர் வாரத்திற்கு 750 பெறுகிறார் என்பது முதல் கவனிப்பு.

EXCEL ஆனது STATA ஐ விட வித்தியாசமாக தரவைச் சேமிக்கிறது, எனவே அதை 'காற்புள்ளியில் பிரிக்கப்பட்ட' தரவு அல்லது CSV வடிவத்திற்கு மாற்ற வேண்டும். CSV வடிவத்தில், ஒவ்வொரு வரிசையும் வெவ்வேறு வரியில் சேமிக்கப்படும் மற்றும் மாறிகள் கமாவால் பிரிக்கப்படுகின்றன.

நிரல் எட்டிரில் அமைக்கப்பட்ட தரவைத் திறக்கும்போது படம் 14.3 இல் காட்டப்பட்டுள்ளபடி தரவு தோன்றும். முதல் வரிசையில் மாறி பெயர்கள் இருப்பதைக் கவனிக்க வேண்டியது அவசியம், மற்ற வரிசைகளில் தரவு புள்ளிகள் உள்ளன. அனைத்து வரிசைகளும் வெவ்வேறு கோடுகளில் உள்ளன மற்றும் அனைத்து மாறிகளும் காற்புள்ளிகளால் பிரிக்கப்படுகின்றன. இப்போது, தற்போதைய வடிவத்தில் STATA தரவுக் கோப்பில் படிக்க STATA க்கு தரவு தயாராக உள்ளது. கட்டளை வரியில், நீங்கள் தட்டச்சு செய்தால்:

insheet using cps80.csv, comma

பின்னர், என்டர் விசையை அழுத்தவும், தரவு STATA இல் ஏற்றப்படும்.

7 மாறிகள் மற்றும் 19,906 அவதானிப்புகள் STATA இல் ஏற்றப்பட்டதாக முடிவுகள் பெட்டி குறிப்பிடுகிறது.

அனைத்து மாறிகளையும் லேபிளிடுவது நல்ல நிரலாக்க நடைமுறையாகும், இது மாறிகளின் சுருக்கமான விளக்கத்துடன், இது பிற்காலத்தில் பயனுள்ளதாக இருக்கும். மாறி வயதுக்கான லேபிளை வழங்க, தட்டச்சு செய்க:

Label var age "age in years"

பின்னர் என்டர் விசையை அழுத்தவும். மற்ற 6 மாறிகளுக்கான மாதிரி லேபிள்கள் கீழே பட்டியலிடப்பட்டுள்ளன.

## குறிப்பு

Label var race "=1 if white non-Hisp, =2 if black non-Hisp, =3 if Hispanic"

Label var years\_educ "years of completed education"

Label var union\_status "=1 if in union, =2 otherwise"

Label var smsa\_size "=1 if largest 19 smsa, =2 if other smsa, =3 not in smsa"

Label var region "=1 if northeast, =2 if midwest, =3 if south, =4 if west"

Label var weekly\_earn "usual weekly earnings, up to \$999"

At any time, a list of all of the variables can be generated by typing:

describe

எந்த நேரத்திலும், தட்டச்சு செய்வதன் மூலம் அனைத்து மாறிகளின் பட்டியலை உருவாக்கலாம்: மற்றும் என்டர் விசையை அழுத்தவும். தரவுத் தொகுப்பின் விளக்கம், தரவுக் கட்டளையை வழங்கிய பிறகு பிளாக் என குறிப்பிடப்பட்டுள்ளது.

Case	age	race	years_educ	union_status	smsa_size	region	weekly_earn
1	56	1	12	2	1	4	750
2	57	1	16	2	1	4	690
3	30	3	12	2	1	4	240
4	34	1	18	2	1	4	800
5	31	1	16	2	1	4	999
6	32	1	18	2	1	4	750
7	39	3	17	2	1	4	240
8	56	2	12	1	1	4	440
9	28	1	12	2	1	4	999
10	52	3	8	2	2	4	420
11	32	1	12	2	1	4	360
12	28	1	16	2	1	4	999
13	31	1	18	1	1	4	530
14	31	1	13	1	1	4	480
15	46	3	8	2	1	4	210
16	56	1	16	2	1	4	880
17	45	1	15	2	1	4	690
18	34	1	14	2	1	4	686
19	30	1	14	2	1	4	553
20	42	1	14	2	1	4	625
21	49	1	18	2	1	4	220
22	29	1	12	2	1	4	700
23	36	1	16	2	1	4	399
24	38	1	12	1	1	4	429
25	40	3	12	2	1	4	472
26	32	1	12	2	1	4	480
27	26	3	13	2	1	4	625
28	33	1	16	2	1	4	990
29	51	3	11	2	1	4	190
30	48	1	12	2	2	4	390
31	34	1	13	2	1	4	625

Variable	Definition
AGE	Age in years
RACE	=1 if white, non-Hispanic, =2 if black, non-Hispanic, =3 if Hispanic
EDUC	Years of completed education, maximum is 18.
UNIONM	=1 if a union member, =2 otherwise
SMSA	=1 if live in one of 19 largest Standard metropolitan Statistical Areas (SMSA), =2 if live in other SMSA, =3 if live in non-SMSA
REGION	=1 if live in Northeast, =2 if live in Midwest, =3 if live in South, =4 if live in West
EARNWKE	Usual weekly earnings, nominal 1987 dollars, maximum is \$999

வயது, இனம், ஆண்டுகள் கல்வி, யூனியன்\_நிலை, எஸ்எம்எஸ்ஏ\_அளவு, பிராந்தியம், வாரம்\_சம்பாதித்தல்

age,race,years_educ,union_status,smsa_size,region,week_earn	55,1,12,2,1,4,750
57,1,16,2,1,4,690	30,3,12,2,1,4,240
34,1,18,2,1,4,800	
31,1,16,2,1,4,993	2,1,18,2,1,4,750
39,3,17,2,1,4,240	
55,3,12,1,1,4,440	
39,1,12,2,1,4,999	52,3,0,2,2,4,420
32,1,12,2,1,4,360	
28,1,16,2,1,4,999	
31,1,18,1,1,4,530	33,1,13,1,1,4,480
46,3,0,2,1,4,210	
55,1,16,2,1,4,850	

45,1,15,2,1,4,830	34,1,14,2,1,4,596	30,1,14,2,1,4,563	42,1,14,2,1,4,625
49,1,18,2,1,4,500	27,1,12,2,1,4,700	35,1,16,2,1,4,999	30,1,12,1,1,4,439
40,3,12,2,1,4,462			

## குறிப்பு

```

Label var years_educ "years of competed
education"
Label var union_status "=1 if in union, =2
otherwise"
Label var smsa_size "=1 if largest 19 smsa, =2
if other smsa, =3 not in smsa"
Label var region "=1 if northeast, =2 if midwest,
=3 if south, =4 if west"
Label var weekly_earn "usual weekly earnings,
up to $999"* describe what is in the
data set
describe
* generate new variables
* lines 1-2 illustrate basic math functoins
* line 3 line illustrates a logical operator
* line 4 illustrate the OR statement
* line 5 illustrates the AND statement
gen age2=age*age
genln_weekly_earn=ln(weekly_earn)
gen union=union status==1

```

### Block A cps80.do

```

* set the memory to 2 meg
set memory 2m
* set it such that the computer does not
* need the operator to hit the return key
* to continue
set more off
* write results to a log file
log using cps80.log,replace
* read in raw data from comma delimited data
insheet using cps80.csv, comma
* label the variables
Label var age "age in years"
Label var race "=1 if white non-Hisp, =2 if
black non-Hisp, =3 if Hispanic"

```

## குறிப்பு

```
* to get means across different subgroups in
the
* sample, first sort the data, then generate
* summary statistics by subgroup
sort race
by race: sum weekly_earn
* get weekly earnings for only those with a
* high school education
sum weekly_earn if years_educ>=12
* get frequencies of discrete variables
tabulate race
* get two-way table of frequencies
tabulate region smsa, row column
* test whether means are the same across two
subsamples
ttest weekly_earn, by(union)
*run simple regression
regln_weekly_earn age age2 years_educnonwhite
union
* run regression adding smsa, region and race
fixed-effects
xi: regln_weekly_earn age age2 years_educ union
i.racei.regioni.smsa
* close log file
log close

gen nonwhite=((race==2)|(race==3))
gen big_ne=((region==1)&(smsa==1))
label var age2 "age squared"
label var ln_weekly_earn "log earnings per week"
label var union "1=in union, 0 otherwise"
label var nonwhite "1=nonwhite, 0=white"
label var big_ne "1= live in big smsa from
northeast, 0=otherwise"
* get descriptive statistics for all variables
sum
* get statistics for only a subset of variables
sum age years_educ
* get detailed descriptics for a subset of
variables
sumweekly_earn age, detail
```

## 14.5 ஸ்டேட்டாவில் புதிய மாறிகளை உருவாக்குதல்

புதிய மாறிகளை உருவாக்க STATA 'gen' கட்டளையை வழங்குகிறது. 'ஜென்' கட்டளைக்கான தொடரியல்:

ஜெனரல் புதிய மாறி பெயர் = கணித வெளிப்பாடு

புதிய மாறி என்பது உருவாக்கப்பட்ட மாறியின் பெயர் மற்றும் இது STATA பெயரிடும் மரபுகளைப் பின்பற்ற வேண்டும். மாறிகளுக்கு பெயரிடுவதற்கான அடிப்படை விதிகள்:

## குறிப்பு

- STATA என்பது கேஸ்-சென்சிட்டிவ்.
- பெயர்களில் 32 எழுத்துகளுக்கு மேல் இருக்கக்கூடாது.
- மாறிகள் எழுத்துக்கள், எண்கள் அல்லது அடிக் கோடுகள் ( ) ஆகியவற்றைக் கொண்டிருக்கலாம்.
- இடைவெளிகள் அல்லது பிற சிறப்பு எழுத்துகள் (&,\* மற்றும்% போன்றவை) அனுமதிக்கப்படாது.
- முதல் எழுத்து எண்ணாக இருக்க முடியாது. இது ஒரு எழுத்து அல்லது அடிக் கோட்டாக இருக்கலாம்.

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள உதாரணத்தைக் கவனியுங்கள். இவை STATA இல் ஏற்றப்பட்ட யூனிட்டில் முந்தைய தரவுத் தொகுப்பிலிருந்து புதிய மாறிகளை உருவாக்கும்.

```
gen age2=age*age
gen ln_weekly_earn=ln(weekly_earn)
gen union=union_status==1
gen nonwhite=((race==2)|(race==3));
gen big_northeast_city=((region==1)&(smsa==1));
```

பயன்படுத்தப்படும் வேலைகளில் மிகவும் பொதுவான மாறிகளில் ஒன்று போலி மாறி ஆகும், இது மதிப்பு 1 அல்லது 0 ஆகும், இது தனிநபரை இரண்டு குழுக்களாக பிரிக்கிறது (ஆண் அல்லது பெண், கருப்பு அல்லது வெள்ளை, முதலியன). இந்த மாறிகளை 'லாஜிக்கல் ஆபரேட்டர்கள்' பயன்படுத்தி உருவாக்குவது எளிது.

லாஜிக்கல் ஆபரேட்டர்கள் ஜென்  $y =$  (தர்க்க அறிக்கை) வடிவத்தை உடையவர்கள், இது ஒரு புதிய மாறி  $Y$  ஐ உருவாக்குகிறது, இது தர்க்க அறிக்கை உண்மையாக இருக்கும்போது 1 க்கு சமமாகவும் இல்லையெனில் பூஜ்ஜியமாகவும் இருக்கும்.

மேலே உருவாக்கப்பட்ட கடைசி மூன்று மாறிகள், லாஜிக்கல் ஆபரேட்டர்களை எவ்வாறு பயன்படுத்துவது என்பதை விளக்குகின்றன. மாறி தொழிற்சங்கமானது யூனியன் உறுப்பினர்களுக்கு 1 க்கும், இல்லையெனில் பூஜ்ஜியத்திற்கும் சமமான ஒரு மாறியை உருவாக்குகிறது. ஒரு தர்க்கரீதியான அறிக்கையில் சரியான சமத்துவம் குறிப்பிடப்படும்போது இரண்டு சமமான அடையாளங்கள் பயன்படுத்தப்பட வேண்டும் என்பதைக் கவனியுங்கள். தர்க்க அறிக்கைகளின் சேர்க்கைகள் போலி மாறிகளை உருவாக்கப் பயன்படும். செங்குத்து கோடு '|' 'OR' ஐக் குறிக்கிறது மற்றும் '&' அடையாளம் 'AND' ஐக் குறிக்கிறது.

மாறிகள் கட்டமைக்கப்பட்ட பிறகு, மாறி LABELகளின் தொகுப்பைச் சேர்க்கவும். லேபிள்களுக்கான கட்டளை கீழே காட்டப்பட்டுள்ளது:

```
Label var age2 "age squared"
Label var ln_weekly_earn "ln usual earnings
per week"
Label var union "1=in union, 0 otherwise"
Label var nonwhite "1=nonwhite, 0=white"
Label var big_ne "1= live in big smsa from
northeast,
0=otherwise"
```



## குறிப்பு

### விளக்கமான புள்ளிவிவரங்களைப் பெறுதல்

STATA இல் தரவு சரியாக ஏற்றப்பட்ட பிறகு, கட்டளையைப் பயன்படுத்தி சுருக்கப் புள்ளியியல் (சராசரி, நிமிடம், அதிகபட்சம் மற்றும் நிலையான விலகல்) என அழைக்கப்படும் விளக்கமான புள்ளிவிவரங்களை உருவாக்கத் தொடங்கலாம்:

sum

இது அனைத்து மாறிகளுக்கும் விளக்கமான புள்ளிவிவரங்களை வழங்குகிறது. வயது மற்றும் கல்வி போன்ற மாறிகளின் துணைக்குழுவின் குறிப்பிட்ட தகவலுக்கு, கீழே காட்டப்பட்டுள்ளபடி தொகை கட்டளைக்குப் பிறகு மாறிகளைச் சேர்க்கவும்:

மொத்த வயது ஆண்டுகள்\_கல்வி

மற்றும் Enter விசையை அழுத்தவும். ஒரு குறிப்பிட்ட மாறி (குவாண்டில்ஸ், மீடியன்கள், வளைவு, குர்டோசிஸ் போன்றவை) பற்றிய விரிவான தகவலுக்கு, 'சம்' கட்டளையைப் பயன்படுத்தி மாறிகளைப் பட்டியலிடவும்.

தொகை வாராந்திர\_சம்பாதித்த வயது, விவரம்

மேலே உள்ள கட்டளை இரண்டு மாறிகளுக்கு மட்டுமே விரிவான புள்ளிவிவரங்களை உருவாக்குகிறது. இந்த மூன்று பயிற்சிகளின் முடிவுகள் முறையே B, C மற்றும் D தொகுதிகளில் பதிவாகியுள்ளன.

### தொகுதி B: முடிவுகள்

cps80.log

```
log: d:\bill\stata\cps80.log
log type: text
opened on: 12 Aug 2008, 12:22:05
.
. * read in raw data from comma delimited data
. insheet using cps87.csv, comma
(7 vars, 19906 obs)
.
. * label the variables
. label var age "age in years"
. label var race "=1 if white non-Hisp, =2 if
black non-Hisp, =3 if Hispanic"
. label var years_educ "years of completed
education"
. label var union_status "=1 if in union, =2
otherwise"
. label var smsa_size "=1 if largest 19 smsa,
=2 if other smsa, =3 not in smsa"
. label var region "=1 if northeast, =2 if
midwest, =3 if south, =4 if west"
. label var weekly_earn "usual weekly earnings,
up to $999"
. * describe what is in the data set
```

## குறிப்பு

```
. describe
Contains data
obs: 19,906
vars: 7
size: 318,496 (88.6% of memory free)
```

**Box A**

variable name	storage type	display format	value label	variable label
age	byte	%8.0g		age in years
race	byte	%8.0g		=1 if white non-Hisp, =2 if black non-Hisp, =3 if Hispanic
years_educ	byte	%8.0g		years of completed education
union_status	byte	%8.0g		=1 if in union, =2 otherwise
smsa_size	byte	%8.0g		=1 if largest 19 smsa, =2 if other smsa, =3 not in smsa
region	byte	%8.0g		=1 if northeast, =2 if midwest, =3 if south, =4 if west
weekly_earn	int	%8.0g		usual weekly earnings, up to \$999

**Fig. 14.4 Box A**

**Box B**

```
. * get descriptive statistics for all variables
. sum
```

Variable	Obs	Mean	Std. Dev.	Min	Max
age	19906	37.96619	11.15348	21	64
race	19906	1.199136	.525493	1	3
years_educ	19906	13.16126	2.795234	0	18
union_status	19906	1.769065	.4214418	1	2
smsa_size	19906	1.908369	.7955814	1	3
region	19906	2.462373	1.079514	1	4
weekly_earn	19906	488.264	236.4713	60	999
age2	19906	1666.624	912.4383	441	4096
ln_weekly_earn	19906	6.067307	.513047	4.094345	6.906755
union	19906	.2309354	.4214418	0	1
nonwhite	19906	.1490110	.3470361	0	1
big_ne	19906	.1409625	.3479916	0	1

**Fig. 14.5 Box B**

**Box C**

```
. * get statistics for only a subset of variables
. sum age years_educ
```

Variable	Obs	Mean	Std. Dev.	Min	Max
age	19906	37.96619	11.15348	21	64
years_educ	19906	13.16126	2.795234	0	18

**Fig. 14.6 Box C**

**Box D**

```
. * get detailed descriptics for a subset of variables
. sum weekly_earn age, detail
```

usual weekly earnings, up to \$999	
Percentiles	Smallest

**Fig. 14.7 Box D**

B பிளாக்கில், சராசரி வயது 37.97 ஆண்டுகள் என்பதையும், 23% தொழிலாளர்கள் தொழிற்சங்கங்களில் இருப்பதையும் கவனிக்கவும். D

பெட்டியில், சராசரி வாராந்திர வருவாய் \$449 டாலர்கள் ஆனால் சராசரி வருவாய் \$488.26 அதிகமாக இருப்பதைக் கவனிக்கவும். வெவ்வேறு இன மற்றும் இனக் குழுக்களில் சராசரி வாராந்திர வருவாயைப் பார்க்க, முதலில் தரவை வரிசைப்படுத்தவும்.

## குறிப்பு

```
log: d:\bill\stata\cps80.log
log type: text
opened on: 12 Aug 2008, 12:22:05
.
. * read in raw data from comma delimited data
. insheet using cps87.csv, comma
(7 vars, 19906 obs)
.
. * label the variables
. label var age "age in years"
. label var race "=1 if white non-Hisp, =2 if
black non-Hisp, =3 if Hispanic"
. label var years_educ "years of completed
education"
. label var union_status "=1 if in union, =2
otherwise"
. label var smsa_size "=1 if largest 19 smsa,
=2 if other smsa, =3 not in smsa"
. label var region "=1 if northeast, =2 if
midwest, =3 if south, =4 if west"
. label var weekly_earn "usual weekly earnings,
up to $999"
. * describe what is in the data set

log: d:\bill\stata\cps80.log
log type: text
opened on: 12 Aug 2008, 12:22:05
.
. * read in raw data from comma delimited data
. insheet using cps87.csv, comma
(7 vars, 19906 obs)
.
. * label the variables
. label var age "age in years"
. label var race "=1 if white non-Hisp, =2 if
black non-Hisp, =3 if Hispanic"
. label var years_educ "years of completed
education"
. label var union_status "=1 if in union, =2
otherwise"
. label var smsa_size "=1 if largest 19 smsa,
=2 if other smsa, =3 not in smsa"
. label var region "=1 if northeast, =2 if
midwest, =3 if south, =4 if west"
. label var weekly_earn "usual weekly earnings,
up to $999"
. * describe what is in the data set
```

## குறிப்பு

```
log: d:\bill\stata\cps80.log
log type: text
opened on: 12 Aug 2008, 12:22:05
```

```
.
. * read in raw data from comma delimited data
. insheet using cps87.csv, comma
(7 vars, 19906 obs)
.
. * label the variables
. label var age "age in years"
. label var race "=1 if white non-Hisp, =2 if
black non-Hisp, =3 if Hispanic"
. label var years_educ "years of completed
education"
. label var union_status "=1 if in union, =2
otherwise"
. label var smsa_size "=1 if largest 19 smsa,
=2 if other smsa, =3 not in smsa"
. label var region "=1 if northeast, =2 if
midwest, =3 if south, =4 if west"
. label var weekly_earn "usual weekly earnings,
up to $999"
. * describe what is in the data set
```

`sort race` பின்னர், இன துணைக்குழுக்களுக்கு கணக்கிடப்பட்ட வழிமுறைகளுக்கான கட்டளையை இயக்கவும்

`by race: sum weekly_earn` மாறி மூலம்: விருப்பம் ஒரு பெருங்குடலுடன் (:) முடிக்கப்பட வேண்டும். மூலம் STATA இன் அனைத்து கட்டளைகளிலும் விருப்பத்தை பயன்படுத்தலாம்.

தனித்த மாறிகளுக்கான முழுமையான விநியோகங்களை உருவாக்க, TABULATE கட்டளையைப் பயன்படுத்தவும். எடுத்துக்காட்டாக, இன/இனக் குழுவின் அடிப்படையில் மக்களின் பகுதியை நீங்கள் அறிய விரும்பினால், நீங்கள் தட்டச்சு செய்க:

`by race: sum weekly_earn` மற்றும் என்டர் விசையை அழுத்தவும்.

### Box E

```
. * get frequencies of discrete variables
. tabulate race
```

	Freq.	Percent	Cum.
=1 if white non-Hisp,			
=2 if black non-Hisp,			
=3 if Hispanic			
1	17,103	85.92	85.92
2	1,642	8.25	94.17
3	1,161	5.83	100.00
Total	19,906	100.00	

பெட்டி E மேலே குறிப்பிடப்பட்ட அட்டவணை கட்டளைக்கான முடிவுகளை வழங்குகிறது. மாதிரியில் 85.9 சதவீதம் வெள்ளை, ஹிஸ்பானிக் அல்லாதவை, 8.25 கருப்பு, ஹிஸ்பானிக் அல்லாதவை, 5.83% ஹிஸ்பானிக் என்று காட்டுகிறது.

## குறிப்பு

### 14.5.1 இரண்டு துணை மாதிரிகளில் உள்ள பொருள் ஒன்றா என்பதைச் சோதித்தல்

இரண்டு வெவ்வேறு குழுக்களின் வழிமுறைகள் ஒரே மாதிரியானதா என்பதைப் படிப்பதே நடத்தக்கூடிய எளிய புள்ளிவிவர சோதனை. தொழிற்சங்க மற்றும் தொழிற்சங்கம் அல்லாத தொழிலாளர்களுக்கான வார வருவாயை ஆராய்வதற்கான உதாரணத்தை எடுத்துக் கொள்வோம். மாதிரிகள் முழுவதும் உள்ள வித்தியாசம் டி-டெஸ்ட் மூலம் சோதிக்கப்படுகிறது மற்றும் STATA கட்டளை

```
Ttest weekly_earn, by(union)
```

இந்தப் பயிற்சியின் முடிவுகள் Box F இல் பதிவாகியுள்ளன. தொழிற்சங்கத் தொழிலாளர்களின் சராசரி வருவாய் \$515.28 ஆகவும், தொழிற்சங்கம் அல்லாத தொழிலாளர்களின் சராசரி வருவாய் \$480.15 ஆகவும், எனவே, இரு குழுக்களிடையே உள்ள வேறுபாடு (யூனியன் அல்லாத மைனஸ் யூனியன்) -\$35.13. வித்தியாசத்திற்காக கணக்கிடப்பட்ட t-புள்ளிவிவரம் -27.35 ஆகும். 19,904 டிகிரி சுதந்திரம் கொண்ட t-டெஸ்டின் 95% முக்கிய மதிப்பு 1.96 ஆகும், எனவே இரண்டு துணை மாதிரிகள் முழுவதும் உள்ள வழிமுறைகள் ஒரே மாதிரியானவை என்ற பூஜ்ய கருதுகோளை நாங்கள் நிராகரிக்கிறோம், மேலும் இது குறைந்த p மதிப்பால் குறிக்கப்படுகிறது.

#### Box F

```
. * test whether means are the same across two subsamples
. ttest weekly_earn, by(union)
```

Two-sample t test with equal variances						
Group	Obs	Mean	Std. Err.	Std. Dev.	[95% Conf. Interval]	
0	15309	480.1503	2.017734	249.6532	476.1953	484.1053
1	4597	515.2845	2.705061	183.4063	509.9813	520.5878
combined	19906	488.264	1.676048	236.4713	484.9788	491.5492
diff		-35.13423	3.969334		-42.91446	-27.354
diff = mean(0) - mean(1)				t =	-8.8514	
Ho: diff = 0				degrees of freedom =	19904	
Ha: diff < 0		Ha: diff != 0		Ha: diff > 0		
Pr(T < t) = 0.0000		Pr( T  >  t ) = 0.0000		Pr(T > t) = 1.0000		

Fig. 14.9 Box F

### 14.5.2 ஒரு எளிய OLS பின்னடைவை இயக்குதல்

எளிய OLS பின்னடைவை இயக்க STATAis இல் உள்ள மிக முக்கியமான கருவிகளில் ஒன்று. எளிய பின்னடைவுகள் reg கட்டளையால் உருவாக்கப்படுகின்றன மற்றும் தொடரியல் அடிப்படையானது, அங்கு reg க்குப் பிறகு முதல் மாறி சார்பு மாறி மற்றும் மற்ற அனைத்து மாறிகளும் சுயாதீன மாறிகள் ஆகும். எடுத்துக்காட்டில் ஐந்து கோவாரியட்டுகள்

## குறிப்பு

இருக்கட்டும்: வயது, வயது2, வயது\_கல்வி, யூனியன் மற்றும் வெள்ளை அல்லாதது. STATA தனித்தனியாக ஒவ்வொரு மாடலுக்கும் ஒரு மாறிலியைச் சேர்க்கிறது. பயன்படுத்தப்படும் பின்னடைவு தொடரியல் பின்வருமாறு.

`reg ln_weekly_earn age age2 years_educ nonwhite union`

தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட உதாரணத்திற்கான பின்னடைவு முடிவுகள் BOX G இல் தெரிவிக்கப்பட்டுள்ளன.

### BOX G

<pre> *run simple regression . reg ln_weekly_earn age age2 years_educ nonwhite union </pre>						
Source	SS	df	MS			
Model	1616.39963	5	323.279927	Number of obs = 19906		
Residual	3622.93905	19900	.182057239	F( 5, 19900) = 1775.70		
Total	5239.33869	19905	.263217216	Prob > F = 0.0000		
				R-squared = 0.3085		
				Adj R-squared = 0.3083		
				Root MSE = .42668		
ln_weekly_earn	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
age	.0679808	.0020033	33.93	0.000	.0640542	.0719075
age2	-.0006778	.0000245	-27.69	0.000	-.0007258	-.0006299
years_educ	.069219	.0011256	61.50	0.000	.0670127	.0714252
nonwhite	-.1716133	.0089118	-19.26	0.000	-.1890812	-.1541453
union	.1301547	.0072923	17.85	0.000	.1158612	.1444461
_cons	3.630805	.0394126	92.12	0.000	3.553553	3.708057

Fig. 14.10 Box G

### 14.5.3 பகுப்பாய்வைத் தெளிவுபடுத்துதல் மற்றும் மூடுதல்

ஊடாடும் STATA அமர்வு முடிந்ததும், தட்டச்சு செய்வதன் மூலம் பதிவு கோப்பை மூடலாம்:

## 14.6 உங்கள் முன்னேற்றக் கேள்விகளைச் சரிபார்க்க பதில்கள்

1. சில புள்ளிவிவர மென்பொருள் தொகுப்புகள் SPSS, E Viewss, R, JAMOV மற்றும் STATA ஆகும்.
2. STATA இன் பயனர் இடைமுகத்தில் ஒரு பயனர் ஒரு அறிக்கையை உள்ளீடு செய்து Enter விசையை அழுத்தி இயக்கக்கூடிய பகுதி கட்டளை வரி எனப்படும்.
3. விவரிக்க உதவுங்கள்
4. லாக் மூடு
5. The fill extension used by STATA data files is .dat.
6. STATA என்பது மிக வேகமாக செயல்படும் நிரலாகும், இது விரைவான செயலாக்கத்திற்காக அனைத்து தரவையும் RAM இல் படிக்க வேண்டும்
7. set memory 3m
8. எந்த நேரத்திலும், தட்டச்சு செய்வதன் மூலம் தரவுத் தொகுப்பில் உள்ள அனைத்து மாறிகளின் பட்டியலைப் பெறலாம்: விவரிக்கவும்.

- SPSS, E Views, R, JAMOVİ மற்றும் STATA போன்ற பல்வேறு புள்ளிவிவர மென்பொருள் தொகுப்புகளைப் பயன்படுத்தி சிக்கலான மற்றும் அற்பமான பொருளாதாரவியல் பகுப்பாய்வு இப்போது எளிதாக மேற்கொள்ளப்படுகிறது. STATA உடன், பெரும்பாலான பகுப்பாய்வை அதன் எளிய டிராப் டவுன் மெனுக்களைப் பயன்படுத்தி மேற்கொள்ளலாம் மற்றும் முடிவுகளைப் படிப்பது மற்றும் விளக்குவது மிகவும் எளிதானது.
- STATA என்பது ஒரு சக்திவாய்ந்த புள்ளியியல் மென்பொருளாகும், இது பயனர்கள் தரவை பகுப்பாய்வு செய்யவும் நிர்வகிக்கவும் உதவுகிறது மற்றும் தரவு காட்சிப்படுத்தலுக்கான எளிதான வரைபடங்கள், வரைபடங்கள் மற்றும் விளக்கப்படங்களை உருவாக்குகிறது.
- STATA முக்கியமாக பொருளாதாரம், உயிரி மருத்துவம் மற்றும் அரசியல் அறிவியல் ஆகிய துறைகளில் உள்ள ஆராய்ச்சியாளர்களால் தரவு வடிவங்களை ஆய்வு செய்வதற்கும் அதையே அனுமான பகுப்பாய்விற்கும் பயன்படுத்துகிறது.
- STATA ஆனது கட்டளை வரி மற்றும் வரைகலை பயனர் இடைமுகத்தை கொண்டுள்ளது, இது மென்பொருளை மிகவும் உள்ளுணர்வு மற்றும் பயன்படுத்த எளிதானது.
- STATA இன் தொடக்கத் திரை 4 பேனல்கள்/பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்பட்டுள்ளது. பகுதி A என்பது கட்டளைகள் உள்ளிடப்படும் கட்டளை வரி அல்லது தரவை பகுப்பாய்வு செய்ய தேவைப்படும் அறிக்கைகள் தட்டச்சு செய்யப்படும். STATA இல் தரவுத் தொகுப்பு ஏற்றப்படும்போது, பணியைச் செய்வதற்குத் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட மாறிப் பட்டியலை பகுதி B காட்டுகிறது. ஏரியா C என்பது ஒரு குறிப்பிட்ட STATA அமர்வின் போது பயன்படுத்தப்படும் அனைத்து கட்டளைகளின் வரலாற்றையும் கொண்ட மதிப்பாய்வு பெட்டியாகும். பகுதி D என்பது உருவாக்கப்பட்ட முடிவுகள் தெரிவிக்கப்படும் இடமாகும்.
- புள்ளிவிவரங்களை உருவாக்க இரண்டு வெவ்வேறு வழிகளை STATA வழங்குகிறது. ஒன்று, இயங்கக்கூடிய அறிக்கைகளை எழுதுதல், கட்டளை வரியில் வரிக்கு வரி, மற்றும் குறியீடுகளை இயக்குதல். மாற்றாக, இயங்கக்கூடிய அறிக்கைகளின் குழுவைக் கொண்ட ஒரு முழு நிரலையும் உருவாக்கி, கட்டளை வரியிலிருந்து இதை முழுவதுமாக சமர்ப்பிப்பதன் மூலம்.
- கட்டளைக்கான தொடரியல் உடன் ஒரு பாப்-அப் பெட்டி தோன்றும். செயல்படுத்தப்பட்ட கட்டளை இப்போது C மதிப்பாய்வு பெட்டியில் உள்ளது, எனவே எந்த நேரத்திலும் ஏற்கனவே செயல்படுத்தப்பட்ட கட்டளையை மீண்டும் பயன்படுத்த முடியும் என்பதை கவனத்தில் கொள்ள வேண்டும்.
- STATA மென்பொருளில் இருந்து நேரடியாக இயல்புநிலை வேலை செய்யும் கோப்பகத்தை மாற்ற முடியும். எடுத்துக்காட்டாக: `cd d:\bill\econ30331`.
- STATA இல் பதிவை உருவாக்குவதற்கான எடுத்துக்காட்டு இங்கே: `stata_log_1.log` ஐப் பயன்படுத்தி உள்நுழைக, மாற்றவும்.
- பெரும்பாலான அனுபவப் பணிகளுக்கு, STATA தரவுக் கோப்பில் தரவைப் படிக்கவும். இது பல்வேறு வெவ்வேறு படிக்க மூலம் நிறைவேற்றப்படலாம். EXCELIN போன்ற ஒரு ஸ்ப்ரெட் ஷீட்டிலிருந்து

## குறிப்பு



## குறிப்பு

ஒரு STATA தரவுத் தொகுப்பிற்கு தரவைக் கடத்துவது எளிமையான முறை.

- EXCEL ஆனது STATA ஐ விட வித்தியாசமாக தரவைச் சேமிக்கிறது, எனவே அதை 'காற்புள்ளியில் பிரிக்கப்பட்ட' தரவு அல்லது CSV வடிவத்திற்கு மாற்ற வேண்டும். CSV வடிவத்தில், ஒவ்வொரு வரிசையும் வெவ்வேறு வரியில் சேமிக்கப்படும் மற்றும் மாறிகள் கமாவால் பிரிக்கப்படுகின்றன. அத்தகைய தரவை STATA இல் ஏற்றுவதற்கான எடுத்துக்காட்டு இங்கே: cps80.csv, கமாவைப் பயன்படுத்தி இன்ஷீட்.
- அனைத்து மாறிகளையும் லேபிளிடுவது ஒரு நல்ல நிரலாக்க நடைமுறையாகும், இது மாறிகளின் சுருக்கமான விளக்கத்துடன் பிற்காலத்தில் பயனுள்ளதாக இருக்கும். மாறி வயதுக்கான லேபிளை வழங்குவதற்கான ஒரு எடுத்துக்காட்டு இங்கே: labelvar வயது "வயதில் வயது".
- எந்த நேரத்திலும், அனைத்து மாறிகளின் பட்டியலை தட்டச்சு செய்வதன் மூலம் உருவாக்கலாம்: விவரிக்கவும்.
- புதிய மாறிகளை உருவாக்க 'gen' கட்டளையைப் பயன்படுத்தவும். 'ஜென்' கட்டளைக்கான தொடரியல்: ஜென் புதிய மாறி பெயர் = கணித வெளிப்பாடு.
- பயன்படுத்தப்படும் வேலைகளில் மிகவும் பொதுவான மாறிகளில் ஒன்று போலி மாறி ஆகும், இது மதிப்பு 1 அல்லது 0 ஆகும், இது தனிநபரை இரண்டு குழுக்களாக பிரிக்கிறது (ஆண் அல்லது பெண், கருப்பு அல்லது வெள்ளை, முதலியன). இந்த மாறிகள் 'லாஜிக்கல் ஆபரேட்டர்களை' பயன்படுத்தி உருவாக்குவது எளிது.
- தனித்த மாறிகளுக்கான முழுமையான விநியோகங்களை உருவாக்க, TABULATE கட்டளையைப் பயன்படுத்தவும்.
- இரண்டு வெவ்வேறு குழுக்களின் வழிமுறைகள் ஒரே மாதிரியானதா என்பதைப் படிப்பதே நடத்தப்படுவதை விட எளிமையான புள்ளிவிவர சோதனை.
- எளிய OLS பின்னடைவை இயக்க STATAis இல் உள்ள மிக முக்கியமான கருவிகளில் ஒன்று. எளிய பின்னடைவுகள் உருவாக்கப்படுகின்றன ரெஜி கட்டளை மற்றும் தொடரியல் அடிப்படையானது, அதற்குப் பிறகு முதல் மாறி இருக்கும் ரெஜி சார்பு மாறி மற்றும் மற்ற அனைத்து மாறிகளும் சுயாதீன மாறிகள்.

## 14.8 முக்கிய வார்த்தைகள்

- கட்டளை வரி: கணினியின் இயக்க முறைமையில் நேரடியாக கட்டளைகளைத் தட்டச்சு செய்வதற்கான இடைமுகம்.
- தரவு தொகுப்பு: தனித்தனி கூறுகளைக் கொண்ட தகவல்களின் தொகுப்பு, ஆனால் கணினியால் ஒரு யூனிட்டாக கையாள முடியும்.
- தொடரியல்: ஒரு மொழியில் கட்டளையின் கட்டமைப்பிற்கான விதிகளின் அமைப்பு.
- மூல தரவு: மூல தரவு செயலாக்கப்படாத தரவு.
- வழக்கு உணர்திறன்: பெரிய மற்றும் சிறிய எழுத்துக்களின் சரியான உள்ளீடு தேவை.
- OLS பின்னடைவு: ஆர்டினரி லீஸ்ட் ஸ்கொயர்ஸ் (ஓஎல்எஸ்) பின்னடைவு என்பது ஒன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட சுயாதீன மாறிகள் மற்றும்



சார்பு மாறிகளுக்கு இடையிலான உறவை மதிப்பிடும் ஒரு புள்ளிவிவர பகுப்பாய்வு முறையாகும்.

பொருளாதார அளவை  
முறைகள்

## 14.9 சுய மதிப்பீட்டு கேள்விகள் மற்றும் பயிற்சிகள்

### குறுகிய பதில் கேள்விகள்

1. போலி மாறியை விரிவாகக் கூறுங்கள்.
2. சுருக்கமான புள்ளிவிவரங்கள் என்றால் என்ன, அதற்குப் பயன்படுத்தப்படும் கட்டளை என்ன?
3. STATA க்கு அறிக்கைகள் மற்றும் கட்டளைகளை வழங்குவதற்கான இரண்டு வழிகளைக் குறிப்பிடவும்.
4. இன்ஷீட் கட்டளையின் நோக்கம் மற்றும் பயன்பாட்டை வரையறுக்கவும்.

### நீண்ட பதில் கேள்விகள்

1. STATA இல் மாறிகளுக்கு பெயரிடுவதற்கான பல்வேறு விதிகளை சுருக்கமாக விவாதிக்கவும்.
2. கட்டளையை விளக்குங்கள்: Label var race "=1 if white non-Hisp, =2 if black non-Hisp, =3 if Hispanic"
3. நிரல் எடிட்டரில் தரவுத் தொகுப்பைத் திறக்கும்போது தரவு எவ்வாறு தோன்றும்?
4. reg கட்டளையை பகுப்பாய்வு செய்யவும்.

## 14.10 மேலும் படிக்க

Johnston, J. and John DiNARDO. 1997. *Econometric Methods*, Fourth Edition. New Delhi: Tata McGraw-Hill.

Koutsoyiannis, A. I 1977. *Theory of Econometrics*, Second Edition. London: The Macmillan Press Ltd.

Ozdemir, Durmu, 2016. *Applied Statistics for Economics and Business*, Second Edition. Izmir (Turkey): Springer.

Maddala, G.S. 1992. *Introduction to Econometrics*, Second Edition. New York: Macmillan Publishing Company.

Pindyck, R. S and D. L. Rubinfeld. 1998. *Econometric Models and Economic Forecasts*, Fourth Edition. New York: McGraw Hill.

Goldberger, A. S. 1998. *Introductory Econometrics*. Cambridge: Harvard University Press.

Levirie, David M., Timothy C. Krehbiei, Mark L Berenson and P. K. Viswanathan. 2009. *Business Statist.*, Fifth Edition. New Delhi: Pearson Education.

Webster, Allen L. 1998. *Applied Statistics for Business and Economics*, Third Edition. New Delhi: Tata McGraw-Hill.

குறிப்பு

Self-Instructional  
Material